

一类具有执行器故障的马尔科夫跳跃系统容错控制

范泉涌, 叶丹

(东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘 要: 研究一类转移概率部分已知马尔科夫跳跃线性系统的自适应容错控制问题. 所考虑的转移概率情况更具一般性, 即转移概率包括完全已知, 未知但已知转移概率的上下界和完全未知三种情况. 针对执行器失效故障, 首先设计自适应故障估计器; 而后, 基于故障参数的估计值设计鲁棒补偿控制器, 保证系统在发生执行器故障时的鲁棒稳定性. 在处理未知转移概率时, 采用自由权重方法, 以保证所得线性矩阵不等式条件具有更小的保守性. 最后, 数值仿真算例验证了所提方法的有效性.

关 键 词: 马尔科夫跳跃系统; 部分已知转移概率; 执行器故障; 自适应估计; 容错控制

中图分类号: TP 273

文献标志码: A

文章编号: 1005-3026(2014)09-1217-04

Fault-Tolerant Control for a Class of Markov Jump Systems with Actuator Failures

FAN Quan-yong, YE Dan

(School of Information Science & Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China. Corresponding author: YE Dan, E-mail: yedan@ise.neu.edu.cn)

Abstract: The problem of adaptive fault-tolerant control was studied for a class of Markov jump linear systems with partly known transition probabilities. The considered transition probabilities were more general, in which the completely known case, partly unknown with known lower and upper bounds case and completely unknown case were all included. Firstly, the adaptive fault estimator was designed for actuator degradation. Then, based on the values estimated online, the robust controller with compensation effect was designed to guarantee the robust stability of the system with faults. At the same time, the free-connection weighting matrix method was used to deal with the unknown transition probabilities so that the proposed sufficient conditions were less conservative. Finally, numerical example was given to demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Key words: Markov jump system; partly known transition probabilities; actuator faults; adaptive estimation; fault-tolerant control

实际系统的运行往往会伴随有故障的发生, 在设备元件发生故障时, 预期的性能很难得到保证. 近年来容错控制理论的研究和相关应用越来越广泛^[1-2].

另一方面, 一旦发生故障, 系统结构或参数通常会发生变化, 此时一般的建模方法很难对系统给出精确的数学描述. 近些年来, 马尔科夫跳跃系统(MJS)的研究得到了广泛关注^[3-5], 主要的原因在于 MJS 能够比较精确地描述结构参数发生

的随机变化. 考虑到故障的发生会导致系统参数的变化, 许多文献研究了 MJS 的故障检测^[6-7], 容错控制问题^[8-9]. 文献[8]采用主动容错控制方法, 基于故障检测来完成容错控制. 文献[9]针对执行器失效故障, 利用滑膜控制方法设计容错控制器. 但是许多文献所得结果都是建立在转移概率完全已知的基础上. 文献[5, 10]给出了更具一般性的转移概率情况, 即将转移概率分为完全已知, 未知但其上下界已知和完全未知三种情况;

收稿日期: 2013-11-27

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61273155, 61322312); 教育部新世纪人才支持计划项目(NCET-11-0083); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(N120504003); 霍英东教育基金资助项目(141060).

作者简介: 范泉涌(1987-), 男, 河南周口人, 东北大学博士研究生; 叶丹(1979-), 女, 辽宁沈阳人, 东北大学教授.

但其处理未知转移概率的方法具有一定的保守性.

本文研究了一类转移概率更具一般性的马尔科夫跳跃线性系统的自适应容错控制问题,将故障估计与鲁棒控制器分开设计.首先,设计模态依赖的自适应估计器在线估计故障参数;而后,基于故障参数的估计值和新的性能指标约束条件,设计鲁棒补偿控制器,保证系统在发生执行器故障时的鲁棒稳定性.数值算例进一步验证了本方法的有效性.

1 问题描述

考虑如下的 Markov 跳跃线性系统:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(r(t))x(t) + B(r(t))u(t) + B_1(r(t))\omega(t), \\ y(t) &= C(r(t))x(t) + D_1(r(t))\omega(t), \\ z(t) &= C_p(r(t))x(t) + D_p(r(t))u(t). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中: $x(t) \in \mathbf{R}^n, u(t) \in \mathbf{R}^m, y(t) \in \mathbf{R}^s, z(t) \in \mathbf{R}^p$, $\omega(t) \in L_2[0, \infty)$ 分别是系统的状态,控制输入,可测输出,被调输出和外部扰动; $\{r(t), t \geq 0\}$ 为连续时间马尔科夫过程,它在有限集 $r(t) = \{1, 2, \dots, r\}$ 中取值.转移概率表示如下:

$$\Pr\{r(t+h)=j|r(t)=i\} = \begin{cases} \pi_{ij}h + o(h), & j \neq i; \\ 1 + \pi_{ii}h + o(h), & j = i. \end{cases} \quad (2)$$

其中: $h > 0, \lim_{h \rightarrow 0} (o(h)/h) = 0; \pi_{ij} \geq 0 (i, j \in r(t), j \neq i)$ 表示从时间 t 上的模态 i 到时间 $t+h$ 上的模态 j 的切换率.此外,本文考虑了更具一般性的转移概率矩阵^[5].

定义如下符号:

$$\begin{aligned} L_k^i &= \{j: \underline{\pi}_{ij} \leq \pi_{ij} \leq \bar{\pi}_{ij}\}, L_{dk}^i = \{j: j \notin L_k^i\}, \\ I_k^i &= \{m|m \in L_k^i, m \neq i\}, I_{uk}^i = \{m|m \in L_{uk}^i, m \neq i\}. \end{aligned}$$

当 $r(t) = i$ 时,定义 $A(r(t)), B(r(t)), B_1(r(t))$ 等参数分别为 A_i, B_i 和 B_{1i} .

考虑如下形式的执行器失效故障:

$$u^F(t) = \Delta(\rho(t))u(t). \quad (3)$$

其中: $\rho(t) = (\rho_1(t), \rho_2(t), \dots, \rho_m(t))^T$ 是故障向量,且 $0 < \underline{\rho}_k(t) \leq \rho_k(t) \leq \bar{\rho}_k(t) \leq 1, \rho_k(t)$ 为分段常值的情况,即 $\dot{\rho}_k(t) = 0$; 函数 $\Delta(\rho(t))$ 表示 $\text{diag}(\rho_1(t), \dots, \rho_k(t), \dots, \rho_m(t))$, 后文中用到的函数 $\Delta(\cdot)$ 表示同样的映射关系.

因此,在执行器故障时,系统(1)变为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_i x(t) + B_i \Delta(\rho(t))u(t) + B_{1i} \omega(t), \\ y(t) &= C_i x(t) + D_{1i} \omega(t), \\ z(t) &= C_{pi} x(t) + D_{pi} \Delta(\rho(t))u(t). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

2 故障估计

针对本文提出的转移概率部分已知的马尔科夫线性系统,本节将给出执行器故障参数的自适应估计算法.

考虑如下形式的观测器:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A_i \hat{x}(t) + B_i \Delta(\hat{\rho}(t))u(t) + L_i(y(t) - \hat{y}(t)), \\ \hat{y}(t) &= C_i \hat{x}(t). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

其中: $\hat{\rho}(t)$ 是对故障向量 $\rho(t)$ 的估计; $\hat{x}(t)$ 和 $\hat{y}(t)$ 分别为原系统状态 $x(t)$ 和输出 $y(t)$ 的估计.

定义 $e(t) = x(t) - \hat{x}(t), \tilde{\rho}(t) = \rho(t) - \hat{\rho}(t), \tilde{y}(t) = y(t) - \hat{y}(t)$, 则误差动态方程为

$$\left. \begin{aligned} \dot{e}(t) &= (A_i - L_i C_i)e(t) + B_i \Delta(u(t))\tilde{\rho}(t) + (B_{1i} - L_i D_{1i})\omega(t), \\ \tilde{y}(t) &= C_i e(t) + D_{1i} \omega(t). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

下面给出自适应故障估计算法.

定理 1 如果存在标量 $\gamma > 0$, 矩阵 W_i , 对称矩阵 $M_i > 0$ 和 $X_i > 0 (1 \leq i \leq r)$, 以及对称正定对角矩阵 θ , 使得

$$\begin{bmatrix} \Pi_{11} + C_i^T C_i & X_i B_{1i} - M_i D_{1i} + C_i^T D_{1i} \\ * & D_{1i}^T D_{1i} - \gamma^2 I \end{bmatrix} < 0, \quad (7)$$

$$X_j - W_i \leq 0, j \in I_{uk}^i, \quad (8)$$

$$X_j - W_i \geq 0, j \in L_{uk}^i, j = i, \quad (9)$$

$$\hat{\rho}_k(t) = \text{Proj}\{F_k\} = \begin{cases} \hat{\rho}_k(t) \geq \bar{\rho}_k(t), F_k > 0 \text{ or} \\ 0, (\hat{\rho}_k(t) \leq \underline{\rho}_k(t), F_k < 0); \\ F_k, \quad \text{其他.} \end{cases} \quad (10)$$

式中, $\Pi_{11} = He(X_i A_i - M_i C_i) + \sum_{j \in L_k^i} (\bar{\pi}_{ij} X_j - \underline{\pi}_{ij} W_i)$,

$F = \theta \Delta(u(t)) B_i^T X_i e(t)$, F_k 表示 F 的第 k 行元素, 则误差动态系统(6)鲁棒均方稳定, 并且在 $\omega(t) = 0$ 和 $u(t)$ 为持续激励的情况下, 能保证 $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\rho}(t) = 0$. 观测器增益矩阵 $L_i = X_i^{-1} M_i$.

证明 选取如下的 Lyapunov 函数, $V(e(t), r(t), t) = e^T(t) X(r(t)) e(t) + \tilde{\rho}^T(t) \theta^{-1} \tilde{\rho}(t)$, 同时选择 $\hat{\rho}(t)$ 满足自适应率(10), 结合 $\sum_{j=1}^r \pi_{ij} = 0$ 的性质, 利用自由权矩阵方法, 可得下面的不等式 $\zeta V(e(t), r(t), t) + \tilde{y}^T(t) \tilde{y}(t) - \gamma^2 \omega^T(t) \omega(t) \leq e^T(t) [X_i (A_i - L_i C_i) + (A_i - L_i C_i)^T X_i] e(t) + e^T(t) [\sum_{j \in I_k^i} \pi_{ij} (X_j - W_i) + \pi_{ii} (X_i - W_i)] e(t) + e^T(t) \times$

$$\sum_{j \in I_{uk}} \pi_{ij} (X_j - W_i) e(t) + e^T(t) C_i^T C_i e(t) + 2e^T(t) [X_i (B_i - L_i D_{li}) + C_i^T D_{li}] \omega(t) \omega^T(t) D_{li}^T D_{li} \omega(t) - \gamma^2 \omega^T(t) \omega(t). \quad (11)$$

选择增广向量 $[e^T(t) \quad \omega^T(t)]^T$, 并令 $M_i = X_i L_i$, 容易看出, 只要式(7) ~ 式(9)成立, 就可以得到 $\zeta V(e(t), r(t), t) + \tilde{y}^T(t) \tilde{y}(t) - \gamma^2 \omega^T(t) \omega(t) \leq 0$.

由于 $V(0) = \tilde{\rho}^T(0) \gamma^{-1} \tilde{\rho}(0)$, $V(\infty) \geq 0$, 因此保证系统具有一定的自适应 H_∞ 性能^[1].

如果扰动 $\omega(t) = 0$, 那么

$$\zeta V(e(t), r(t), t) \leq 0,$$

也即误差动态系统(6)鲁棒均方稳定, 并且有 $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\rho}(t) = 0$. 因此定理1成立.

3 控制器设计

本节将会针对发生执行器失效故障的 Markov 跳跃线性系统, 基于故障估计利用补偿方法设计鲁棒容错控制器.

设计控制器形式如下:

$$u(t) = \Delta^{-1}(\hat{\rho}(t)) K_i x(t), i = 1, 2, \dots, r. \quad (12)$$

定义 \bar{I}_k 为 m 维的方阵, 其第 (i, i) 个元素为 1, 其余元素为 0. 同时定义

$$\bar{\omega}(t) = \begin{bmatrix} \Delta^{-1}(\hat{\rho}(t)) K_i x(t) \tilde{\rho}_1(t) \\ \Delta^{-1}(\hat{\rho}(t)) K_i x(t) \tilde{\rho}_2(t) \\ \vdots \\ \Delta^{-1}(\hat{\rho}(t)) K_i x(t) \tilde{\rho}_m(t) \end{bmatrix},$$

则可得到 $\Delta(\tilde{\rho}(t)) \Delta^{-1}(\hat{\rho}(t)) K_i x(t) = [\bar{I}_1 \quad \bar{I}_2 \quad \dots \quad \bar{I}_m] \bar{\omega}(t)$.

将控制器(12)代入系统(4), 同时利用 $\rho(t) = \hat{\rho}(t) + \tilde{\rho}(t)$, 可得闭环系统如下:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A_i + B_i K_i) x(t) + B_f \omega_f(t), \\ z(t) &= (C_{pi} + D_{pi} K_i) x(t) + D_f \omega_f(t). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

其中: $B_f = [\bar{B}_i \quad B_{li}]$; $D_f = [\bar{D}_{pi} \quad 0]$;

$$\omega_f(t) = [\bar{\omega}^T(t) \quad \omega^T(t)]^T;$$

$$\bar{B}_i = [B_i \bar{I}_1 \quad B_i \bar{I}_2 \quad \dots \quad B_i \bar{I}_m];$$

$$\bar{D}_{pi} = [D_{pi} \bar{I}_1 \quad D_{pi} \bar{I}_2 \quad \dots \quad D_{pi} \bar{I}_m].$$

下面给出增益 K_i 的设计条件.

定理2 如果存在标量 $\gamma_1 > 0, \gamma_2 > 0$, 对称矩阵 $Q_i > 0, R_i > 0 (1 \leq i \leq r)$ 和矩阵 $Y_i (1 \leq i \leq r)$ 满足以下条件:

$$i \in L_k^i, \begin{bmatrix} X_{11i}^k & B_{li} & \bar{B}_i & X_{14i} & \psi_i^T \\ * & -\gamma_1^2 I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\gamma_2^2 I & \bar{D}_{pi}^T & 0 \\ * & * & * & -I & 0 \\ * & * & * & * & -\Phi_i \end{bmatrix} < 0;$$

$$i \in L_{uk}^i, \begin{bmatrix} X_{11i}^{uk} & B_{li} & \bar{B}_i & X_{14i} & \psi_i^T \\ * & -\gamma_1^2 I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\gamma_2^2 I & \bar{D}_{pi}^T & 0 \\ * & * & * & -I & 0 \\ * & * & * & * & -\Phi_i \end{bmatrix} < 0;$$

$$\begin{bmatrix} -R_i & Q_i \\ * & -Q_j \end{bmatrix} < 0, j \in I_{uk}^i;$$

$$Q_j - R_j \geq 0, j \in L_{uk}^i, j = i.$$

其中,

$$X_{11i}^k = \text{He}(A_i Q_i + B_i Y_i) + \bar{\pi}_{ii} Q_i - \sum_{j \in L_k^i} \pi_{ij} R_j,$$

$$X_{11i}^{uk} = \text{He}(A_i Q_i + B_i Y_i) - \sum_{j \in L_k^i} \pi_{ij} R_j,$$

$$X_{14i} = Q_i C_{pi}^T + Y_i^T D_{pi}^T,$$

$$\psi_i = [\underbrace{\sqrt{\pi_{ij_1}} Q_i^T \quad \dots \quad \sqrt{\pi_{ij_{l_k}}}}_{j_{\sigma} \in I_k^i} Q_i^T]^T,$$

$$\Phi_i = \text{diag} \{ \underbrace{Q_{i1} \quad \dots \quad Q_{i\sigma}}_{j_{\sigma} \in I_k^i} \},$$

则采用控制器(12)能保证系统(3)均方稳定, 且满足一定的鲁棒性能 $\|z(t)\|_2^2 < \gamma_1^2 \|\omega(t)\|_2^2 + \gamma_2^2 \|\bar{\omega}(t)\|_2^2$. 同时, 控制增益 $K_i = Y_i Q_i^{-1}$.

证明略.

4 仿真算例

本节将给出一个数值例子来说明本文方法的有效性.

例1 考虑马尔科夫跳跃线性系统(1), 与文献[5]中例2具有相同的系统参数, 以及

$$C_{p1} = [0.2 \quad 0.2], C_{p2} = [0.3 \quad 0.7],$$

$$C_{p3} = [1.1 \quad 0.4], C_{p4} = [0.4 \quad 0.3], D_{p1} = -0.6,$$

$$D_{p2} = 0.4, D_{p3} = 0.9, D_{p4} = 1.2.$$

相应转移概率矩阵元素为 $\pi_{11} = -1.3, \pi_{12} = 0.2, \pi_{23} = \pi_{24} = 0.3, \pi_{31} = 0.6, \pi_{33} = -1.5, \pi_{44} = \alpha$, 其余未知.

不考虑执行器故障, 定理2可以退化成一般的鲁棒控制器设计条件. 分别利用本文定理2的退化条件和文献[10]中定理4.6求得系统最优 H_∞ 性能, 对比结果如表1所示.

表1 最优 H_∞ 性能对比
Table 1 Comparison of optimal H_∞ performance

α	文献[10]	定理2
$-1.5 \leq \alpha \leq -0.8$	1.329 5	1.193 0
$-1.3 \leq \alpha \leq -1.1$	1.304 7	1.186 8

可以看出,本文方法具有更小的保守性.而后,选择 $-1.2 \leq \alpha \leq -0.8$. 故障参数 $\rho(t)$ 如图 1 中实线所示. 首先利用定理 1,选取 $\gamma = 6$,此时无扰动,且控制输入 $u = 5$. 故障估计效果如图 1 中虚线所示.

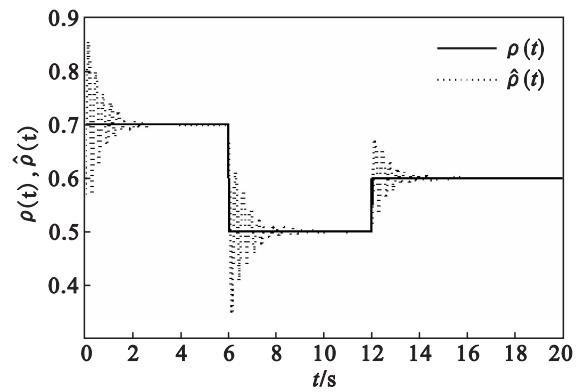


图 1 故障及故障估计曲线
Fig. 1 The curves of fault and its estimation

可以看出,在无扰动且 u 满足持续激励条件时,故障估计值最终能收敛到故障的真实值.

而后,选取如下形式的扰动:

$$\omega(t) = \begin{cases} 2 + 0.1w, & 2 \leq t \leq 12; \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

其中, w 为白噪声.

利用定理 2 设计控制器,组成闭环系统,可以得到状态响应曲线如图 2 所示.

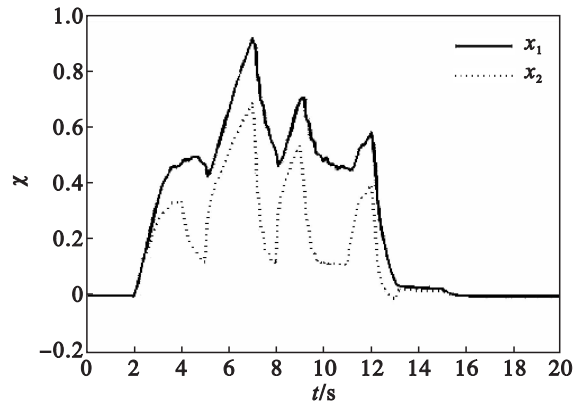


图 2 闭环系统状态响应曲线
Fig. 2 The state response curves of the closed-loop system

从图 2 可以看出,扰动致使系统状态出现一定的波动,但是控制器仍能保证系统的稳定性,由此说明本文方法的有效性.

5 结 论

本文研究了一类马尔科夫跳跃线性系统的自适应容错控制问题. 针对执行器失效故障,设计在线自适应故障估计器. 而后,基于故障参数的估计值设计鲁棒补偿控制器,保证系统在发生执行器故障时的鲁棒稳定性. 在处理未知转移概率时,采用自由权重的方法,保证所得线性矩阵不等式条件具有更小的保守性. 最后,数值仿真算例验证了所给方法的有效性.

参考文献:

[1] Yang G H, Ye D. Reliable H_{∞} control of linear systems with adaptive mechanism [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55 (1) : 242 – 247.

[2] Shen Q, Jiang B. Fault-tolerant control for T – S fuzzy systems with application to near-space hypersonic vehicle with actuator faults [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2012, 20 (4) : 652 – 665.

[3] Karan M, Shi P, Kaya C Y. Transition probability bounds for the stochastic stability robustness of continuous and discrete-time Markovian jump linear systems [J]. *Automatica*, 2006, 42 (12) : 2159 – 2168.

[4] Xiong J, Lam J, Gao H, et al. On robust stabilization of Markovian jump systems with uncertain switching probabilities [J]. *Automatica*, 2005, 41 (5) : 897 – 903.

[5] Shen M, Yang G H. H_2 state feedback controller design for continuous Markov jump linear systems with partly known information [J]. *International Journal of Systems Science*, 2010, 43 (4) : 786 – 796.

[6] Yu J, Liu M, Yang W, et al. Robust fault detection for Markovian jump systems with unreliable communication links [J]. *International Journal of Systems Science*, 2013, 44 (11) : 2015 – 2026.

[7] Zhang L, Boukas E K, Baron L, et al. Fault detection for discrete-time Markov jump linear systems with partially known transition probabilities [J]. *International Journal of Control*, 2010, 83 (8) : 1564 – 1572.

[8] Tao F, Zhao Q. Synthesis of active fault-tolerant control based on Markovian jump system models [J]. *IET Control Theory & Applications*, 2007, 1 (4) : 1160 – 1168.

[9] Chen B, Niu Y, Zou Y. Adaptive sliding mode control for stochastic Markovian jumping systems with actuator degradation [J]. *Automatica*, 2013, 49 (6) : 1748 – 1754.

[10] 沈谋全. 转移概率部分已知的 Markov 跳变系统的控制与滤波 [D]. 沈阳: 东北大学, 2010.

(Shen Mou-quan. Control and filtering for Markov jump linear systems with partly known transition probabilities [D]. Shenyang: Northeastern University, 2010.)