

基于快速分裂 Bregman 迭代的全变差正则化 SENSE 磁共振图像重建

吴春俐, 朱学欢, 翟江南, 丁 山

(东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘 要: 在并行磁共振成像中, 由于敏感度编码 (SENSE) 重建过程的病态性, 当加速因子增大时, 其重建图像的信噪比将会明显降低. 通过深入分析全变差 (TV) 正则化的 SENSE 重建模型, 引入一种高效快速的分裂 Bregman 迭代算法来得到优化解, 进而有效改善图像重建效果. 分别对磁共振的体模数据和大脑数据进行仿真实验研究. 结果表明, 与传统 TV 正则化 SENSE 重建相比, 此算法不但迭代次数少、收敛速度快, 而且能够有效消除混叠伪影, 提高图像信噪比并减小归一化均方误差.

关 键 词: 敏感度编码 (SENSE); 磁共振图像重建; 全变差正则化; 人工时间演化法; 分裂 Bregman 迭代

中图分类号: TN 911.73

文献标志码: A

文章编号: 1005-3026(2014)01-0024-05

Total Variation Regularized SENSE MRI Reconstruction Based on Fast Split Bregman Iteration

WU Chun-li, ZHU Xue-huan, ZHAI Jiang-nan, DING Shan

(School of Information Science & Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China. Corresponding author: WU Chun-li, E-mail: wuchunli@mail.neu.edu.cn)

Abstract: In parallel magnetic resonance imaging (MRI), the signal to noise ratio (SNR) of reconstruction image would be obviously reduced under the high acceleration factors because of the ill-posed problem in the process of sensitivity encoding (SENSE) reconstruction. Through in-depth analysis of total variation (TV) regularized SENSE reconstruction model, an efficient and fast split Bregman iteration algorithm was introduced to obtain the optimal solution and effectively improve the image reconstruction results. The simulation experiments were carried on the phantom data and brain data of MRI, respectively. The experimental results demonstrated that compared with the traditional TV regularized SENSE reconstruction algorithm, the proposed algorithm not only has fewer iterations and faster convergence speed, but also can alleviate the aliasing artifacts, significantly improves the SNR and decreases the normalized mean squared error of reconstruction image.

Key words: sensitivity encoding (SENSE); magnetic resonance image reconstruction; total variation regularization; artificial time marching method; split Bregman iteration

作为一种快速成像方法, 敏感度编码 (sensitivity encoding, SENSE) 成像使用一组射频阵列表面线圈同步地采集多组欠采样的 K 空间数据^[1], 它能有效地展开由于采样率低于奈奎斯特采样率而引起的混叠伪影. 因此, SENSE 重建是并行磁共振成像 (PMRI) 领域的一个研究热点.

SENSE 重建方法在理论上可以对成像物体进行准确的重建而不引入任何噪声, 然而在实际成像过程中, 由于重建过程存在病态性, 因此造成数据噪声的放大, 尤其当采用较大的加速因子 R 时, 更会加剧这种情况^[2]. 同时 SENSE 重建直接运用最小二乘估计法求解的重建结果会丢失部分细节信息且存在严重的残余混叠伪影.

针对这种现象,可以采用正则化的方法来进行缓解. Rudin 等首次提出了有界变差模型^[3],即 ROF 模型,给出了全新的去噪方法. 随后相关学者相继提出了不同的全变差 (TV) 模型的数值优化策略,如人工时间演化法 (artificial time marching method, ATM)^[4]、延迟固定点法 (lagged fixed point algorithm)^[5]、原始对偶法 (prime-dual method)^[6] 等. 虽然这些算法计算简单,但由于扩散算子的收敛性差,因此这些方法的收敛速度较慢,重建效果不理想. Wang 等提出的快速全变差反卷积算法 (fast total variation deconvolution, FTVD)^[7] 开辟了求解 TV 模型的新领域. Tao 等又进行了进一步的改进^[8],提出了 ADM (alternating direction method) 算法. Goldstein 等^[9] 提出一种革新的分裂算法用以解决关于 L_1 范数正则项优化问题,已被广泛地运用到图像处理领域中^[10],但其数值求解的精确度和收敛性仍满足不了更高的要求.

为了达到更高的精确度和收敛性,本文引入分裂 Bregman 方法来迭代优化求解 SENSE 重建模型,提出一种基于分裂 Bregman 迭代的 TV 正则化 SENSE 重建算法. 与传统的人工时间演化法相比,此算法能够快速稳定地得到细节信息丰富的高质量 SENSE 重建图像.

1 TV 正则化的 SENSE 重建

1.1 SENSE 重建模型

在 SENSE 中,重建问题可以通过求解一系列的线性方程来表达:

$$\mathbf{E}\mathbf{f} = \mathbf{d}, \quad (1)$$

其中: \mathbf{d} 表示采集的所有接收线圈的 K 空间数据; \mathbf{f} 是将要被计算的未知全 FOV (field of view) 图像; \mathbf{E} 表示编码矩阵.

运用最小二乘估计法求解式(1)可得到重建图像,其计算公式为

$$\mathbf{f} = (\mathbf{E}^H \Psi^{-1} \mathbf{E})^{-1} \mathbf{E}^H \Psi^{-1} \mathbf{d}, \quad (2)$$

其中: \mathbf{H} 代表共轭转置; Ψ 是接收线圈的噪声相关矩阵. 式(2)是目前 PMRI 系统普遍采用的 SENSE 图像重建算法.

1.2 TV 正则化的 SENSE 重建

当编码矩阵 \mathbf{E} 不满足正交特性时,即 $\mathbf{E}^{-1} \mathbf{E} \neq \mathbf{I}$ (\mathbf{I} 为单位对角矩阵),直接运用式(2)求解得到的重建结果是不稳定的. 由于式(1)是一个病态的逆问题,因此,应用全变差 TV 正则化技术来稳定这一求解过程.

TV 正则化 SENSE 并行重建方法的公式可以表达为

$$\mathbf{f}_{\text{reg}} = \underset{\mathbf{f}}{\operatorname{argmin}} \left\{ \frac{\lambda}{2} \|\mathbf{d} - \mathbf{E}\mathbf{f}\|_2^2 + \|\mathbf{f}\|_{\text{TV}} \right\}, \quad (3)$$

其中,正则化参数 $\lambda > 0$,用于平衡数据的一致性 (第一项) 和正则化强度 (第二项). TV 范数为

$$\|\mathbf{f}\|_{\text{TV}} = |\nabla_x \mathbf{f}| + |\nabla_y \mathbf{f}|. \quad (4)$$

其中: \mathbf{f} 表示二维图像; ∇_x 和 ∇_y 分别表示沿 x 方向和 y 方向的梯度,且 $|\cdot|$ 表示复数的模值.

2 基于分裂 Bregman 迭代的 TV 正则化 SENSE 重建

2.1 分裂 Bregman 迭代算法的思想

在文献[9]中,Goldstein 和 Osher 引入了分裂 Bregman 的方法来解决如下形式的一般凸优化问题:

$$\min_{\mathbf{u} \in X} \|\phi(\mathbf{u})\|_1 + H(\mathbf{u}), \quad (5)$$

其中, X 是一个封闭的凸集,且 $\phi: X \rightarrow \mathbf{R}$ 和 $H: X \rightarrow \mathbf{R}$ 都为凸函数. 基于文献[7]中的分裂构想,Goldstein 和 Osher 首先将式(5)改写为关于变量 \mathbf{u} 和 \mathbf{d} 的无约束优化问题形式:

$$\min_{\mathbf{u} \in X, \mathbf{d} \in \mathbf{R}} \|\mathbf{d}\|_1 + H(\mathbf{u}) + \frac{\lambda}{2} \|\mathbf{d} - \phi(\mathbf{u})\|_2^2. \quad (6)$$

其中: $\lambda > 0$,称为惩罚参数; \mathbf{d} 为引入的辅助变量,用以替代 $\phi(\mathbf{u})$.

通过定义 $J(\mathbf{u}, \mathbf{d}) = \|\mathbf{d}\|_1 + H(\mathbf{u})$,式(6)可以改写为

$$\min_{\mathbf{u} \in X, \mathbf{d} \in \mathbf{R}} J(\mathbf{u}, \mathbf{d}) + \frac{\lambda}{2} \|\mathbf{d} - \phi(\mathbf{u})\|_2^2. \quad (7)$$

式(7)是 Bregman 迭代的基本形式^[11],通过使用迭代的 Bregman 迭代算法可以很容易地推导出分裂 Bregman 迭代求解框架:

$$(\mathbf{u}^{k+1}, \mathbf{d}^{k+1}) = \underset{\mathbf{u}, \mathbf{d}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{d}\|_1 + H(\mathbf{u}) + \frac{\lambda}{2} \|\mathbf{d} - \phi(\mathbf{u}) - \mathbf{b}^k\|_2^2, \quad (8)$$

$$\mathbf{b}^{k+1} = \mathbf{b}^k + (\phi(\mathbf{u}^{k+1}) - \mathbf{d}^{k+1}). \quad (9)$$

其中, \mathbf{b} 为分裂 Bregman 迭代中引入的变量.

分裂 Bregman 迭代算法求解简单,收敛速度非常快,其惩罚项参数在迭代中采用不变的值,避免了当惩罚项参数趋于无穷大时所带来的数值不稳定性,具有很强的适应性. 自从 2009 年该算法被提出来以后便被广泛地用于图像去噪、图像去模糊等图像处理领域.

2.2 分裂 Bregmag 迭代应用于 TV 正则化 SENSE

本文把分裂 Bregman 迭代算法结合 TV 正则

化模型应用到 MRI 中的 SENSE 图像重建中,来改善重建结果的质量以及收敛速度. 本文改进的新方法首先通过图像的先验信息及正则化特点建立 TV 正则化 SENSE 重建代价函数,然后利用算子分裂技术将原无约束最优化问题转化为新的带约束优化问题,通过加入惩罚项将约束优化问题转化为分裂的代价函数. 该方法能克服传统方法收敛速度慢且不稳定的缺点,能快速去除重建图像中的混叠伪影,获得高质量的重建图像.

考虑式(3),在各项异性的情况下,得到下面的重建模型:

$$\min_f \left\| \frac{\partial f}{\partial x} \right\|_1 + \left\| \frac{\partial f}{\partial y} \right\|_1 + \frac{\lambda}{2} \|d - Ef\|_2^2, \quad (10)$$

通过引入辅助变量 d_x 和 d_y ,得到

$$\min_f \|d_x\|_1 + \|d_y\|_1 + \frac{\lambda}{2} \|d - Ef\|_2^2, \quad (11)$$

其中, $d_x = f_x = \frac{\partial f}{\partial x}$, $d_y = f_y = \frac{\partial f}{\partial y}$.

添加惩罚项,得到对应的无约束优化模型:

$$\begin{aligned} \min_{f, d_x, d_y} & \|d_x\|_1 + \|d_y\|_1 + \frac{\lambda}{2} \|d - Ef\|_2^2 + \\ & \frac{\tau}{2} \|d_x - f_x\|_2^2 + \frac{\tau}{2} \|d_y - f_y\|_2^2. \end{aligned} \quad (12)$$

现在,这个模型与分裂 Bregman 迭代式(7)是同一个形式. 因此,可以通过使用分裂 Bregman 迭代算法求解式(12)如下:

$$\begin{aligned} (f^{k+1}, d_x^{k+1}, d_y^{k+1}) = \min_{f, d_x, d_y} & \|d_x\|_1 + \|d_y\|_1 + \\ & \frac{\lambda}{2} \|d - Ef\|_2^2 + \\ & \frac{\tau}{2} \|d_x - f_x - b_x^k\|_2^2 + \\ & \frac{\tau}{2} \|d_y - f_y - b_y^k\|_2^2, \end{aligned} \quad (13)$$

$$b_x^{k+1} = b_x^k + (f_x^{k+1} - d_x^{k+1}), \quad (14)$$

$$b_y^{k+1} = b_y^k + (f_y^{k+1} - d_y^{k+1}). \quad (15)$$

对于 d_x 和 d_y ,本文采用广义收缩算子求解:

$$d_x^k = \text{shrink}\left(f_x^{k+1} + b_x^k, \frac{1}{\tau}\right), \quad (16)$$

$$d_y^k = \text{shrink}\left(f_y^{k+1} + b_y^k, \frac{1}{\tau}\right). \quad (17)$$

3 实验结果与分析

为了验证该算法的有效性和稳定性,本文选取了两组网上公开的 MRI 原始数据分别进行实验研究并给出数值仿真结果.

本文将从视觉效果和定量指标两个方面对不

同方法重建的图像进行分析比较. 采用的定量指标有峰值信噪比 (peak signal to noise ratio, PSNR) 和归一化均方误差 (normalized mean squared error, NMSE), 其 PSNR 和 NMSE 的计算公式如下:

$$\text{PSNR} = 10 \lg \frac{255^2}{\sum_i \sum_j \frac{(f_{ij}^{\text{recon}} - f_{ij}^{\text{ref}})^2}{MN}}, \quad (18)$$

$$\text{NMSE} = \frac{\sum_i \sum_j |f_{ij}^{\text{recon}} - f_{ij}^{\text{ref}}|^2}{\sum_i \sum_j |f_{ij}^{\text{ref}}|^2}. \quad (19)$$

其中: f_{ij}^{ref} 为平方和重建参考图像, f_{ij}^{recon} 为任意一种重建方式的结果图像; M, N 为图像尺寸的大小; i, j 分别为图像像素矩阵的行和列.

3.1 体模数据仿真实验

第一组实验数据:采用 3T (SIMENS Trio)8 通道头部相控阵线圈采集的体模数据,数据大小为 $64 \times 64 \times 8$. 数据采集参数:TE (回波时间) = 40 ms, TR (脉冲扫描时间) = 1 000 ms, 层数为 1, 层厚为 5 mm, FOV = 200 mm \times 200 mm.

图 1 分别为平方和法 (sum-of-squares, SOS)、加速因子 $R=3$ 时的传统 SENSE 重建方法 (SENSE)、人工时间演化法的 TV 正则化 SENSE 重建 (ATM - SENSE) 和本文新提出来的基于分裂 Bregman 迭代的 TV 正则化 SENSE 重建方法 (分裂 Bregman - SENSE) 重建出的各个体膜图像. 其中图 1a 为各个接收线圈上的全采样图像的重建图像,可将其作为参考图像. 图 1b 为应用传统的最小二乘法得到的 SENSE 重建图像,存在大量的混叠伪影. 图 1c 为采用 ATM - SENSE 重建的结果,其质量较 SENSE 重建结果有很明显的改进,但是仍有部分伪影存在. 图 1d 是采用本文提出的方法所得结果,正则化参数选择 $\lambda = 0.03$, 可看出,该方法重建图像比较清晰,更接近于参考图像.

为了进一步说明本文算法的优越性,图 2 给出了在加速因子 $R=3$ 时, ATM - SENSE 重建与参考图像的差图和分裂 Bregman - SENSE 重建与参考图像的差图. 可以看出,图 2a 比图 2b 更为明显,说明分裂 Bregman - SENSE 重建的图像更接近于参考图像. 表 1 给出了不同重建方法的量化指标数值比较.

从表 1 中可以清晰地看出,本文提出的新方法有着迭代次数少、运行速度快、信噪比高、NMSE 值较低等优点,从而说明该方法用于磁共振 SENSE 快速重建是可行的.

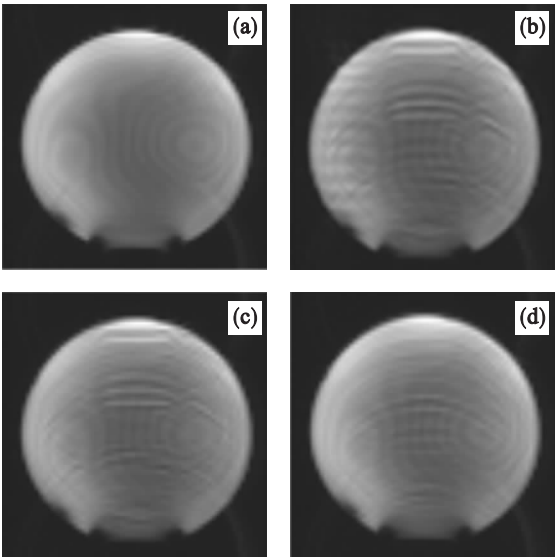


图 1 $R=3$ 时体模数据重建图像的比较

Fig. 1 Comparison of the reconstruction images of different methods for phantom data ($R=3$)

(a)—参考图像; (b)—传统 SENSE 重建图像; (c)—ATM - SENSE 重建图像; (d)—分裂 Bregman - SENSE 重建图像.

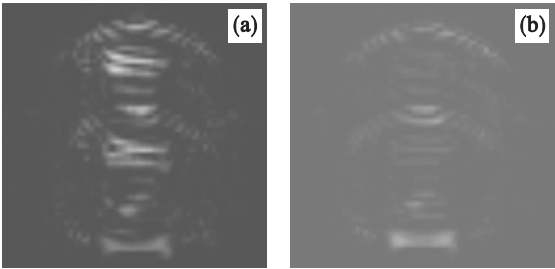


图 2 $R=3$ 时体模重建误差图像的比较

Fig. 2 Residual image between different reconstruction image and the reference image for phantom data ($R=3$)

(a)—ATM - SENSE 误差图像;
(b)—分裂 Bregman - SENSE 误差图像.

表 1 不同重建算法的实验结果比较 ($R=3$)

Table 1 Comparison of experiment results of different reconstruction algorithms ($R=3$)

重建算法	迭代次数	时间 s	NMSE	PSNR
SENSE	—	19.410	0.021	18.212
ATM - SENSE	112	20.651	0.018	26.705
分裂 Bregman - SENSE	23	3.218	0.008	30.011

3.2 大脑数据仿真实验

第二组实验数据:通过一个 8 通道头部阵列线圈的 3T 磁共振成像系统,在非加速情况下用 MPRAGE 序列扫描正常人脑头部得到的大脑数据. 这组数据大小为 $128 \times 128 \times 8$,水平方向为相位编码方向. 通过对这组数据进行傅里叶反变换,可得到全采样的 K 空间数据. 成像参数:TE(回波时

间) = 3.45 s, TR(脉冲扫描时间) = 2 530 ms, T_1 (纵向弛豫时间) = 1 100 ms, F (发射角度) = 7° ,层厚为 1.33 mm,FOV = 256 mm \times 256 mm.

图 3 分别为应用 SOS 方法(作为参考图像)、加速因子 $R=4$ 时的传统 SENSE 重建方法、ATM - SENSE 重建方法以及分裂 Bregman - SENSE 重建方法得出的各个大脑图像.

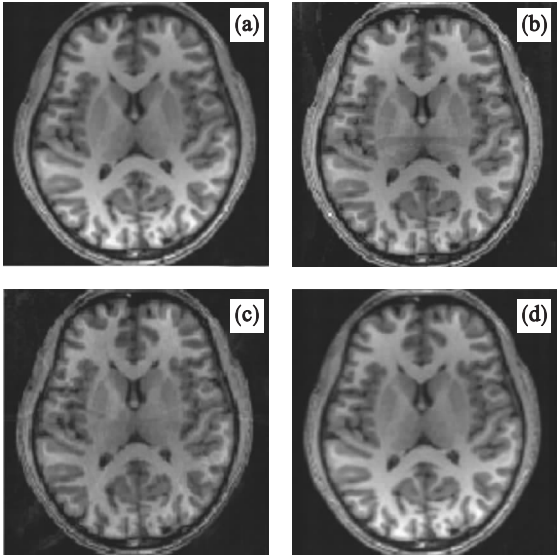


图 3 $R=4$ 时大脑数据重建图像的比较

Fig. 3 Comparison of the reconstruction images of different methods for brain data ($R=4$)

(a)—参考图像; (b)—传统 SENSE 重建图像; (c)—ATM - SENSE 重建图像; (d)—分裂 Bregman - SENSE 重建图像.

大脑图像的仿真实验效果类似于体模实验,传统的 SENSE 重建由于重建过程的病态性产生大量的混叠伪影(见中间部位),造成图像质量的严重下降,而采用 ATM - SENSE 重建的方法,由于在重建模型中引入图像的先验信息,迭代恢复了图像的精细结构,消除了部分混叠伪影和噪声,但是其重建结果仍不理想. 而采用分裂 Bregman - SENSE 重建方法重建的结果如图 3d 所示,更接近于参考图像. 通过对图4的大脑重建误差图

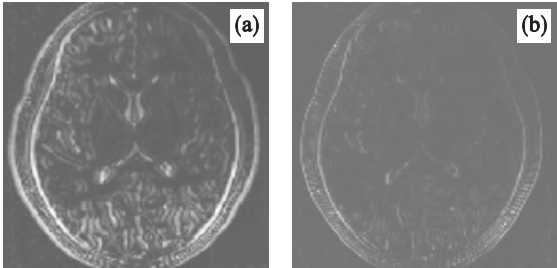


图 4 $R=4$ 时大脑重建误差图像的比较

Fig. 4 Residual image between different reconstruction image and reference image for brain data ($R=4$)

(a)—ATM - SENSE 误差图像;
(b)—分裂 Bregman - SENSE 误差图像.

像观察发现,本文提出的分裂 Bregman – SENSE 重建的误差较低,重建效果比较理想. 其具体实验结果见表 2. 从表 2 可以看出,即使在较高的加速因子情况下,重建的结果也能够有效消除混叠伪影和噪声,进一步证明了本文所提出的 MRI 图像重建算法的有效性.

表 2 不同重建算法的实验结果比较 ($R=4$)
Table 2 Comparison of experiment results of different reconstruction algorithms ($R=4$)

重建算法	迭代 次数	时间 s	NMSE	PSNR
SENSE	—	20. 425	0. 013	20. 623
ATM – SENSE	195	37. 651	0. 010	28. 451
分裂 Bregman – SENSE	49	7. 318	0. 004	32. 790

4 结 论

本文将分裂 Bregman 迭代算法应用到全变差 TV 正则化 SENSE 重建中,分别对体模数据和大脑数据进行了仿真实验. 通过对不同方法的重建结果分析,表明本文提出的新方法重建的效果更接近于参考图像. 既消除了混叠伪影,保留了图像细节信息,同时又实现了快速收敛并且归一化均方误差值(NMSE)进一步降低的理想效果. 因此,本文提出的基于分裂 Bregman 迭代的 TV 正则化 SENSE 重建是一种快速有效的 MRI 图像重建方法.

参考文献:

[1] Pruessmann K P, Weiger M, Scheidegger M B, *et al.* SENSE: sensitivity encoding for fast MRI [J]. *Magnetic*

Resonance in Medicine,1992,42(5):952 – 962.
[2] 吴春俐,胡文娟,阚如文,等. 一种改进的磁共振并行成像 K 空间数据采集算法 [J]. 东北大学学报:自然科学版,2011,32(8):1101 – 1104.
(Wu Chun-li,Hu Wen-juan,Kan Ru-wen,*et al.* An improved algorithm of K-space data acquisition for parallel MRI [J]. *Journal of Northeastern University:Natural Science*,2011,32(8):1101 – 1104.)
[3] Rudin L,Osher S,Fatemi E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms [J]. *Physica D: Nonlinear Phenomena*,1992,60(1):259 – 268.
[4] Rudin L,Osher S. Total variation based image restoration with free local constraints [C] //IEEE International Conference on Image Processing. Santa Monica,1994:31 – 35.
[5] Vogel C R,Oman M E. Iterative methods for total variation denoising [J]. *SIAM Journal on Scientific Computing*,1996,17(1):227 – 238.
[6] Chan T F,Golub G H,Mulet P. A nonlinear primal-dual method for total variation-based image restoration [J]. *SIAM Journal of Scientific Computing*,1999,20(6):1964 – 1977.
[7] Wang Y L,Yin W,Zhang Y. A fast algorithm for image deblurring with total variation regularization [R]. Houston: Rice University,2007.
[8] Tao M,Yang J. Alternating direction algorithms for total variation deconvolution in image reconstruction [R]. Nanjing:Nanjing University,2009.
[9] Goldstein T,Osher S. The split Bregman method for L1-regularized problems [J]. *SIAM Journal on Imaging Sciences*,2009,2(2):323 – 343.
[10] Setzer S,Stetdl G,Teuber T. Deblurring Poissonian images by split Bregman techniques [J]. *Journal of Visual Communication and Image Representation*,2010,21(3):193 – 199.
[11] Stanley O,Martin B,Donald G,*et al.* Iterative regularization method for total variation-based image restoration [J]. *Multiscale Modeling and Simulation*,2005,4(2):460 – 489.