

轴承-转子系统中滚动球轴承的动力学相似设计

罗 忠, 陈晓兵, 于清文, 张海军

(东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘 要: 针对轴承-转子系统缩尺模型中轴承的动力学相似设计问题, 基于量纲分析法和相似 π 定理, 建立了轴承-转子系统中滚动球轴承模型的动力相似准则, 获得了滚动球轴承模型与原型各动力参数的相似关系. 在此基础上根据滚动球轴承刚度计算公式得出刚度与基本参数之间的相似关系, 并进行了滚动球轴承接触变形和最小油膜厚度的数值验证. 最后通过设计实例说明了所建立的相似关系在实际轴承-转子模型设计中的有效性和实用性.

关 键 词: 滚动球轴承; 轴承-转子系统; 动力学相似; 刚度; 设计

中图分类号: TH 113

文献标志码: A

文章编号: 1005-3026(2013)09-1296-04

Dynamic Similarity Design of Rolling Ball Bearing in Bearing-Rotor System

LUO Zhong, CHEN Xiao-bing, YU Qing-wen, ZHANG Hai-jun

(School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China.

Corresponding author: CHEN Xiao-bing, E-mail: yibuliuxin@sina.com)

Abstract: For bearing dynamic similarity design problem of bearing-rotor system scale model, the dynamic similar criterion of rolling ball bearing was established on the basis of dimensional analysis and similarity π theorem. Similar relations of all dynamic parameters between the model and prototype were obtained. Based on stiffness calculation formula of rolling ball bearing, similar relations between stiffness and basic parameters were achieved. Meanwhile the contact total deformation and minimum oil film thickness were calculated and verified. The validity and practicability of the as-established relations are illustrated in design of actual bearing-rotor model through a design example.

Key words: rolling ball bearing; bearing-rotor system; dynamic similarity; stiffness; design

轴承-转子系统是航空发动机、压缩机和水轮机等大型旋转机械装备中的核心部件,其动力学问题仅靠理论上的解析和数值模拟不能解决,必须结合物理试验研究.然而,在工程实际中,直接采用原型进行试验存在很大局限性:几何尺寸的限制、旋转台动力和空间的限制、试验难度大、试验成本高以及试验周期长等.因此采用相似模型试验是常规的研究方法^[1].而滚动球轴承是轴承-转子系统的重要支撑件,对其进行动力学相似问题研究尤为重要^[2-3].

关于轴承动力学相似研究的开展时间较早,但

文献并不多见.早在1969年,Constantinescu得出动压滑动轴承定常气体润滑膜的相似准则^[4].1980年,Gross等采用量纲分析法也进行了类似的分析^[5].2006年,杨茹萍等基于相似理论,得到模型保持架和实物保持架各动力参数的相似关系,并进行了保持架模型动态特性试验^[6-7].2009年,姚世卫等针对舰船尾部滚动轴承运用相似理论推导出相应相似准则,并建立了试验台架模拟实船尾部轴承受力和润滑的关系^[8].

前期学者的研究均为基于完全几何相似的轴承动力学相似问题,而在实际工程应用中,轴承大

收稿日期: 2013-02-22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51105064); 国家重点基础研究发展计划项目(2012CB026000); 辽宁省自然科学基金资助项目(201202056).

作者简介: 罗 忠(1978-),男,内蒙古集宁人,东北大学副教授,博士.

多为标准件,很难满足完全几何相似. 本文以轴承-转子系统及其缩尺模型中的滚动球轴承为研究对象,以量纲分析法和相似 π 定理为理论基础,建立缩尺模型系统与原型系统中滚动球轴承的动力学相似关系,并进行数值验证.

1 模型建立

滚动球轴承为组合件,其结构简图如图1所示,其中, d_m 为轴承中径, D_b 为滚珠直径, β 为轴承滚珠的工作接触角, z 为滚珠数, ω 为轴承的转动速度, Q 为径向载荷, δ 为轴承接触变形;图中虚线表示受载后内圈位置.

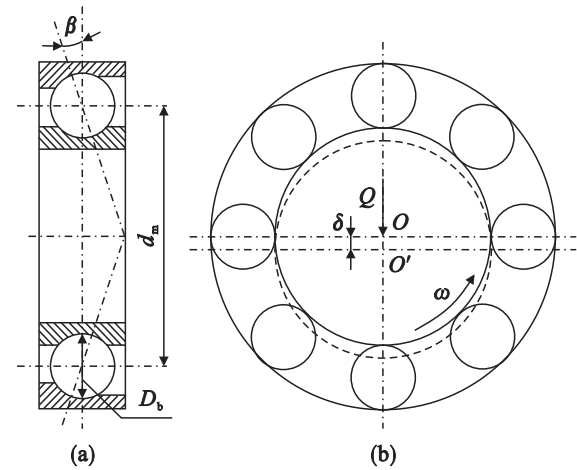


图1 滚动球轴承结构简图

Fig. 1 Structural sketch of rolling ball bearing
(a) —主视图; (b) —左视图.

- 为便于说明问题,作如下假设:
- 1) 受载时,轴承座和转轴变形忽略不计,润滑油参数保持不变;
 - 2) 服从内圈滚道控制假设,即轴承滚珠在外圈既有滚动又有自旋运动,在内圈为纯滚动;
 - 3) 不计滚珠径向间隙.

1.1 接触变形方程

由 Hertz 接触理论知,在弹性范围内滚动球轴承接触变形 δ 与径向载荷 Q 之间的关系为^[9]

$$\delta = (Q/a)^{2/3}, \tag{1}$$

$$a = k' z D_b^{\frac{1}{3}} \cos \beta. \tag{2}$$

式中, k' 为与轴承结构参数和材料参数有关的比例系数.

1.2 滚珠惯性载荷

滚珠惯性载荷主要包括由于转动引起的离心力和陀螺力矩,其受载示意图如图2所示.

- 1) 离心力. 滚珠所受离心力 F_c 为

$$F_c = b \omega^2, \tag{3}$$

$$b = \frac{\pi}{48} \rho z D_b^3 d_m. \tag{4}$$

式中 ρ 为滚珠的材料密度,标准轴承材料一般为钢, $\rho = 7.8 \times 10^{-6} \text{ kg/mm}^3$.

- 2) 陀螺力矩. 单个滚珠的陀螺力矩可表示为^[9]

$$M_g = c \omega^2, \tag{5}$$

$$c = \frac{J d_m}{4 D_b} \left(1 - \frac{D_b}{d_m} \cos \beta \right) \left(1 + \frac{D_b}{d_m} \cos \beta \right) \sin \beta'. \tag{6}$$

式中: J 为滚珠的转动惯量; β' 为滚珠的姿态角.

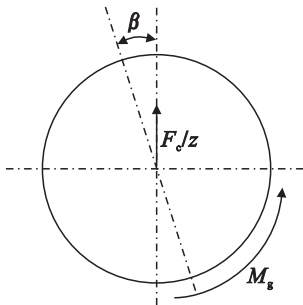


图2 滚珠某一位置惯性受载示意图
Fig. 2 Schematic of a ball under inertia load in a certain position

1.3 油膜力方程

如图3所示,根据弹性流体润滑理论,在等温且供油充足的条件下,滚珠与内外环之间的最小油膜厚度 h_{min} 为^[10]

$$h_{min} = 3.63 R U^{0.68} G'^{0.49} W'^{-0.037} (1 - e^{-0.68k}). \tag{7}$$

式中: R 为沿运动方向的当量曲率半径; U 为无量纲速度参数; G' 为无量纲材料参数; W' 为无量纲负荷参数; k 为椭圆率.

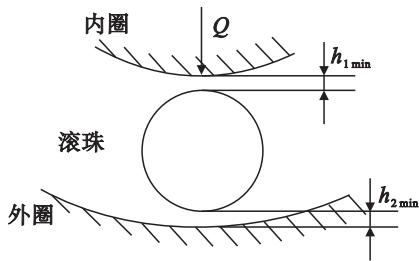


图3 滚珠与内外环最小油膜厚度
Fig. 3 Minimum oil film thickness between ball and inner or outer ring

式(7)可写成6个参数($D_b, d_m, z, \beta, \omega, Q$)的函数表达式,即

$$h_{min} = f(D_b, d_m, z, \beta, \omega, Q). \tag{8}$$

2 动力学相似关系建立

由前面分析可知,影响滚动轴承动力特性的

因素很多,需建立相应的相似关系.具体包括:轴承基本参数 (a,b,c) 、径向载荷 Q 、内圈转速 ω 、轴承接触变形 δ 和最小油膜厚度 h_{\min} 、滚珠离心力 F_c 、陀螺力矩 M_g 、重力加速度 g 和时间 t 等.其各参数之间的关系式可表示为

$$f(M_g,Q,F_c,g,\delta,h_{\min},a,b,c,\omega,t)=0.$$

(9)

取质量量纲 $[M]$,长度量纲 $[L]$ 和时间量纲 $[T]$ 作为基本量纲,则滚动球轴承的基本量纲如表 1 所示.

表 1 滚动球轴承的基本量纲

Table 1 The basic dimension of rolling ball bearing

量纲	M_g	Q	F_c	g	δ	h_{\min}
$[T]$	-2	-2	-2	-2	0	0
$[L]$	2	1	1	1	1	1
$[M]$	1	1	1	0	0	0

量纲	a	b	c	ω	t	-
$[T]$	-2	0	0	-1	1	-
$[L]$	-1/2	1	2	0	0	-
$[M]$	1	1	1	0	0	-

选取 Q,δ,ω 作为独立量,通过分析其余参数的因次,得到滚动球轴承的相似准则:

$$\left. \begin{aligned} \pi_1 &= \frac{M_g}{Q\delta}; \pi_2 = \frac{F_c}{Q}; \pi_3 = \frac{g}{\delta\omega^2}; \\ \pi_4 &= \frac{h_{\min}}{\delta}; \pi_5 = \frac{bg}{Q\delta}; \pi_6 = \frac{cg}{Q\delta^2}; \\ \pi_7 &= \frac{a}{Q\delta^{-3/2}}; \pi_8 = \omega t. \end{aligned} \right\}$$

(10)

由于原型及模型处于同一重力场,故取自由落体加速度值为不变值,由式(10)中的相似准则可得滚动球轴承相似比:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_g &= 1; \lambda_{M_g} = \lambda_Q \lambda_\delta; \lambda_{F_c} = \lambda_Q; \\ \lambda_{h_{\min}} &= \lambda_\delta; \lambda_\delta \lambda_\omega^2 = 1; \lambda_a = \lambda_Q \lambda_\delta^{-3/2}; \\ \lambda_b &= \lambda_Q \lambda_\delta; \lambda_c = \lambda_Q \lambda_\delta^2; \lambda_\omega \lambda_t = 1. \end{aligned} \right\}$$

(11)

设轴承原型及模型的材料相同,即弹性模量、泊松比、密度等材料参数相同,考虑式(2)和式(4)可得

$$\lambda_a = \lambda_z \lambda_{D_b}^{1/2} \lambda_{\cos\beta}; \lambda_b = \lambda_z \lambda_{D_b}^3 \lambda_{d_m}.$$

(12)

将式(12)代入式(11)表达式,联立求解得

$$\left. \begin{aligned} \lambda_Q &= \lambda_z \lambda_{D_b}^2 \lambda_{d_m}^{3/5} \lambda_{\cos\beta}^{2/5}, \\ \lambda_{h_{\min}} &= \lambda_\delta = \lambda_{D_b} \lambda_{d_m}^{2/5} \lambda_{\cos\beta}^{-2/5}. \end{aligned} \right\}$$

(13)

由式(11)中 $\lambda_\delta \lambda_\omega^2 = 1$,得

$$\lambda_\omega = \lambda_\delta^{-1/2} = \lambda_{D_b}^{-1/2} \lambda_{d_m}^{-1/5} \lambda_{\cos\beta}^{1/5}.$$

(14)

根据轴承刚度定义及计算公式^[10]可得

$$\lambda_k = \lambda_z \lambda_{D_b} \lambda_{d_m}^{1/5} \lambda_{\cos\beta}^{4/5}.$$

(15)

式(13),式(14)及式(15)为滚动球轴承的动力学相似关系的基本表达式.

3 数值验证

为验证以上所建立的相似关系,选取型号为 6020 和 6208 的深沟球轴承分别作为原型及模型,其具体参数如表 2 所示.

表 2 原型与模型轴承参数对照表

Table 2 Bearing parameters of the prototype and model

型号	中径 d_m mm	滚球直径 D_b mm	滚球个数 z	接触角余弦值 $\cos\beta$
6020	125	16	14	1
6208	60	12	9	1

采用赫兹接触理论计算同一转速、不同载荷作用下接触变形 $\delta^{[11]}$,计算结果如图 4 所示.结果表明,模型对原型接触变形的预测误差在 1.5% 左右,满足实际应用要求.

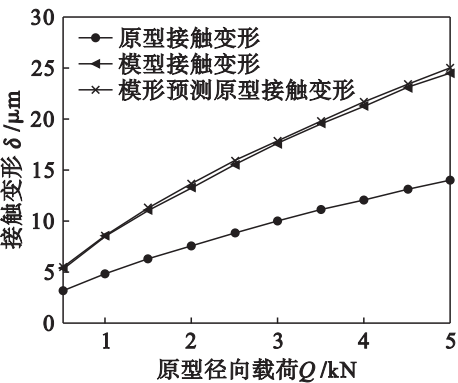


图 4 接触变形曲线
Fig. 4 The curves of contact total deformation

根据点接触油膜厚度理论计算同一载荷不同转速作用下最小油膜厚度 $h_{\min}^{[10]}$,计算结果如图 5 所示.结果表明,模型对原型最小油膜厚度值的预测误差在 11% 左右,误差较大的主要原因是由于计算最小油膜厚度时未考虑滚珠离心力的影响,实际应用时应给予修正.

4 设计实例

设轴承-转子系统如图 6 所示,轴的直径 $d = 60\text{ mm}$,总长度 $L = 200\text{ mm}$,自重 $G = 800\text{ N}$,转速 $\omega = 1\text{ 000 r/s}$;转子两端轴承型号为 6212 深沟球轴承,基本参数 $d_m = 85\text{ mm}$, $D_b = 11\text{ mm}$, $z = 10$, $\cos\beta = 1$,支撑刚度设为 k .现需搭建缩比为 1/2 的轴承-转子相似模型.

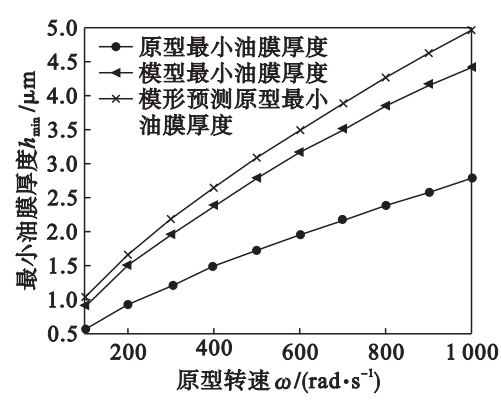


图 5 最小油膜厚度曲线

Fig. 5 The curves of minimum oil film thickness

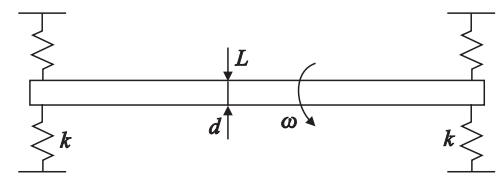


图 6 轴承－转子系统简图

Fig. 6 Sketch of bearing-rotor system

由于轴承为标准件,不可能满足完全几何相似,根据式(10)和式(11)初选取型号为 61806 深沟球轴承作为模型系统的轴承,其基本参数:
 $d_m=36\text{ mm};D_b=3.5\text{ mm};z=18;\cos\beta=1$.

根据式(13)~式(15)求得相似比:
 $\lambda_G=0.109;\lambda_\omega=2.105;\lambda_k=0.482$. (16)

由于要搭建缩比为 1/2 的相似模型系统,所以轴承的相似关系须满足^[1]:

$$\lambda_G=\lambda_L^3=\frac{1}{8};\lambda_\omega=\frac{1}{\lambda_L}=2;\lambda_k=\lambda_L=\frac{1}{2}. \quad (17)$$

式(16)和式(17)的结果非常接近,即该轴承的相似比满足设计要求,因此可将型号为 61806 的轴承应用于该轴承－转子模型设计中.

5 结 论

- 1) 建立了轴承－转子系统中滚动球轴承的动力学相似关系,并在不同载荷作用下验证了本文所建立相似关系的准确性.
- 2) 在不同转速作用下,相似模型对最小油膜厚度的预测值误差较大(11%左右),其主要原因是未考虑离心力的影响,实际应用时应结合实验进行修正.

3) 通过具体实例应用,说明本文所建立相似关系在实际轴承－转子模型设计中的有效性和实用性.

参考文献:

[1] 罗忠,闫宇龙,韩清凯,等. 轴承－转子系统的动力学相似及其轴承参数的影响分析[J]. 振动与冲击,2012,31(sup):12-16.
(Luo Zhong,Yan Yu-long,Han Qing-kai,et al. Analysis of dynamic similarity of the bearing-rotor system and its effects of bearing parameters[J]. *Journal of Vibration and Shock*,2012,31(sup):12-16.)

[2] Lin G,Zhou J,Fan C Y. Dynamic model rupture test and safety evaluation of concrete gravity dams [J]. *Dam Engineering*,1993,4(3):769-786.

[3] Giancarlo G. Dynamics of rotating systems[M]. New York: Springer Science Business Media Inc,2005.

[4] Constantinescu V N. Gas lubrication [M]. New York: American Society of Mechanical Engineering,1969.

[5] Gross W A, Matsch L A, Castelli V, et al. Fluid film lubrication[M]. New York: John Wiley & Sons, Inc,1980.

[6] 杨茹萍,邓四二,唐六,等. 轴承保持架模型动力相似理论分析[J]. 轴承,2006(2):5-7.
(Yang Ru-ping,Deng Si-er,Tang Liu,et al. Dynamic similarity theory analysis of bearing cage model [J]. *Bearing*,2006(2):5-7.)

[7] 杨茹萍,邓四二,马富建,等. 轴承组件轴承保持架放尺模型试验研究[J]. 航空动力学报,2007,22(4):666-671.
(Yang Ru-ping,Deng Si-er,Ma Fu-jian,et al. Research on bearing cage through expanded-model test [J]. *Journal of Aerospace Power*,2007,22(4):666-671.)

[8] 姚世卫,王贤锋,马斌,等. 舰船尾部轴承试验相似准则研究[J]. 舰船科学技术,2002,24:53-57.
(Yao Shi-wei,Wang Xian-feng,Ma Bin,et al. The research on ship stern bearing by using similarity standard [J]. *Ship Science and Technology*,2002,24:53-57.)

[9] Jones A B. A general theory for elastically constrained ball and radial roller bearings under arbitrary load and speed conditions[J]. *Journal of Basic Engineering*,1960,82(1):309-320.

[10] 戴曙. 机床滚动轴承应用手册[M]. 北京:机械工业出版社,1992.
(Dai Shu. Machine rolling bearing application manual[M]. Beijing:China Machine Press,1992.)

[11] 李昌,孙学礼. 深沟球轴承动态有限元数字仿真[J]. 东北大学学报:自然科学版,2008,29(11):1625-1628.
(Li Chang,Sun Xue-li. Dynamic finite element numerical simulation for bearings with deep ball filling slots [J]. *Journal of Northeastern University:Natural Science*,2008,29(11):1625-1628.)