

# 非光滑 NES 在转子-叶片系统振动抑制中的应用

曹焱博, 李之傲, 韩金超, 姚红良

(东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819)

**摘 要:** 用非光滑非线性能量阱(non-smooth nonlinear energy sink, NSNES)抑制转子-叶片系统的振动, NSNES 结构采用分段线性刚度梁形式. 首先介绍了 NSNES 的结构和工作原理, 然后利用拉格朗日方程建立转子-叶片-NSNES 系统的动力学模型, 最后采用数值法分析了该耦合系统处于稳态共振时, NSNES 对转子振动和叶片振动的抑制能力. 在给定参数下, 附加于叶片尖部的 NSNES 在抑制转子振动时, 抑振率可达到 68%; 在抑制叶片振动时, 抑振率可达到 62%. 文中还将该 NSNES 的抑振能力与具有相同质量线性动力吸振器(linear dynamic vibration absorber, LDVA)的抑振能力进行了对比.

**关 键 词:** 转子-叶片系统; 非光滑非线性能量阱; 稳态振动; 振动抑制

**中图分类号:** TD 451 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-3026(2020)08-1103-08

## Application of Non-smooth NES in Vibration Suppression of Rotor-Blade Systems

CAO Yan-bo, LI Zhi-ao, HAN Jin-chao, YAO Hong-liang

(School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China.  
Corresponding author: YAO Hong-liang, E-mail: hlyao@mail.neu.edu.cn)

**Abstract:** The vibration of the rotor-blade system is suppressed by a non-smooth nonlinear energy sink (NSNES) with piecewise linear stiffness beams. Firstly, the structure and working principle of the NSNES are introduced, and then the dynamic model of rotor-blade-NSNES system is established by using the Lagrange equation. Finally, the numerical method is used to analyze the NSNES ability to suppress the vibration of rotor and blade when the coupled system is in steady state resonance. Under the given parameters, the inhibition rate of the NSNES attached to the tip of the blade on rotor vibration can reach 68%, and the inhibition rate on blade vibration can reach 62%. The NSNES vibration suppression capability is compared with the vibration damping capability of a linear dynamic vibration absorber with the same mass as the NSNES.

**Key words:** rotor-blade system; non-smooth NES; steady-state vibration; vibration suppression

振动过大是转子系统产生可靠性故障的主要原因, 剧烈的振动可以导致重大的破坏.

对于转子振动的抑制, 有效方法之一是附加动力吸振器; 但从目前的研究来看, 线性吸振器有效吸振频带窄, 结构复杂, 因此可靠性低, 应用范围有限<sup>[1-2]</sup>. 现代旋转机械的工况复杂多变, 迫切需要设计出结构简单且工作频带宽的吸振器, 非线性能量阱(nonlinear energy sink, NES)是较成功的例子<sup>[3]</sup>.

文献[4]用 NES 抑制转子轴承系统的振动;

文献[5]则是考虑多频激励的工况, 研究了 NES 对航空发动机的抑振性能. Guo 等<sup>[6]</sup>用 NES 抑制不平衡空心转子系统的振动; Yao 等<sup>[7-8]</sup>设计了多种用于转子系统振动抑制的 NES, 例如, 永磁体正负刚度并联式 NES、接地式非光滑 NES 等.

从近些年的研究来看, 学者们大多只关注 NES 对转子(忽略叶片)的振动抑制, 或对单独旋转叶片的振动抑制<sup>[9-14]</sup>. 但是, 在转子系统中, 转子和叶片通常存在耦合关系, 因此, 研究转子-叶片耦合系统的振动抑制将更加具有实际

意义。

本文以转子－叶片系统的不平衡振动为研究背景,以非光滑非线性能量阱 (non-smooth nonlinear energy sink, NSNES) 为抑振手段,抑制该系统中转子和叶片的振动,此时的抑振机制是强调制响应<sup>[15]</sup> (strongly modulated response, SMR). 文中还比较分析了相同质量的 NSNES 和线性动力吸振器 (linear dynamic vibration absorber, LDVA) 的抑振能力。

1 NSNES 结构

如图 1a 所示,NSNES 的具体结构包括 NES 质量块、分段刚度梁和固定支撑等<sup>[16]</sup>,NSNES 在转子－叶片系统上的装配如图 1b 所示。

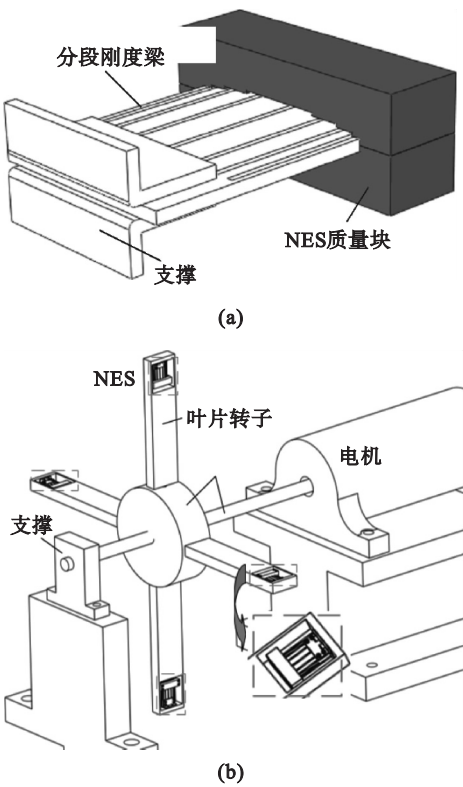


图 1 NSNES 结构及组装  
Fig. 1 Structure and assembly of NSNES  
(a)—结构; (b)—安装示意图。

NSNES 的分段刚度弹簧如图 2a 所示,分段刚度梁叠加拟合成立方刚度. 梁的厚度为  $h_j$ 、宽度为  $b_j$ 、长度为  $l_j$ ,如图 2b 所示。

设板簧  $j(j=1,2,3,4)$  的弯曲刚度为  $k_{nj}$ :

$$k_{nj} = 3EI_j/l_j^3 = Eb_jh_j^3/(4l_j^3) \quad (1)$$

式中: $E$  为材料弹性模量; $I_j$  为相应线性梁的截面惯性矩。

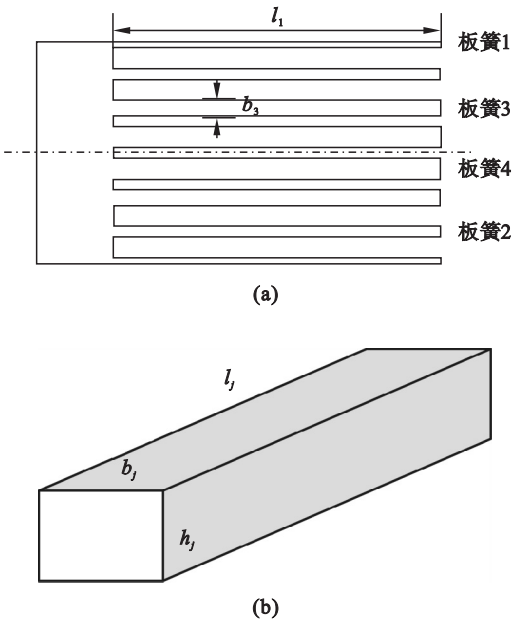


图 2 分段刚度梁模型  
Fig. 2 Piecewise stiffness beam model  
(a)—分段刚度弹簧; (b)—第  $j$  根板簧尺寸。

NES 质量块与分段刚度梁间有间隙,如图 3a 所示. 随着振幅增大,分段刚度梁逐一与 NES 质量块接触,此过程中 NSNES 的刚度变化及与立方刚度的拟合情况如图 3b 所示。

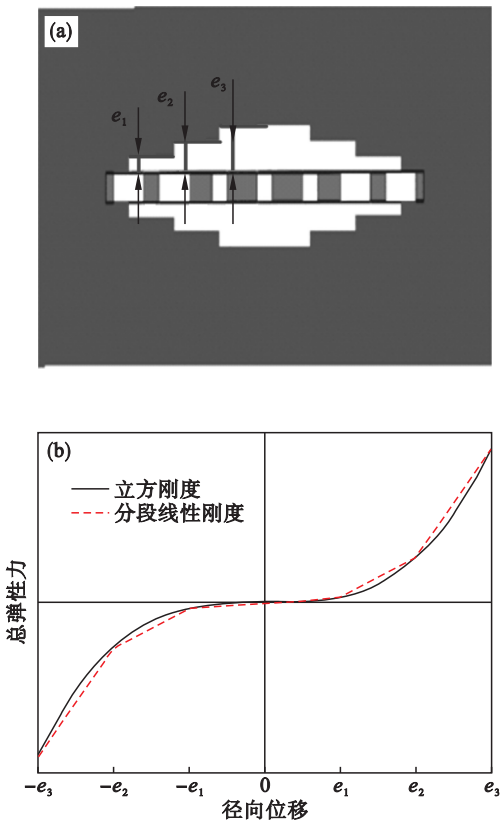


图 3 NSNES 的刚度变化  
Fig. 3 Stiffness variation of NSNES  
(a)—截面图; (b)—刚度变化及拟合图。

## 2 动力学模型

### 2.1 模型分析

文中的动力学模型用拉格朗日方程建立：

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial T_{\text{total}}}{\partial \dot{\boldsymbol{q}}}\right)-\frac{\partial T_{\text{total}}}{\partial \boldsymbol{q}}+\frac{\partial U_{\text{total}}}{\partial \boldsymbol{q}}=\boldsymbol{F}_{\text{total}}. \quad (2)$$

式中： $T_{\text{total}}$ 、 $U_{\text{total}}$  分别是系统的动能、势能； $\boldsymbol{F}_{\text{total}}$  是作用于系统的外力向量； $\boldsymbol{q}$  为系统的广义坐标。

转子-叶片系统的动力学模型如图 4 所示，转子模型设为各向同性的单轴-单盘-单跨形式。整体结构简化成集中质量模型，质量集中在刚性圆盘处。两端弹性支撑的刚度和阻尼系数分别为  $k_x = k_y$  和  $c_x = c_y$ 。

$$c_x = 2\xi_{\text{d}}m_{\text{d}}\sqrt{k_x/m_{\text{d}}}. \quad (3)$$

式中： $m_{\text{d}}$  为转子质量； $\xi_{\text{d}}$  为阻尼比。

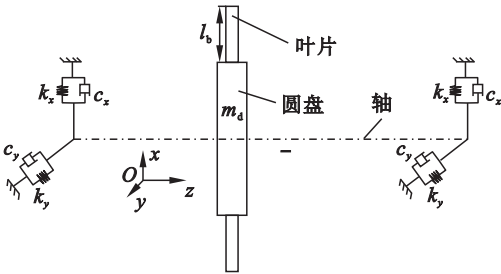


图 4 转子-叶片系统的动力学模型  
Fig. 4 Dynamic model of rotor-blade system

### 2.2 动力学建模

#### 2.2.1 能量分析

1) 转子：刚性转子的动能、势能分别为

$$T_{\text{d}} = \frac{1}{2}m_{\text{d}}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2), \quad (4)$$

$$U_{\text{d}} = \frac{1}{2}k_{\text{d}}(x^2 + y^2). \quad (5)$$

式中： $k_{\text{d}}$  表示转子系统刚度， $k_{\text{d}} = 2k_x$ ； $x$ 、 $y$  和  $\dot{x}$ 、 $\dot{y}$  分别为刚性圆盘的位移和速度。

2) 叶片：在转盘周向均匀分布着  $N_{\text{b}}$  个叶片，如图 5 所示（图中只画 1 个）。当忽略叶片的剪切变形时，其可简化成悬臂的欧拉-伯努利梁。

根据文献[17]知，当  $N_{\text{b}} \geq 3$  时，转盘-叶片系统是一种循环对称结构，结构上第  $k$  个叶片的动能为

$$T_{\text{bk}} = \int_0^{l_{\text{b}}} \frac{1}{2}m_{\text{b}}\dot{\boldsymbol{r}}_{\text{p}}^2\mathrm{d}x, \quad (6)$$

$$\boldsymbol{r}_{\text{p}} = [x_{\text{d}}, y_{\text{d}}, z_{\text{d}}]^{\text{T}} + \boldsymbol{A}[R + x + u, v, w]^{\text{T}}. \quad (7)$$

式中： $(x_{\text{d}}, y_{\text{d}}, z_{\text{d}})$  为转盘在  $xOy$  坐标系中的位移坐标； $R$  为半径； $(u, v, w)$  为叶片在  $x_{\text{b}}O'y_{\text{b}}$  坐标系

中的位移坐标，为研究方便，令  $z_{\text{d}} = 0, u = 0, w = 0$ ； $\boldsymbol{A}$  是从叶片局部坐标系  $x_{\text{b}}O'y_{\text{b}}$  到系统全局坐标系  $xOy$  的旋转变换矩阵，将叶片的响应从局部坐标系转换到系统的全局坐标系中，即将叶片和转子的响应统一起来。

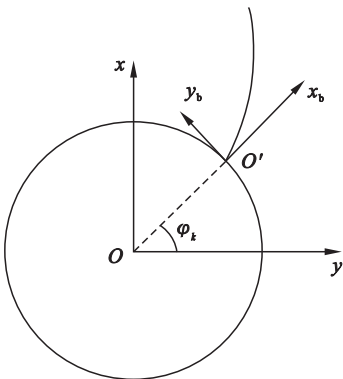


图 5 转盘-叶片系统的分析图  
Fig. 5 Analysis diagram of the disk-blade system

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_k & -\sin\varphi_k & 0 \\ \sin\varphi_k & \cos\varphi_k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

其中： $\varphi_k = \omega t + (k-1)2\pi/N_{\text{b}}$ ， $\omega$  为转子转速。

因此，第  $k$  个叶片的动能为

$$T_{\text{bk}} = \frac{1}{2}\rho_{\text{b}}A_{\text{b}}\int_0^{l_{\text{b}}} \left\{ \begin{aligned} &\dot{x}_{\text{d}}^2 + \dot{y}_{\text{d}}^2 + v^2 + \\ &2\omega(R+x)v + \\ &(R+x)^2 + \omega^2v^2 + \\ &2\dot{y}_{\text{d}}\dot{v}\cos(\varphi_k) + \\ &2\omega\cos(\varphi_k)[- \dot{x}_{\text{d}}v + \\ &(R+x)\dot{y}_{\text{d}}] - \\ &2\dot{x}_{\text{d}}\dot{v}\sin(\varphi_k) - \\ &2\omega\sin(\varphi_k)[\dot{y}_{\text{d}}v + \\ &(R+x)\dot{x}_{\text{d}}] \end{aligned} \right\} \mathrm{d}x. \quad (9)$$

式中： $l_{\text{b}}$  为叶片长度； $A_{\text{b}} = b_{\text{b}} \times h_{\text{b}}$  为横截面积， $b_{\text{b}}$  与  $h_{\text{b}}$  分别为截面的宽度和厚度； $\rho_{\text{b}}$  为密度； $v = v_k$  是第  $k$  个叶片的弯曲位移。

相应地，第  $k$  个叶片的势能包括弯曲势能、弯曲轴向力应变能，具体为

$$U_{\text{bk}} = \frac{1}{2}\int_0^{l_{\text{b}}} EI_{\text{b}}\left(\frac{\mathrm{d}^2v}{\mathrm{d}x^2}\right)^2\mathrm{d}x + \frac{1}{4}\rho_{\text{b}}A_{\text{b}}\omega^2\int_0^{l_{\text{b}}} [2R(l_{\text{b}}-x) + l_{\text{b}}^2 - x^2] \left(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\right)^2\mathrm{d}x. \quad (10)$$

式中  $I_{\text{b}}$  为截面惯性矩。

采用假设模态法分析叶片<sup>[18]</sup>，设叶片的弯曲位移  $v$  的第  $i$  阶模态的振型函数为  $V_i(x)$ ：

$$V_i(x) = \cosh \frac{\lambda_i}{l_b} x - \cos \frac{\lambda_i}{l_b} x - \frac{\cosh \lambda_i + \cos \lambda_i}{\sinh \lambda_i + \sin \lambda_i} \left( \sinh \frac{\lambda_i}{l_b} x - \sin \frac{\lambda_i}{l_b} x \right).$$

(11)

式中  $\lambda_i$  为振型函数特征方程的特征值.

第  $k$  个叶片的弯曲位移  $v_k$  可表示为

$$v_k = \sum_{i=1}^{N_{\text{bmod}}} V_i(x) q_{vk,i} = \mathbf{V} \mathbf{q}_{vk}.$$

(12)

式中:  $N_{\text{bmod}}$  为模态阶数, 取  $N_{\text{bmod}} = 2$ ;  $\mathbf{q}_{vk}$  是第  $k$  个叶片的广义弯曲位移向量.

3) NSNES: NSNES 附加于叶片尖部,  $Q$  为 NES 质量块上任意一点, 则第  $k$  个 NES 质量块的动能为

$$T_{nk} = \frac{1}{2} m_n \dot{\mathbf{r}}_Q^2.$$

(13)

式中:  $m_n$  为 NES 质量;  $\mathbf{r}_Q = [x_d, y_d]^T + \mathbf{A} [R + l_b - l, v]^T$ ,  $l$  为 NSNES 分段刚度梁的长度.

NSNES 的刚度由线性刚度(连接梁产生)和分段线性刚度(分段刚度梁产生)组成, 所以首先分析转子-叶片-NSNES 连接梁系统. 称此连接梁和 NES 质量块构成一个 I 结构, 相应的第  $k$  个 I 结构的势能为

$$U_{lk} = \frac{1}{2} k_{nl} v^2.$$

(14)

式中:  $v = v_k - v_{nk}$ ,  $v_{nk}$  为第  $k$  个 NES 质量块的位移.

2.2.2 建立方程

转子-叶片-I 结构系统的总动能和总势能分别为

$$T_{\text{rbl}} = T_d + \sum_{k=1}^{N_b} T_{bk} + \sum_{k=1}^{N_b} T_{nk},$$

(15)

$$U_{\text{rbl}} = U_d + \sum_{k=1}^{N_b} U_{bk} + \sum_{k=1}^{N_b} U_{lk}.$$

(16)

将式(15)和式(16)代入式(2)中, 可有转子、 $N_b$  个叶片和  $N_b$  个 I 结构组成系统的动力学方程:

$$\mathbf{M}_{\text{rbl}} \ddot{\mathbf{q}}_{\text{rbl}} + \mathbf{D}_{\text{rbl}} \dot{\mathbf{q}}_{\text{rbl}} + \mathbf{K}_{\text{rbl}} \mathbf{q}_{\text{rbl}} = \mathbf{F}_{\text{rbl}}.$$

(17)

式中:  $\mathbf{M}_{\text{rbl}}$  为质量矩阵; 令  $\mathbf{D}_{\text{rbl}} = \mathbf{C}_{\text{rbl}} + \mathbf{G}_{\text{rbl}}$  为广义阻尼矩阵,  $\mathbf{C}_{\text{rbl}}$  为阻尼矩阵, 采用瑞利阻尼模型,  $\mathbf{G}_{\text{rbl}}$  为陀螺力矩阵;  $\mathbf{K}_{\text{rbl}}$  为刚度矩阵;  $\mathbf{q}_{\text{rbl}} = [\mathbf{q}_r, \mathbf{q}_{b1}, \mathbf{q}_{L1}, \dots, \mathbf{q}_{bN_b}, \mathbf{q}_{LN_b}]^T$ ,  $\mathbf{q}_r = [x, y]^T$  与  $\mathbf{q}_{bk} = \mathbf{q}_{vk} = [q_{vk1}, \dots, q_{vkN_{\text{bmod}}}]^T$  分别为转盘和叶片尖端的广义位移坐标,  $\mathbf{q}_{Lk} = [v_{nk}]$ .

$$\mathbf{C}_{\text{rbl}} = \alpha \mathbf{M}_{\text{rbl}} + \beta \mathbf{K}_{\text{rbl}}.$$

(18)

式中  $\alpha$  和  $\beta$  为比例系数:

$$\alpha = 2 \left( \frac{\xi_2}{\omega_{\text{rbl}2}} - \frac{\xi_1}{\omega_{\text{rbl}1}} \right) \bigg/ \left( \frac{1}{\omega_{\text{rbl}2}^2} - \frac{1}{\omega_{\text{rbl}1}^2} \right),$$
$$\beta = 2 (\xi_2 \omega_{\text{rbl}2} - \xi_1 \omega_{\text{rbl}1}) / (\omega_{\text{rbl}2}^2 - \omega_{\text{rbl}1}^2).$$

式中:  $\xi_1$  和  $\xi_2$  为阻尼比系数;  $\omega_{\text{rbl}1}$ ,  $\omega_{\text{rbl}2}$  为转子-叶片-I 结构系统的前两阶固有频率.

$\mathbf{F}_{\text{rbl}}$  为作用于转子-叶片-I 结构系统的力向量

$$\mathbf{F}_{\text{rbl}} = \mathbf{F}_r'' + \mathbf{F}_b'.$$

(19)

$$\mathbf{F}_r'' = [m_r r \omega^2 \cos(\omega t), m_r r \omega^2 \sin(\omega t), \underbrace{0, \dots, 0}_{N_b \times (N_{\text{bmod}} + 1)}].$$

(20)

式中  $m_r$  与  $r$  分别为转子的偏心质量和偏心度.

$$\mathbf{F}_b' = \sum_{k=1}^{N_b} \mathbf{F}_{bk}'.$$

(21)

$$\mathbf{F}_{bk}' = \begin{bmatrix} -\omega \cos \varphi_k \left( m_n (l_b + R) + A_b \rho_b \int_0^{l_b} (R + x) dx \right) \\ -\omega \sin \varphi_k \left( m_n (l_b + R) + A_b \rho_b \int_0^{l_b} (R + x) dx \right) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}.$$

(22)

将  $k_{nj}$  ( $j=2, 3, 4$ ) 引入式(17)中, 即为转子-叶片-NSNES 系统的动力学建模. 设 NES 质量块与各分段刚度梁间的间隙为  $e_j$  ( $j=1, 2, 3$ ), 则第  $k$  个 NSNES 的分段线性梁模型的作用力为

$$F_{nk} = \begin{cases} 0, & |v| < e_1; \\ 2 \sum_{j=2}^4 k_{nj} (|v| - e_{j-1}) \operatorname{sgn}(|v| - e_{j-1}), & |v| \geq e_{j-1}. \end{cases}$$

(23)

第  $k$  个 NSNES 的阻尼系数可表示为

$$c_{nk} = \begin{cases} 0, & |v| < e_1; \\ 2 \xi_n \sqrt{2 m_n \sum_{j=2}^4 k_{nj}}, & |v| \geq e_{j-1}. \end{cases}$$

(24)

式中:  $\xi_n$  为图 2 梁模型的阻尼比,  $\xi_n$  取 0.02.

综合式(23)、式(24)和式(17)可有转子、 $N_b$  个叶片和  $N_b$  个 NSNES 耦合系统的动力学方程:

$$\mathbf{M}_{\text{rbl}} \ddot{\mathbf{q}}_{\text{rbl}} + \mathbf{D}_{\text{rbl}} \dot{\mathbf{q}}_{\text{rbl}} + \mathbf{K}_{\text{rbl}} \mathbf{q}_{\text{rbl}} = \mathbf{F}_{\text{rbl}}.$$

(25)

式中,  $\mathbf{F}_{\text{rbl}} = \mathbf{F}_{\text{rbl}} + \mathbf{F}_n$ ,

$$\mathbf{F}_n = [0, 0, -\mathbf{V}^T|_{x=l_b-l} \mathbf{F}_{n1}, \mathbf{F}_{n1}, \dots, -\mathbf{V}^T|_{x=l_b-l} \mathbf{F}_{nN_b}, \mathbf{F}_{nN_b}]^T.$$

2.2.3 模型验证

本文研究 NSNES 对转子-叶片系统稳态振动的抑制, 从两个方面验证转子-叶片-NSNES 系统动力学模型的有效性:

1) 文献[16]已从数值仿真和试验验证两方面给出了 NSNES 抑制单自由度系统稳态振动的有效性,所以 NSNES 的模型有效.

2) 对转子 - 叶片 - NSNES 系统模型的验证. 文献[11]用一个立方刚度 NES 抑制旋转叶片的受迫振动,该文作者用拟 Hamilton 变分方程对叶片 - NES 系统(无转子)进行动力学建模,NES 加在叶片的尖部. 该叶片 - NES 系统的动力学模型和本文转子 - 叶片 - NSNES 系统的动力学模型的差别在于:本文增加了弹性支撑的转子系统,并将叶片数增加到 4 个,更加复杂. 当把本文转子系统的位移  $x_d$  和  $y_d$  都设为 0 时,可以看出,本文的式(15)与文献[11]的式(4)将具有类似的内容和形式,本文的式(16)与文献[11]的式(1)也将具有类似的内容和形式. 即文献[11]叶片 - NES 系统与本文转子 - 叶片 - NSNES 系统的动能和势能的差别就在转子系统处. 因此由文献[11]叶片 - NES 系统动力学模型的有效性即可得本文转子 - 叶片 - NSNES 系统动力学模型的有效性.

### 3 数值分析

#### 3.1 参数设定

设转子系统的弹性模量和密度分别为  $2.1 \times 10^{11}$  Pa 和  $7\,850\text{ kg/m}^3$ . 其他参数见表 1.

表 1 转子仿真参数 Table 1 Simulation parameters of rotor			
参数	数值	参数	数值
$m_d/\text{kg}$	8	$R/\text{mm}$	80
$k_x, k_y/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	$8 \times 10^5$	$\xi_d$	0.08
$m_r/\text{kg}$	0.015	$r/\text{mm}$	60

叶片仿真参数见表 2.

表 2 叶片仿真参数 Table 2 Simulation parameters of blade			
参数	数值	参数	数值
$N_b$	4	$\rho_b/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	7 850
$l_b/\text{mm}$	300	$\xi_n$	0.02
$b_b/\text{mm}$	90	$h_b/\text{mm}$	9

NSNES 的参数设定:如图 2 所示  $h_j = 2\text{ mm}$ ,  $l_j = 35\text{ mm}$ , ( $j = 1, 2, 3, 4$ ), 连接梁宽度  $b_1 = 0.5\text{ mm}$ , 分段刚度梁宽度  $b_2 = 3.62\text{ mm}$ ,  $b_3 = 9.73\text{ mm}$ ,  $b_4 = 18.91\text{ mm}$ ; NES 质量  $m_n = 0.07\text{ kg}$ . NES 质量块与分段刚度梁的间隙设定不同的值:  $e_1 = 0.1\text{ mm}$ ,  $e_2 = 0.2\text{ mm}$ ,  $e_3 = 0.3\text{ mm}$ , 称此 NSNES 为 NES1;  $e_1 = 0.2$ ,  $e_2 = 0.4$  和  $e_3 = 0.6$ ,

称此 NSNES 为 NES2. NES1 和 NES2 的分段线性刚度曲线如图 6 所示.

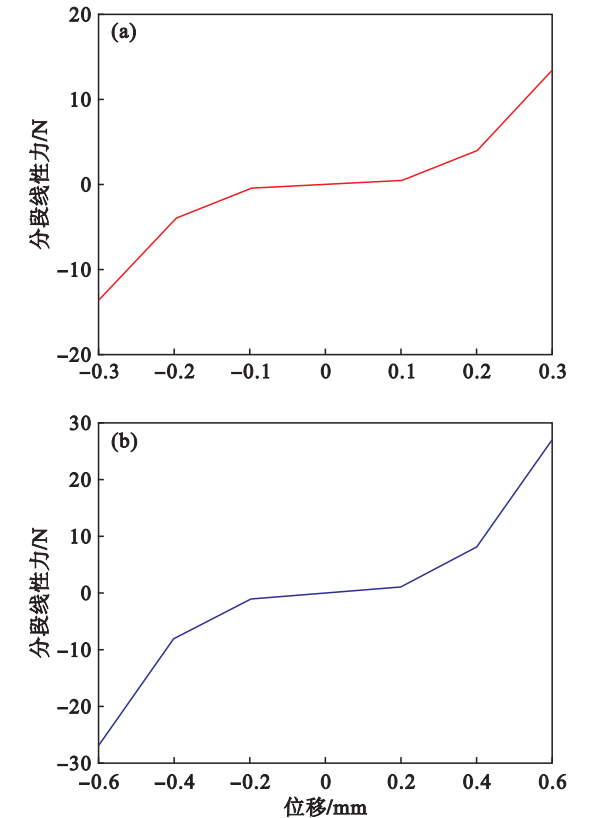


图 6 NES1 与 NES2 的分段线性刚度曲线  
Fig. 6 Piecewise linear stiffness curves of NES1 and NES2

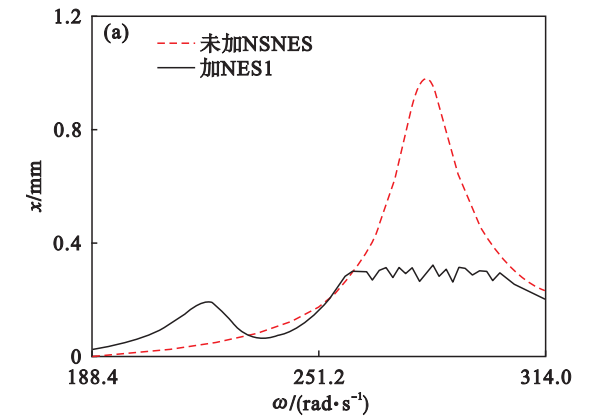
(a)—NES1; (b)—NES2.

#### 3.2 稳态响应减振分析

##### 3.2.1 抑制转子振动

附加两种 NSNES 前后转子系统的共振峰值分别为  $0.94, 0.31$  和  $0.42\text{ mm}$ . 由图 7 知, NES1 与 NES2 的抑振率分别达到 68% 和 55%.

图 8a 和图 8b 分别对应于图 7a 和图 7b 中  $\omega = 276\text{ rad/s}$  时的时域响应曲线. 在两图中都出现了拍振现象,即可证明在以上的两个耦合系统的共振区内都发生了强调制响应(SMR)行为. 但转子 - 叶片 - NES2 系统的 SMR 较弱.





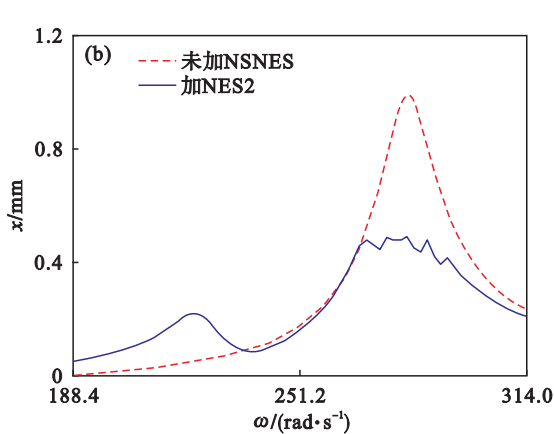


图 7 添加 NSNES 后转子的幅频响应曲线  
Fig. 7 Amplitude-frequency response curves of the rotor after adding the NSNES  
(a) —加 NES1; (b) —加 NES2.

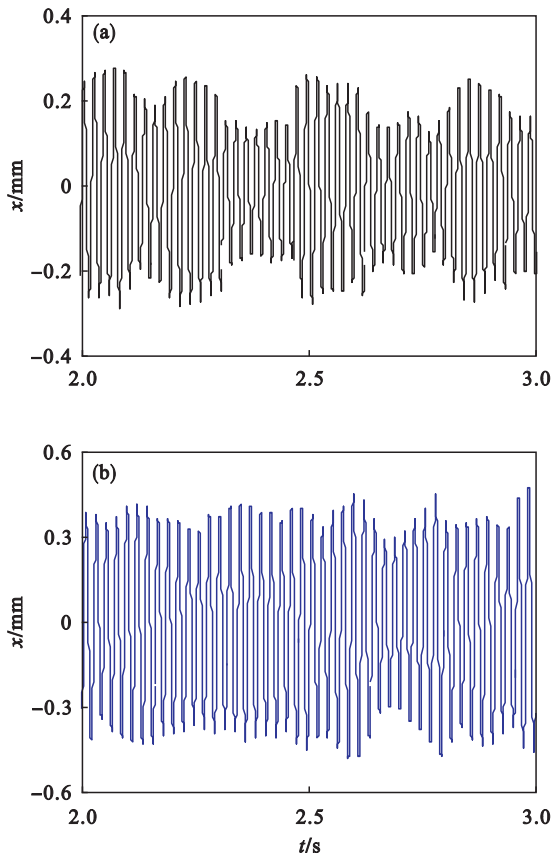


图 8 在 276 rad/s 时转子的时域响应曲线  
Fig. 8 Time domain response curves of the rotor at 276 rad/s  
(a) —加 NES1; (b) —加 NES2.

3. 2. 2 抑制叶片振动

叶片在附加两种 NSNES 前后的共振峰值分别为 0.58, 0.22 和 0.36 mm. 由图 9 知, NES1 与 NES2 的抑振率分别达到 62% 和 38% .

图 10 是添加 NES1 和 NES2 后, 叶片在  $\omega = 276 \text{ rad/s}$  时的时域响应曲线.

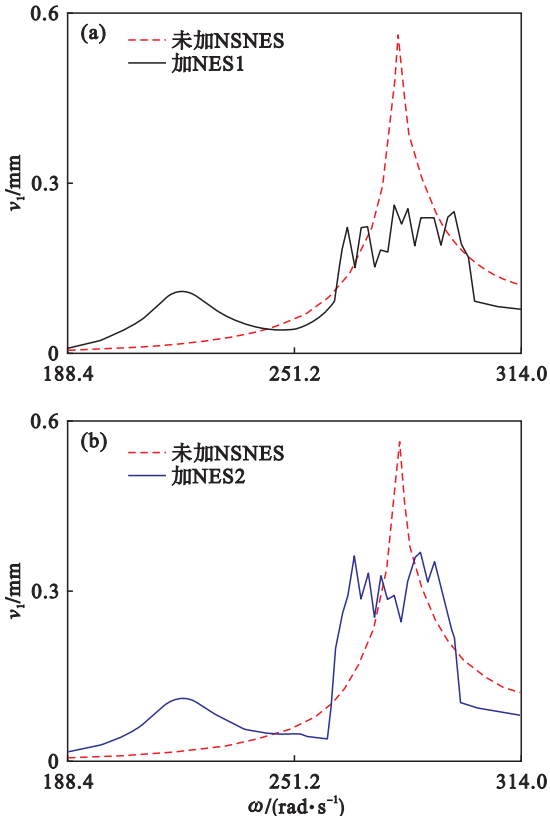


图 9 添加 NSNES 后叶片的幅频响应曲线  
Fig. 9 Amplitude-frequency response curves of the blade after adding the NSNES  
(a) —加 NES1; (b) —加 NES2.

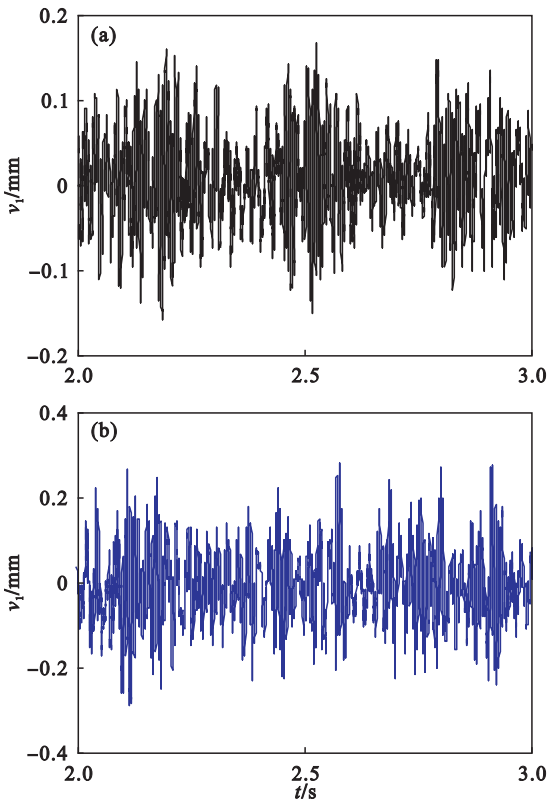


图 10 在 276 rad/s 时叶片的时域响应曲线  
Fig. 10 Time domain response curves of the blade at 276 rad/s  
(a) —加 NES1; (b) —加 NES2.

3.3 抑振能力对比

重新设计 2.2 节 I 结构中连接梁的宽度,就形成一个 LDVA,如图 11 所示,目的是与上文的 NSNES 的抑振能力进行对比. 该 LDVA 与 NSNES 加在叶片的同一位置,转子 - 叶片 - LDVA 系统的动力学建模类似于上文的转子 - 叶片 - I 结构系统.

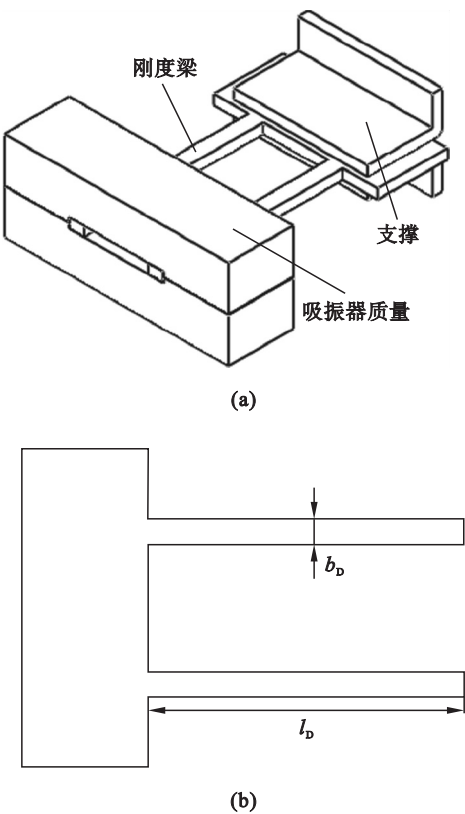


图 11 LDVA 的结构示意图

Fig. 11 Schematic diagram of LDVA  
(a)—LDVA 模型; (b)—刚度梁结构示意图.

设 LDVA 的吸振器质量  $m_D$  等于  $m_n$  (0.07 kg), 并且刚度梁的长度  $l_D$ 、厚度  $h_D$  和宽度  $b_D$  分别设为 35, 2 和 1.2 mm.

对转子 - 叶片 - LDVA 系统进行稳态减振分析, 然后分别将该系统中转子和叶片的幅频响应曲线与图 7 和图 9 进行对比, 如图 12 所示.

在图 12a 中, 添加 LDVA 后转子响应曲线的反共振点有微小的向左移动 ( $\omega$  减小的方向), 这是由于附加 LDVA 后系统质量增大的原因; 而图 12b 中, 叶片响应曲线的反共振点有稍大的向右移动, 郭虎伦等<sup>[11]</sup>的研究结论是, 转速的增大使叶片产生了少许的动力刚度, 致使叶片的固有频率增加, 反共振点向右移动.

可以看到, 附加于叶片尖部的 LDVA 也能抑制转子 - 叶片系统中转子和叶片的振动. 但从整个转速范围来看, LDVA 的抑振能力稍弱于

NSNES.

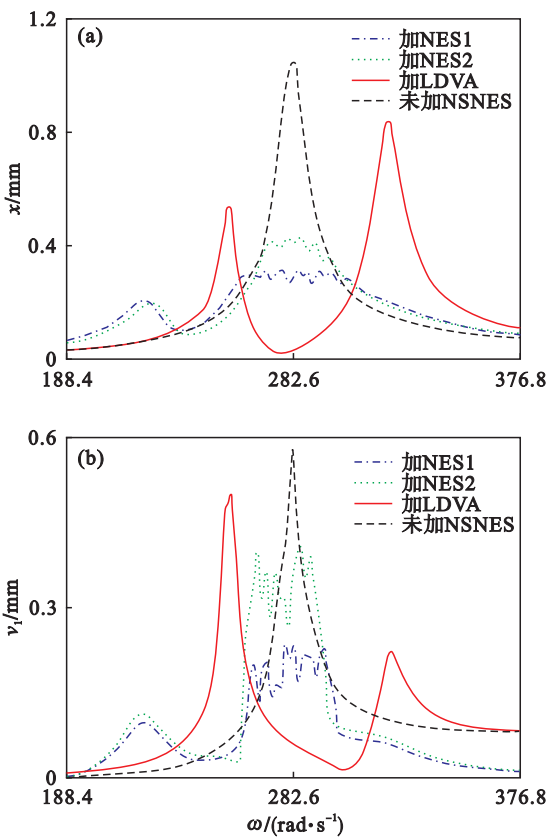


图 12 抑振能力对比

Fig. 12 Comparison of vibration suppression capability  
(a)—转子; (b)—叶片.

4 结 论

- 1) 安装于叶片尖部的 NSNES 可以分别抑制转子 - 叶片系统中转子和叶片的稳态共振.
- 2) 适当减小分段线性梁的配合间隙, 可以使 NSNES 具有较好的抑振能力.
- 3) 在给定参数下, 相同质量的 NSNES 比 LDVA 具有更好的抑振能力.

参考文献:

[ 1 ] Doubrava Filho F J, Luersen M A, Bavastri C A. Optimal design of viscoelastic vibration absorbers for rotating systems [ J ]. *Journal of Vibration and Control*, 2011, 17 ( 5 ) : 699 - 710.

[ 2 ] 赵军, 黄文俊, 黄珺. 直升机旋翼双线摆式吸振器的关键技术 [ J ]. *航空科学技术*, 2012 ( 4 ) : 50 - 53.

( Zhao Jun, Huang Wen-jun, Huang Jun. Key technology of helicopter rotor double-line pendulum vibration absorber [ J ]. *Aviation Science and Technology*, 2012 ( 4 ) : 50 - 53. )

[ 3 ] Tehrani G G, Dardel M. Mitigation of nonlinear oscillations of a Jeffcott rotor system with an optimized damper and nonlinear energy sink [ J ]. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2018, 98 : 122 - 136.

[ 4 ] Bab S, Khadem S E, Shahgholi M. Vibration attenuation of a rotor supported by journal bearings with nonlinear

- suspensions under mass eccentricity force using nonlinear energy sink[J]. *Meccanica*, 2015, 50(9): 2441 – 2460.
- [5] Wang D, Hao Z, Chen Y, et al. Dynamic and resonance response analysis for a turbine blade with varying rotating speed[J]. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2018, 56(1): 31 – 42.
- [6] Guo C, AL-Shudeifat M A, Vakakis A F, et al. Vibration reduction in unbalanced hollow rotor systems with nonlinear energy sinks[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2015, 79(1): 527 – 538.
- [7] Yao H L, Cao Y B, Ding Z Y, et al. Using grounded nonlinear energy sinks to suppress lateral vibration in rotor systems[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, 124: 237 – 253.
- [8] Yao H L, Zheng D S, Wen B C. Magnetic nonlinear energy sink for vibration attenuation of unbalanced rotor system[J]. *Shock and Vibration*, 2017, 2017: 1 – 15.
- [9] Bab S, Khadem S E, Mahdiabadi M K, et al. Vibration mitigation of a rotating beam under external periodic force using a nonlinear energy sink (NES) [J]. *Journal of Vibration and Control*, 2017, 23(6): 1001 – 1025.
- [10] Ebrahimzade N, Dardel M, Shafaghat R. Investigating the aeroelastic behaviors of rotor blades with nonlinear energy sinks[J]. *AIAA Journal*, 2018, 56(7): 2856 – 2869.
- [11] 郭虎伦, 曹树谦, 陈予恕. 非线性减振器抑制旋转叶片受迫振动响应[J]. *强度与环境*, 2016(4): 41 – 48.  
(Guo Hu-lun, Cao Shu-qian, Chen Yu-shu. Forced vibration suppression of a rotating blade by a nonlinear absorber[J]. *Structure & Environment Engineering*, 2016(4): 41 – 48.)
- [12] Tehrani G G, Dardel M. Vibration mitigation of a flexible bladed rotor dynamic system with passive dynamic absorbers [J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2019, 69: 1 – 30.
- [13] Lee Y, Vakakis A, Bergman L, et al. Suppression aeroelastic instability using broadband passive targeted energy transfers, part 1: theory[J]. *AIAA Journal*, 2007, 45(3): 693 – 711.
- [14] Lee Y S, Kerschen G, McFarland D M, et al. Suppressing aeroelastic instability using broadband passive targeted energy transfers, part 2: experiments [J]. *AIAA Journal*, 2007, 45(10): 2391 – 2400.
- [15] Gendelman O V, Starosvetsky Y. Quasi-periodic response regimes of linear oscillator coupled to nonlinear energy sink under periodic forcing [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 2007, 74(2): 325 – 331.
- [16] Yao H L, Cao Y B, Zhang S J, et al. A novel energy sink with piecewise linear stiffness [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2018, 94(3): 2265 – 2275.
- [17] 南国防, 任兴民, 何尚文, 等. 航空发动机自带冠叶片减振特性研究[J]. *振动与冲击*, 2009, 28(7): 135 – 138.  
(Nan Guo-fang, Ren Xing-min, He Shang-wen, et al. Research on damping characteristics of aero-engine self-contained crown blades [J]. *Vibration and Shock*, 2009, 28(7): 135 – 138.)
- [18] 郑兆昌. 机械振动 (上) [M]. 北京: 机械工业出版社, 1986: 100 – 246.  
(Zheng Zhao-chang. Mechanical vibration (I) [M]. Beijing: China Machine Press, 1986: 100 – 246.)