

基于 GPC 的环肋耐压圆柱壳结构失稳概率分析

张毅博¹, 孙志礼¹, 赵中强², 赵经武³
(1. 东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819; 2. 中车唐山机车车辆有限公司, 河北 唐山 063000;
3. 中国人民解放军第 93107 部队, 辽宁 沈阳 110141)

摘 要: 为评估具有小失效概率特性的深潜环肋耐压圆柱壳结构的失稳概率,提出了一种新的基于高斯过程分类和重要抽样的自适应分析方法.该方法通过引入马尔科夫链蒙特卡洛法和欧式距离,开发了一种新的考虑预测不确定性和取样均匀性的自适应试验设计策略,以便更高效地构造高斯过程分类器;采用核密度估计构造准最优重要抽样密度函数;基于失效概率估计的稳定性,提出了一种更精确的迭代停止准则.通过某一分段函数验证了所提分析方法的准确性及高效性.应用所提方法得到某深潜环肋耐压圆柱壳结构的失稳概率约为 8.242×10^{-5} .

关 键 词: 失稳概率;环肋耐压圆柱壳;高斯过程分类;小失效概率;自适应试验设计
中图分类号: TB 114.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-3026(2020)09-1268-06

Instability Probability Analysis of Ring Stiffened Pressure Cylindrical Shell Structures Based on GPC

ZHANG Yi-bo¹, SUN Zhi-li¹, ZHAO Zhong-qiang², ZHAO Jing-wu³
(1. School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China;
2. CRRC Tangshan Co., Ltd., Tangshan 063000, China; 3. Unit 93107 of the Chinese People's Liberation Army, Shenyang 110141, China. Corresponding author: ZHANG Yi-bo, E-mail: neuzyb@163.com)

Abstract: To evaluate the instability probability of deep submergence ring stiffened pressure cylindrical shell structures with small failure probability, an innovative adaptive analysis method based on Gaussian process classification (GPC) and importance sampling (IS) was proposed. By introducing the Markov Chain Monte Carlo (MCMC) and the Euclidean distance, a new adaptive strategy for design of experiments (DoE), considering the prediction uncertainty and the sampling uniformity, was developed to establish the Gaussian process classifier more efficiently. Furthermore, the quasi-optimal importance sampling density function was constructed by adopting the kernel density estimation (KDE). Based on the stability of failure probability estimation, a more accurate stopping criterion was also proposed. A piecewise function was utilized to verify the accuracy and efficiency of the proposed analysis method. The instability probability of a deep submergence ring stiffened pressure cylindrical shell structure obtained by the proposed method is about 8.242×10^{-5} .

Key words: instability probability; ring stiffened pressure cylindrical shell; Gaussian process classification (GPC); small failure probability; adaptive design of experiments

随着对隐蔽性要求的不断提高,潜艇下潜深度逐渐增加,环肋耐压圆柱壳结构作为潜艇的基本结构,其稳定性问题随静水压力的增大而愈发突出^[1].因此,开展深潜环肋耐压圆柱壳结构失稳概率分析具有重要意义和工程价值.

可靠性分析的是产品在特定条件下完成特定功能的能力.因此,本文采用可靠性方法评估环肋耐压圆柱壳结构的失稳概率.在可靠性领域,结构状态通常被分为两类:安全和失效.近年来,为提高可靠性分析效率,诸多学者提出了各种基于代

理模型(如响应面^[2]、Kriging 模型^[3]、支持向量机 SVM^[4]、人工神经网络 ANN 等)的分析方法。然而,现有可靠性分析方法主要针对具有连续响应的结构,而对于具有失稳(即屈曲)破坏的拱结构、桁架结构、薄壳结构等的分析研究甚少。尽管可以采用 SVM 和 ANN 处理结构状态二分类问题,然而 SVM 和 ANN 均需要大量已标注样本才能得到较为精确的分类结果。此外,SVM 仍存在核函数、核参数以及损失函数较难选取等问题。

作为高斯过程的一个分支,高斯过程分类(GPC)不仅具有严格的统计理论基础,还能自适应获取超参数^[5]。然而,GPC 执行推理的时间随训练样本本数的增加呈立方增长。为此,学者们提出了各种自适应试验设计(DoE)策略,如 Kapoor 等^[6]将最易分类错误的点(MEMP)作为新训练样本;Peng 等^[7]将最可能失效点(MPP)添加到 DoE 中。然而,现有 DoE 策略选择出来的训练样本容易聚集,即引起不必要的功能函数评估。此外,对于具有小失效概率结构的可靠性评估,尽管 Yang 等^[8]提出了一种双循环且不依赖于 MPP 的基于 Krging 和重要抽样(IS)的可靠性分析方法,然而目前尚未发现相关基于 GPC 和 IS 的可靠性分析方法。

为此,本文提出了一种单循环的基于 GPC 和 IS 的自适应分析方法,既避免了双循环中优化算法易陷入局部最优解的缺陷,又保证了在分类面附近区域均匀取样。通过某一分段函数验证了所提方法的高效性与准确性,并将其用于评估某深潜环肋耐压圆柱壳结构的失稳概率。

1 基本理论

1.1 高斯过程分类

高斯过程分类通常使用类标签 +1 或 -1 处理二元分类问题,+1 代表结构安全,-1 代表结构失效。给定 N 个训练样本 $\mathbf{X}(\mathbf{X}=[\mathbf{x}_1,\cdots,\mathbf{x}_N])$ 及其类标签 $\mathbf{Y}(\mathbf{Y}=[y_1,\cdots,y_N])$,GPC 通过建立 \mathbf{X} 和 \mathbf{Y} 间的映射关系(即潜函数 $f(\mathbf{x})$)来进行分类。

为对未知样本 \mathbf{x}_* 分类,需由式(1)计算 \mathbf{x}_* 相应潜变量 f_* 的后验分布。

$$p(f_*|\mathbf{X},\mathbf{Y},\mathbf{x}_*)=\int p(f_*|\mathbf{X},\mathbf{x}_*,f)p(f|\mathbf{X},\mathbf{Y})df. \quad (1)$$

式中: f 为训练样本 \mathbf{X} 对应的潜向量($f=[f(\mathbf{x}_1),f(\mathbf{x}_2),\cdots,f(\mathbf{x}_N)]^T$); $p(f_*|\mathbf{X},\mathbf{x}_*,f)$ 为 f_* 的条件先验分布; $p(f|\mathbf{X},\mathbf{Y})$ 为 f 的后验分布。

为求上述积分,GPC 假定条件分布 $p(f|\mathbf{X})$ 服从高斯分布,即

$$p(f|\mathbf{X})=N(\mathbf{0},\mathbf{K}). \quad (2)$$

式中, \mathbf{K} 为协方差矩阵($K_{ij}=k(\mathbf{x}_i,\mathbf{x}_j)$); $k(\cdot)$ 为协方差函数,本文选用应用最广泛的平方指数协方差函数(也称高斯核函数)来计算 \mathbf{K} 。

$k(\mathbf{x}_i,\mathbf{x}_j)=\sigma_f^2\exp\{-\|\mathbf{x}_i-\mathbf{x}_j\|^2/2l^2\}$ 。式(3)中: σ_f 用来控制局部相关程度;指数项用来表征 \mathbf{x}_i 和 \mathbf{x}_j 间的距离相关性,即如果 \mathbf{x}_i 和 \mathbf{x}_j 的距离相对于距离尺度 l 很小,则它们高相关,否则低相关。

由高斯过程可知, f_* 和 f 的联合分布也服从高斯分布,即

$$p(f_*,f|\mathbf{X},\mathbf{x}_*)=N\left(0,\begin{bmatrix}\mathbf{K} & \mathbf{K}_{x_*} \\ \mathbf{K}_{x_*}^T & k_{x_*}\end{bmatrix}\right). \quad (4)$$

式中: $\mathbf{K}_{x_*}=[k(\mathbf{x}_*,\mathbf{x}_1),\cdots,k(\mathbf{x}_*,\mathbf{x}_N)]^T$; $k_{x_*}=k(\mathbf{x}_*,\mathbf{x}_*)$ 。

因此,条件先验分布 $p(f_*|\mathbf{X},\mathbf{x}_*,f)$ 为

$$p(f_*|\mathbf{X},\mathbf{x}_*,f)=N(\mathbf{K}_{x_*}^T\mathbf{K}^{-1}f,k_{x_*}-\mathbf{K}_{x_*}^T\mathbf{K}^{-1}\mathbf{K}_{x_*}). \quad (5)$$

由贝叶斯规则可得 f 的后验分布 $p(f|\mathbf{X},\mathbf{Y})$ 为

$$p(f|\mathbf{X},\mathbf{Y})=p(\mathbf{Y}|f)p(f|\mathbf{X})/p(\mathbf{Y}|\mathbf{X}). \quad (6)$$

式中: $p(\mathbf{Y}|f)=\prod_{h=1}^Np(y_h|f_h)=\prod_{h=1}^N\Phi(y_hf_h)$;
 $p(\mathbf{Y}|\mathbf{X})=\int p(f|\mathbf{X})p(\mathbf{Y}|f)df$ 。

将式(5)和式(6)代入式(1)中,则样本 \mathbf{x}_* 的类标签 y_* 为 +1 的概率为

$$p(y_*=+1|\mathbf{X},\mathbf{Y},\mathbf{x}_*)=\int p(y_*|f_*)p(f_*|\mathbf{X},\mathbf{Y},\mathbf{x}_*)df_*. \quad (7)$$

然而,式(1)和式(7)没有解析解,需采用数值近似法求解上述积分,本文选用 Laplace 近似法。Laplace 采用高斯分布近似 $p(f_*|\mathbf{X},\mathbf{Y},\mathbf{x}_*)$,即

$$p(f_*|\mathbf{X},\mathbf{Y},\mathbf{x}_*)\approx q(f_*|\mathbf{X},\mathbf{Y},\mathbf{x}_*)=N(\mathbf{K}_{x_*}\mathbf{K}^{-1}\hat{f},k_{x_*}-\mathbf{K}_{x_*}^T(\mathbf{K}+\mathbf{W}^{-1})^{-1}\mathbf{K}_{x_*}). \quad (8)$$

式中:

$$\hat{f}=\arg\max\{p(f|\mathbf{X},\mathbf{Y})\};\mathbf{W}=-\nabla\nabla\lg\{p(\mathbf{Y}|\hat{f})\}.$$

因此,式(7)中的分类概率近似为

$$p(y_*=+1|\mathbf{X},\mathbf{Y},\mathbf{x}_*)\approx\int p(y_*|f_*)q(f_*|\mathbf{X},\mathbf{Y},\mathbf{x}_*)df_*=\int\sigma(f_*)q(f_*|\mathbf{X},\mathbf{Y},\mathbf{x}_*)df_*=\Phi(\mu_*/\sqrt{1+\sigma_*^2}). \quad (9)$$

式中, $\sigma(\cdot)$ 为响应函数,本文选择标准正态分布的累积分布函数作为响应函数。

显然,分类概率 0.5 为结构安全与否的界限。

1.2 基于重要抽样的可靠性分析理论

在可靠性分析中,失效概率定义为

$$P_f = \int_{G(\mathbf{x}) \leq 0} f_X(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \approx \hat{P}_f = \int_{\hat{G}(\mathbf{x}) \leq 0} f_X(\mathbf{x}) d\mathbf{x}. \quad (10)$$

式中: $G(\mathbf{x})$ 为结构的性能函数; $f_X(\mathbf{x})$ 为 \mathbf{x} 的联合概率密度函数; $\mathbf{x} = [x^1, \dots, x^M]$, M 为影响结构性能的不确定因素(即随机变量)的个数。

尽管可以采用各种基于 Monte Carlo 采样的方法计算失效概率,但当失效概率很小时(如 $P_f < 10^{-4}$),需大量的 Monte Carlo 样本($> 10^7$)才能得到较为精确的结果。为此,需采用重要抽样等方差缩减技术来减少可靠性评估中随机抽样样本的数量。根据重要抽样,式(10)可改写为

$$\hat{P}_f = \int_{\hat{G}(\mathbf{x}) \leq 0} f_X(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \int I_f(\mathbf{x}) \frac{f_X(\mathbf{x})}{h(\mathbf{x})} h(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \approx \frac{1}{N_{IS}} \sum_{i=1}^{N_{IS}} I_f(\mathbf{x}_i) \frac{f_X(\mathbf{x}_i)}{h(\mathbf{x}_i)}. \quad (11)$$

式中: $I_f(\mathbf{x})$ 为失效指示函数,即 $\hat{G}(\mathbf{x}) \leq 0$ 时, $I_f(\mathbf{x}) = 1$, 否则 $I_f(\mathbf{x}) = 0$; $h(\mathbf{x})$ 为重要抽样密度函数; N_{IS} 为重要抽样样本数。

\hat{P}_f 的方差和变异系数分别为

$$\text{var}(\hat{P}_f) = \frac{1}{N_{IS}} \left(\frac{1}{N_{IS}} \sum_{i=1}^{N_{IS}} I_f(\mathbf{x}_i) \left(\frac{f_X(\mathbf{x}_i)}{h(\mathbf{x}_i)} \right)^2 - \hat{P}_f^2 \right), \quad (12)$$

$$\delta_{\hat{P}_f} = \sqrt{\text{var}(\hat{P}_f)} / \hat{P}_f. \quad (13)$$

2 基于 GPC 和 IS 的自适应分析方法

2.1 所提自适应 DoE 策略

现有基于 GPC 的自适应 DoE 策略主要包含两种:基于最可能失效点(GPC + MPP)和基于最易分类错误点(GPC + MEMP)。

在可靠性分析中,MPP 是对失效概率影响最大的点,且 MPP 附近区域高斯过程分类器的拟合精度直接影响着失效概率估计的准确性。因此,文献[7]将 MPP 作为新训练样本,其可由式(14)近似获取。

$$\left. \begin{array}{l} \max, \quad f_X(\mathbf{x}); \\ \text{s. t.} \quad p(y = +1 | \mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{x}) < 0.5. \end{array} \right\} \quad (14)$$

由式(9)可知,分类概率越接近 0.5,其类标签越容易分类错误。因此,文献[6]将满足式(15)的点,即最易分类错误的点 MEMP 作为新训练样本。

$$\mathbf{x} = \arg \min \Phi(|\mu| / \sqrt{1 + \sigma^2}). \quad (15)$$

然而,上述选点策略存在一些缺陷:1) 他们的候补样本集是基于 Monte Carlo 采样得到的,难以应用于小失效概率评估;2) 选择出来的训练样本容易聚集,从而增加不必要的功能函数评估次数。为此,本文提出采用马尔科夫链蒙特卡洛法(MCMC)和欧式距离来避免上述缺陷。

由上述可知,高斯过程分类器在分类概率为 0.5 处的拟合精度对失效概率估计的准确性起决定性影响。因此,应将分类概率为 0.5 的样本作为候补样本。为此,本文采用 MCMC 法产生 N_{CS} 个满足式(16)的样本并将其作为候补样本集。

$$|p(y = +1 | \mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{x}) - 0.5| \leq [\varepsilon]. \quad (16)$$

式中, $[\varepsilon]$ 取为 0.01。

为避免训练样本聚集,本文提出采用欧式距离来保证取样均匀性,其中欧式距离为

$$d = |\mathbf{x}_c - \mathbf{x}_t|. \quad (17)$$

式中: \mathbf{x}_c 为候补样本; \mathbf{x}_t 为现有训练样本。

因此,本文将满足式(18)的点作为新训练样本,

$$\mathbf{x}_{\text{new}} = \arg \max \{ \bar{\Phi} \bar{d} \}. \quad (18)$$

式中, $\bar{\Phi}, \bar{d}$ 分别为 $\Phi(\mathbf{x})$ 和 d 标准化后的值,标准化的主要目的是消除他们之间数量级差异的影响。 $\bar{\Phi}, \bar{d}$ 可由式(19)得到,

$$\left. \begin{array}{l} \bar{\Phi} = \frac{|\Phi(\mathbf{x}) - \max(\Phi(\mathbf{x}))|}{\max(\Phi(\mathbf{x})) - \min(\Phi(\mathbf{x}))}, \\ \bar{d} = \frac{d_{\min} - \min(d_{\min})}{\max(d_{\min}) - \min(d_{\min})}, \\ \Phi(\mathbf{x}) = |\Phi(\mu / \sqrt{1 + \sigma^2}) - 0.5| \end{array} \right\}. \quad (19)$$

式中, d_{\min} 为 \mathbf{x}_c 距 DoE 中所有训练样本的最短距离。

2.2 基于核密度估计的重要抽样

重要抽样的核心是重要抽样密度函数 $h(\mathbf{x})$ 的构造,理论上最优 $h(\mathbf{x})$ 为

$$h(\mathbf{x}) = I_f(\mathbf{x}) f_X(\mathbf{x}) / P_f. \quad (20)$$

式(20)因包含真实失效概率而难以获取。为此,本文引入核密度估计(KDE)^[8]来构造准最优 $\hat{h}(\mathbf{x})$ 。

基于构造的高斯过程分类器,通过 MCMC 产生 N_k 个失效样本(本文取 $N_k = 2000$),则由核密度估计得到的准最优 $\hat{h}(\mathbf{x})$ 为

$$\hat{h}(\mathbf{x}) = \frac{1}{N_k} \sum_{i=1}^{N_k} \frac{1}{\omega^M} K\left(\frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_i}{\omega}\right). \quad (21)$$

式中: ω 为带宽; $K(\cdot)$ 为核概率密度函数,本文选取正态分布的概率密度函数作为 $K(\cdot)$,其表达式为

$$K(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^M |\boldsymbol{\Sigma}|}} \exp\left(-\frac{\mathbf{x}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{x}}{2}\right). \tag{22}$$

带宽 ω 可由最小化平均积分平方误差获取,

$$\omega = \arg \min(E[\int (\hat{h}(\mathbf{x}) - h(\mathbf{x}))^2 d\mathbf{x}]). \tag{23}$$

2.3 停止准则

现有停止准则主要有两种,然而它们由于其固有缺陷而难以被工程实际所采纳.

1) 功能函数调用次数达到某一规定的阈值^[9]. 显然,若规定的阈值过小,则易错估失效概率;反之,引起不必要的功能函数评估.

2) 前后两次迭代失效概率估计的相对误差小于某一阈值^[7],即

$$|\hat{P}_f^i - \hat{P}_f^{i-1}| / \hat{P}_f^i \leq [\varepsilon_{\text{thr}}]. \tag{24}$$

显然,若选择的新训练样本对高斯过程分类器的精度改善甚微,则提前终止迭代且得到错误的失效概率估计.

为此,本文基于失效概率估计的稳定性,提出了一种新的、更加精确的停止准则,即

$$\varepsilon = \max\left\{\left|\hat{P}_f^a - \frac{1}{N} \sum_{j=i}^{i+N_p-1} \hat{P}_f^j\right| / \left(\frac{1}{N_p} \sum_{j=i}^{i+N_p-1} \hat{P}_f^j\right)\right\} \leq [\delta]. \tag{25}$$

式中: $\frac{1}{N_p} \sum_{j=i}^{i+N_p-1} \hat{P}_f^j$ 为第 i 次迭代及后续 $N_p - 1$ 次迭代得到的失效概率估计的平均值; \hat{P}_f^a ($a \in \{i, i+1, \dots, i+N_p-1\}$) 为这 N_p 次迭代中某次迭代得到的失效概率估计; ε 为最大相对稳定性. 只要 ε 小于阈值 $[\delta]$, 即失效概率趋于稳定, 则停止迭代, 本文取 $[\delta]$ 为 0.03. 此外, N_p 不宜过大或过小, 本文令 N_p 为 10.

\hat{P}_f 的相对误差定义为

$$\varepsilon_{\hat{P}_f} = |\hat{P}_f - \hat{P}_f^{\text{IS}}| / \hat{P}_f^{\text{IS}}. \tag{26}$$

式中, \hat{P}_f^{IS} 为由基于核密度估计的重要抽样 (KDE - IS) 得到的失效概率, 本文将其作为精度比较的“真值”.

2.4 所提自适应分析方法

本文所提自适应分析方法的基本步骤如下:

步骤 1 通过 Nataf 变换将非独立随机变量转换为独立标准正态变量, 采用拉丁超立方抽样随机生成 N 个初始训练样本 $\mathbf{S}_{\text{DoE}} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N]$ 并调用真实功能函数获取类标签 $\mathbf{Y}_{\text{DoE}} = [y_1, y_2, \dots, y_N]$.

步骤 2 基于现有 DoE, 构造高斯过程分类器, 采用 MCMC 法产生 N_k 个失效样本, 并由式 (21) ~ (23) 构造准最优重要抽样密度函数

$\hat{h}(\mathbf{x})$. 根据式 (11) 计算失效概率, 如果不满足停止条件 (25), 则继续下一步, 否则跳到步骤 4.

步骤 3 基于当前高斯过程分类器, 应用 MCMC 法生成 N_{CS} 个满足式 (16) 的候补样本 (本文令 $N_{\text{CS}} = 3\,000$). 根据式 (18) 选择新训练样本, 调用功能函数获取其对应的真实类标签, 并将新训练样本添加到 DoE 中, 返回步骤 2.

步骤 4 由式 (13) 计算 \hat{P}_f 的变异系数 $\delta_{\hat{P}_f}$, 如果 $\delta_{\hat{P}_f} \leq 0.03$, 则停止迭代并输出相关结果, 否则扩大重要抽样样本数并返回步骤 2.

3 算例验证

以一段函数为例, 验证所提自适应分析方法的准确性及高效性, 其表达式为^[10-11]

$$G(\mathbf{x}) = \begin{cases} -4 - 4(x_1 - 1)^2 / 25 - x_2, \\ \{(x_1 - 15)^2 + (x_2 - 5)^2 \geq 19.7^2\}; \\ 38 - \exp(-x_1^2 / 10) - (x_1 / 5)^4 + x_2, \\ \{(x_1 - 15)^2 + (x_2 - 5)^2 < 19.7^2\}. \end{cases} \tag{27}$$

式中, x_1, x_2 相互独立且均服从标准正态分布.

取 12 个拉丁超立方样本作为初始训练样本, 且每种方法各运行 10 次以消除由不同初始训练样本及候补样本的随机性所产生的影响, 其中 GPC + MPP 和 GPC + MEMP 以基于核密度估计的重要抽样 (KDE - IS) 生成的重要抽样样本作为候补样本. 不同方法运行 10 次的平均结果如表 1 所示. 此外, 图 1a, 1b 还分别显示了由不同方法得到的失效概率估计和最大相对稳定性 ε 随迭代次数 N_{it} 的变化趋势. 显然, 由表 1 和图 1b 可知, 所提方法在满足失效概率分析精度要求的同时, 还需要更少的功能函数评估次数. 图 2 比较了不同方法在调用真实功能函数 28 次时 DoE 中训练样本的分布及预测的高斯过程分类边界. 显然, 所提自适应分析方法选择的训练样本分布更均匀且能更好地收敛到真实分类边界, 即需要调用真实功能函数次数更少.

表 1 不同方法运行 10 次的平均结果
Table 1 Average results of 10 runs of different methods

方法	N_{call}	$\hat{P}_f \times 10^5$	$\delta_{\hat{P}_f} / \%$	$\varepsilon_{\hat{P}_f} / \%$
KDE - IS	1.2×10^5	5.709	1.40	—
GPC + MPP	> 112	5.377	1.43	5.82
GPC + MEMP	70.15	5.834	1.36	2.19
所提方法	58.69	5.822	1.42	1.98

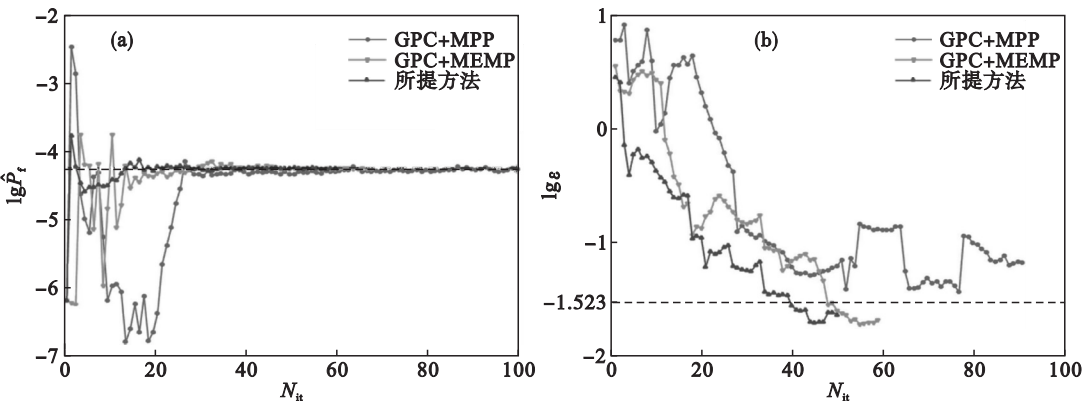


图 1 \hat{P}_f 和 ϵ 随 N_{it} 的变化
Fig. 1 Variations of \hat{P}_f and ϵ with N_{it}

(a)— \hat{P}_f 随 N_{it} 的变化; (b)— ϵ 随 N_{it} 的变化.

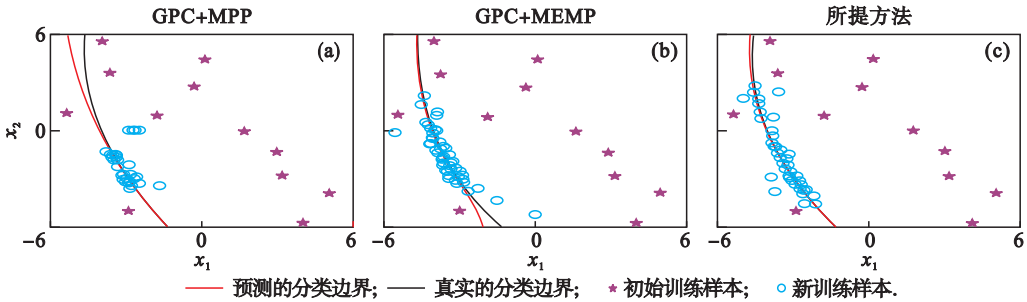


图 2 不同方法下训练样本的分布及预测的高斯过程分类边界

Fig. 2 Distribution of training samples and predicted Gaussian process classification boundary with different methods

(a)—GPC + MPP; (b)—GPC + MEMP; (c)—所提方法.

4 环肋耐压圆柱壳失稳概率分析

某深潜环肋耐压圆柱壳结构采用矩形肋骨,其截面如图 3 所示,其中, r 为耐压壳体内径, t 为耐压壳厚度, l 为肋骨间距, a 为肋骨高度, b 为肋骨宽度.各参数及环肋耐压圆柱壳所受外部压力 p 均服从正态分布,相应分布参数如表 2 所示^[12].

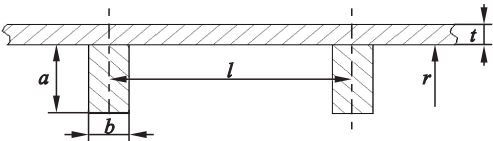


图 3 矩形环肋圆柱壳结构截面形状

Fig. 3 Section of cylindrical shell with rectangular ring ribs

表 2 各随机变量的分布特征

Table 2 Distribution of random variables

变量	均值	标准差
t/mm	2.7	0.01
r/mm	533.4	2.00
l/mm	120.0	0.50
a/mm	17.0	0.10
b/mm	11.0	0.10
p/MPa	5.4	0.06

为评估该型环肋耐压圆柱壳结构的失稳概率,需采用 ANSYS 中的更符合工程实际和更具应用价值的非线性屈曲分析来分析其稳定性.由于环肋耐压圆柱壳结构的对称性,仅建立其 1/4 有限元模型,如图 4 所示.模型材料为某高强度钢,其弹性模量为 $2.0 \times 10^5 \text{ MPa}$,泊松比为 0.3,屈服强度为 785 MPa.圆柱壳采用壳单元 shell181 建模,矩形肋骨采用 beam188 单元建模.模型一端固定约束,另一端允许轴向位移,1/4 截面处施加对称约束,壳结构外表面上施加压力载荷.

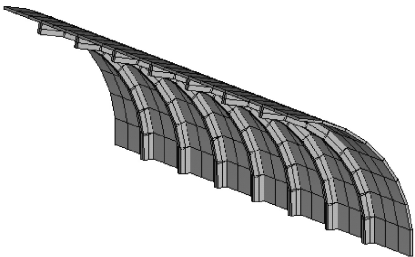


图 4 四分之一有限元模型

Fig. 4 Quarter finite element model

由 ANSYS 中非线性屈曲分析得到的该型环肋耐压圆柱壳结构在稳定和失稳时的节点位移云

图分别如图 5、图 6 所示。其中,图 6 中该型环肋耐压圆柱壳结构的失稳类型为整体失稳。

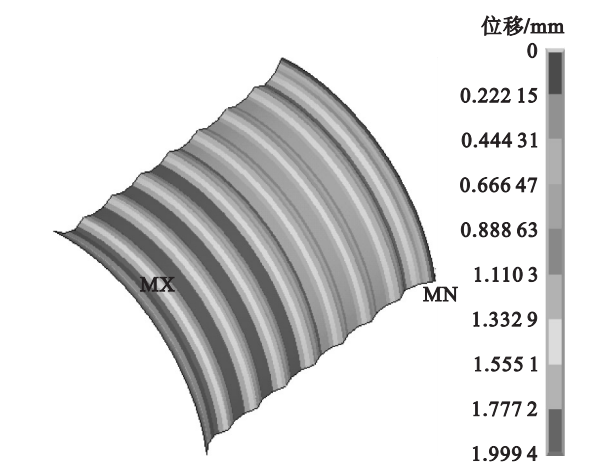


图 5 稳定时节点位移云图
Fig. 5 Cloud diagram of node displacement at stability

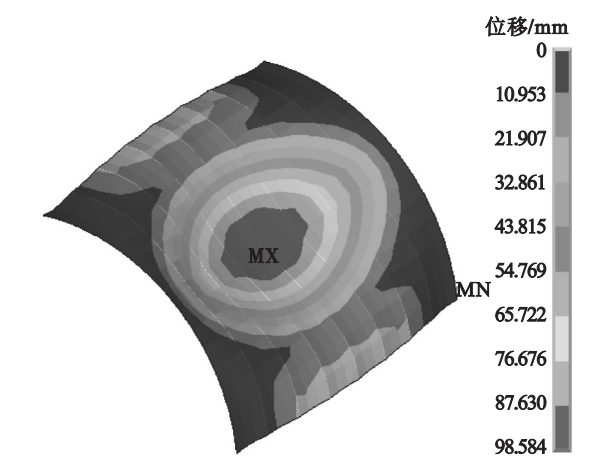


图 6 失稳时节点位移云图
Fig. 6 Cloud diagram of node displacement at instability

通过建立该型环肋耐压圆柱壳结构参数化有限元模型及 MATLAB 和 ANSYS 的联合仿真,基于所提分析方法,评估其失稳概率.为此,在标准正态空间内通过拉丁超立方抽样随机选取 30 个初始训练样本并调用 ANSYS 仿真得到其相应最大节点位移;构造初始高斯过程分类器,根据 2.1 节所提自适应 DoE 策略选择新训练样本,调用 ANSYS 获取最大节点位移并加入到 DoE 中.经过 238 次循环仿真后,满足收敛条件,即迭代停止,所得该型深潜环肋耐压圆柱壳结构的失稳概率约为 8.242×10^{-5} .

5 结 论

1) 通过某一分段函数表明,所提方法在满足失效概率分析精度要求的同时还极大地提高了分

析效率,避免了不必要的功能函数评估.

2) 将所提自适应分析方法应用于评估某型深潜环肋耐压圆柱壳结构的失稳概率,结果表明:所提方法能够很好地适用于工程实际,这为预防潜艇失稳、缩短新型潜艇的研制周期及解决潜艇下潜的稳定性评估提供了一种切实可行的分析方法.

参考文献:

[1] 季林帅. 深潜耐压圆柱壳极限承载力研究[D]. 镇江: 江苏科技大学, 2015.
(Ji Lin-shuai. Research on the ultimate bearing capacity of deep submergence pressure cylinder shell [D]. Zhenjiang: Jiangsu University of Science and Technology, 2015.)

[2] Guimarães H, Matos J C, Henriques A A. An innovative adaptive sparse response surface method for structural reliability analysis[J]. *Structural Safety*, 2018, 73: 12 – 28.

[3] Zhang Y B, Sun Z L, Yan Y T, et al. An efficient adaptive reliability analysis method based on Kriging and weighted average misclassification rate improvement[J]. *IEEE Access*, 2019, 7(1): 94954 – 94965.

[4] Roy A, Manna R, Chakraborty S. Support vector regression based metamodeling for structural reliability analysis [J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2019, 55: 78 – 89.

[5] Anh N T N, Salim B A, Lam P S. A scalable hierarchical Gaussian process classifier[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2019, 67(11): 3042 – 3057.

[6] Kapoor A, Grauman K, Urtasun R, et al. Gaussian processes for object categorization [J]. *International Journal of Computer Vision*, 2009, 88(2): 169 – 188.

[7] Peng L F, Su G S, Zhao W. Fast analysis of structural reliability using Gaussian process classification based dynamic response surface method [J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2014, 501/502/503/504: 1067 – 1070.

[8] Yang X F, Liu Y S, Mi C Y, et al. Active learning Kriging model combining with kernel-density-estimation-based importance sampling method for the estimation of low failure probability[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2018, 140(5): 051402.

[9] Li X, Gong C L, Gu L X, et al. A sequential surrogate method for reliability analysis based on radial basis function [J]. *Structural Safety*, 2018, 73: 42 – 53.

[10] Guan X L, Melchers R E. Effect of response surface parameter variation on structural reliability estimates [J]. *Structural Safety*, 2001, 23(4): 429 – 444.

[11] Yuan X K, Lu Z Z, Zhou C C, et al. A novel adaptive importance sampling algorithm based on Markov chain and low-discrepancy sequence [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2013, 29(1): 253 – 261.

[12] 毛昭勇, 卫超, 樊瑜, 等. 基于多失效模式的水下航行器耐压壳体结构可靠性研究[J]. *机械强度*, 2013, 35(6): 783 – 788.
(Mao Zhao-yong, Wei Chao, Fan Yu, et al. Study on reliability of the cylindrical pressure hull with multiple failure modes correlated for underwater vehicles [J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2013, 35(6): 783 – 788.)