

梳齿形柔性铰链的设计与分析

邱丽芳, 孟天祥, 张九俏, 杨德斌

(北京科技大学 机械工程学院, 北京 100083)

摘 要: 提出了一种基于平面折展机构的梳齿形状的新型柔性铰链, 设计了该铰链的结构形式, 并对其进行了分析, 推导出该结构形式铰链的弯曲等效刚度计算公式. 通过设计实例的理论计算和有限元仿真分析, 验证了计算公式和仿真模型的正确性, 同时也验证了新型铰链的弯曲等效刚度在较大角位移下仍能保持良好的线性. 对设计实例的强度进行了校核, 在铰链达到最大角位移时具有较大的安全系数, 并对设计实例的扭转等效刚度进行了仿真分析. 最后, 将设计实例的弯曲等效刚度与文献给出的 IT-LEJ 及 LET 铰链的弯曲等效刚度进行了比较.

关 键 词: 平面折展机构; 柔顺机构; 梳齿形铰链; 等效刚度; 有限元分析

中图分类号: TH 122 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-3026(2014)09-1316-05

Design and Analysis of Comb-Shaped Flexure Joint

QIU Li-fang, MENG Tian-xiang, ZHANG Jiu-qiao, YANG De-bin

(School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China.

Corresponding author: YANG De-bin, E-mail: ydb@ustb.edu.cn)

Abstract: A new comb-shaped flexure joint was proposed and designed in lamina emergent mechanisms. The equivalent stiffness of the comb-shaped flexure joint was deduced. Using theoretical calculation and finite element simulation analysis of the design example, the correctness of the calculation formula and simulation models was verified. Meanwhile, the equivalent stiffness could maintain a linear relationship even in large angular displacement. The strength of the example had been checked under the maximum angular displacement of the joint. Torsion stiffness of the joint was also simulated and analyzed. The bending stiffness of the example was compared among the comb-shaped flexure joint, IT-LEJ joint and LET joint.

Key words: lamina emergent mechanisms; compliant mechanisms; comb-shaped flexure joint; equivalent stiffness; finite element analysis

柔顺(柔性)机构是通过柔性构件的弹性变形来输出力或运动的机构^[1]. 平面折展机构(lamina emergent mechanisms, LEMs)是由薄板材料加工制成, 可实现在平面外运动的一类柔顺机构^[2]. LEMs 除具有柔顺机构的特点外, 还具有制造成本低、平面状态下体积小、便于运输等特点^[3], 不仅能实现如四杆机构、滑块机构等运动, 还能够实现如球面四杆机构、斯蒂芬森机构等^[4]复杂的运动, 因此具有广泛的应用, 如文献^[5]设计的多层 LEMs 水杯架, 文献^[6]提出的多层 LEMs 注射器等.

设计柔顺机构的关键问题之一是设计柔性铰链. 为实现 LEMs 平面外运动, 文献^[4]提出了设计 LEMs 铰链的思路和实例; 文献^[7]介绍了几种可以实现大变形的柔性铰链; 文献^[8-9]提出了 LET 铰链及其等效刚度模型并进行了有限元分析; 文献^[10]提出了 RUFF 铰链、TUFF 铰链以及 LET 复合柔性片段. 为了解决 LET 铰链在运动中伴随拉压载荷会引起较大的耦合运动的问题, 文献^[11]提出了 I-LEJ 铰链、T-LEJ 铰链和 IT-LEJ 铰链, 使新型铰链能够承载较大范围的拉压载荷. 但在增加拉压刚度的同时, 铰链的变

形也受到了限制。

基于此,研究设计满足运动和动力要求的新颖铰链具有理论和实际意义. 为实现 LEMs 铰链大的转动角度,本文提出了一种新型梳齿形柔性铰链,并对其进行了分析。

1 梳齿形柔性铰链的设计

柔性铰链通过柔顺片段的弯曲或扭转来实现变形. 单个柔顺片段大变形具有局限性,易产生较大的应力,也易发生塑性变形或疲劳断裂等. 因此,设计梳齿形柔性铰链通过多个柔顺片段的小变形累积来实现较大的角位移,其结构如图 1 所示。

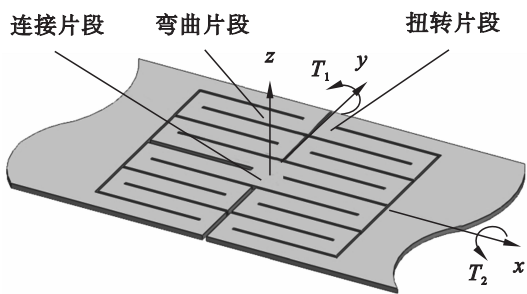


图1 梳齿形柔性铰链的三维模型

Fig. 1 3D model of comb-shaped flexure joint

铰链分为 4 个对称部分,根据铰链在转动变形过程中各部分所起的作用,将铰链分成弯曲片段和扭转片段. 由于 4 个对称部分之间连接的部分相对于其他片段不会产生明显变形,为简化计算,可将其视为连接的刚性片段,如图 1 所示. 铰链的总体尺寸示意如图 2 所示,铰链的厚度为 t ,总宽度为 w_0 ,总长度为 l_0 , x 方向间隙为 d ,中间间隙为 $2d$ 。

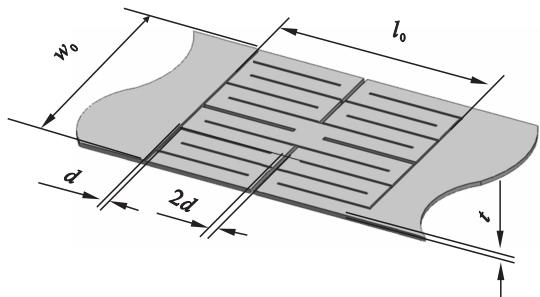


图2 梳齿形柔性铰链的尺寸示意图

Fig. 2 Dimension schematic diagram for the comb-shaped flexure joint

由于其对称性,取梳齿形柔性铰链的四分之一作为研究对象. 假设其四分之一部分有 n 个弯曲片段,用 b_i 表示($i = 1, \dots, n$),由铰链的结构可

知其有 $n-1$ 个扭转片段,用 t_j 表示($j = 1, \dots, n-1$),如图 3 所示。

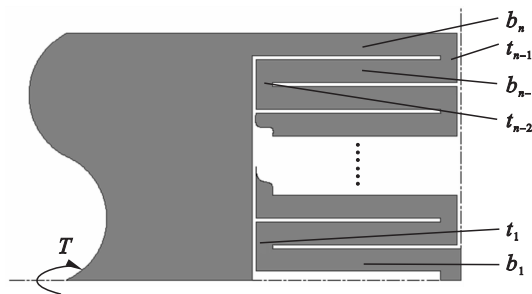


图3 n 个弯曲片段的梳齿形柔性铰链

Fig. 3 Comb-shaped flexure joint with n bending segments

除连接柔性杆件的弯曲片段 b_n 长度不同外,其他各个弯曲和扭转片段完全相同. 单个弯曲和扭转片段的尺寸示意图如图 4 所示,取弯曲片段 b_n 长度为 l_{b_n} ,宽度为 w_b ,其余弯曲片段的长度为 l_b ,宽度为 w_b ,扭转片段的长度为 l_t ,宽度为 w_t . 根据几何关系,有

$$l_{b_n} = l_b + w_t + d, \quad (1)$$

$$l_0 = 2l_{b_n} + 2d. \quad (2)$$

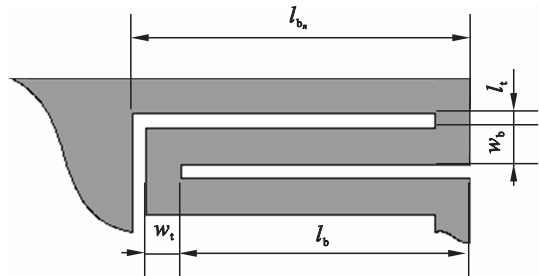


图4 梳齿形柔性铰链的弯曲扭转片段尺寸示意图

Fig. 4 Dimension schematic diagram for the bending and torsion segment of comb-shaped flexure joint

2 梳齿形柔性铰链弯曲等效刚度推导

根据文献[1]的等效法,将扭转片段和弯曲片段分别等效为相应的扭转弹簧和弯曲弹簧,根据弹簧串并联等效关系,即可得出整个铰链的弯曲等效刚度 $k_{eq, bend}$. 梳齿形柔性铰链的二分之一的等效弹簧模型如图 5 所示。

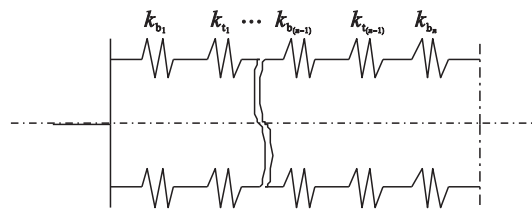


图5 梳齿形柔性铰链的等效弹簧示意图

Fig. 5 The equivalent spring model of comb-shaped flexure joint

根据弹簧的串并联关系,可以得出铰链转动时的等效弹簧刚度:

$$k_{\text{eq, bend}} = \frac{2}{\frac{2}{k_{b_1}} + \frac{2}{k_{t_1}} + \cdots + \frac{2}{k_{b_{(n-1)}}} + \frac{2}{k_{t_{(n-1)}}} + \frac{2}{k_{b_n}}} \quad (3)$$

由于扭转片段 $t_1, t_2, \cdots, t_{n-1}$ 的形状完全相同,故其等效刚度也相同,记作 k_t . 同理,弯曲片段 $b_1, b_2, \cdots, b_{n-1}$ 的形状完全相同,故其等效刚度也相同,记作 k_b . 代入式(3)化简后得

$$k_{\text{eq, bend}} = \frac{1}{\frac{n-1}{k_b} + \frac{n-1}{k_t} + \frac{1}{k_{b_n}}} \quad (4)$$

其中:

$$k_b = \frac{Ew_b t^3}{12l_b}; k_{b_n} = \frac{Ew_b t^3}{12l_{b_n}}; l_{b_n} = l_b + w_t + d;$$

$$k_t = w_t t^3 \frac{G}{l_t} \left[\frac{1}{3} - 0.21 \frac{t}{w_t} \left(1 - \frac{t^4}{12w_t^4} \right) \right].$$

式中: G 为材料剪切模量; E 为材料弹性模量; 其余符号意义同前.

3 梳齿形柔性铰链的实例分析

3.1 尺寸设计及弯曲等效刚度计算

梳齿形柔性铰链受到如图 1 所示的 y 轴方向的转矩 T_1 时,则

$$T_1 = k_{\text{eq, bend}} \theta. \quad (5)$$

式中: T_1 为作用在柔性铰链上的转矩; θ 为铰链的扭转角度(rad).

为了便于比较,根据文献[10]选取聚丙烯作为梳齿形柔性铰链的材料,其弹性模量 $E = 1.4 \text{ GPa}$,泊松比 $\sigma = 0.42$,屈服强度 $[s_y] = 34 \text{ MPa}$. 选取铰链厚度 $t = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$,铰链尺寸为 $50 \text{ mm} \times 50 \text{ mm}$,即铰链宽度 $w_0 = 50 \times 10^{-3} \text{ m}$,铰链长度 $l_0 = 50 \times 10^{-3} \text{ m}$. 为避免铰链弯曲时铰链片段之间产生的干涉现象,选取 $d = 0.4 \times 10^{-3} \text{ m}$.

为了在铰链整体旋转 π 时,铰链的弯曲扭转片段均发生较小的角位移,选取 $n = 15$,此时每个弯曲扭转片段的最大转角为 $\frac{\pi}{30} \text{ rad}$. 同时考虑到

欲使铰链旋转时主要角位移发生在弯曲片段,取 $l_b = 22.2 \times 10^{-3} \text{ m}$, $w_b = 1.2 \times 10^{-3} \text{ m}$, $l_t = 0.4 \times 10^{-3} \text{ m}$, $w_t = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$. 将以上数据代入式(4)中,得 $k_{\text{eq, bend}} = 4.1692 \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m/rad}$. 代入式(5),即可得到不同转矩下的扭转角度,如表 1 所示.

3.2 强度校核

当铰链转矩为 T_{max} 时,铰链转角 $\theta_{\text{max}} = \pi \text{ rad}$. 此时铰链的弯曲扭转片段会产生位移,如图 6 所示.

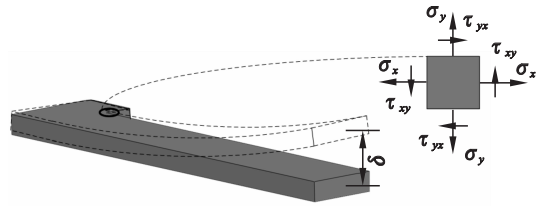


图 6 弯曲扭转片段的变形情况及其放大的应力单元
Fig. 6 The bending and torsion segment with deformation position and the enlarged stress element

此时每个弯曲片段的最大位移为

$$\delta_{\text{max}} = \frac{\theta_{\text{max}}}{2 \times 15} \times l_b. \quad (6)$$

由于 w_b 与 t 的比值为 1.2,由文献[1]知,对于矩形横截面,有扭转应力时, $C_T = 4.56$. 此时,

$$\sigma_x = \frac{3\delta_{\text{max}} Et}{2l_b^2}, \quad (7)$$

$$\sigma_y = 0, \quad (8)$$

$$\tau_{xy} = \frac{\delta_{\text{max}} l_t Et C_T}{2l_b^3}, \quad (9)$$

$$\sigma_A, \sigma_B = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2}, \quad (10)$$

$$\tau_A, \tau_B = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2}, \quad (11)$$

$$\sigma_1 = \max(\sigma_A, \sigma_B, 0), \quad (12)$$

$$\sigma_3 = \min(\sigma_A, \sigma_B, 0), \quad (13)$$

$$\sigma_2 \text{ 介于 } \sigma_1, \sigma_3 \text{ 之间}, \quad (14)$$

$$\tau_1 = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}. \quad (15)$$

式中: δ_{max} 为弯曲片段的最大位移; θ_{max} 为铰链的最大转角; C_T 为矩形横截面由扭转产生的剪应力系数; σ_x, σ_y 为弯曲应力; τ_{xy} 为扭转引起的剪应力; σ_A, σ_B 分别为主平面上最大和最小正应力; $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 为平面应力的主应力; τ_1 为主剪应力.

将铰链各参数代入式(6)~式(15)中,得

$$\tau_1 = 4.953 \text{ MPa}.$$

根据最大剪应力理论

$$\text{SF} = \frac{[S_y]}{2\tau_1} = \frac{[S_y]}{\sigma_1 - \sigma_2} = 3.432. \quad (16)$$

当铰链达到最大转角时,其最大剪应力小于屈服强度的一半,安全系数为 3.432,铰链不会发生塑性变形,因而有足够的强度来承受工作应力.

3.3 有限元仿真及验证

为验证理论计算的正确性,在 ABAQUS 中建立其有限元仿真模型,其变形及应力图分别如图 7,图 8 所示.

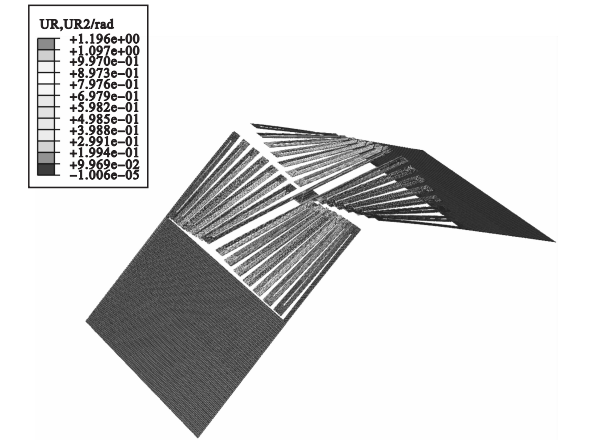


图 7 柔性铰链有限元弯曲角位移图

Fig. 7 FEA model of the flexure joint showing the angular displacement in bending

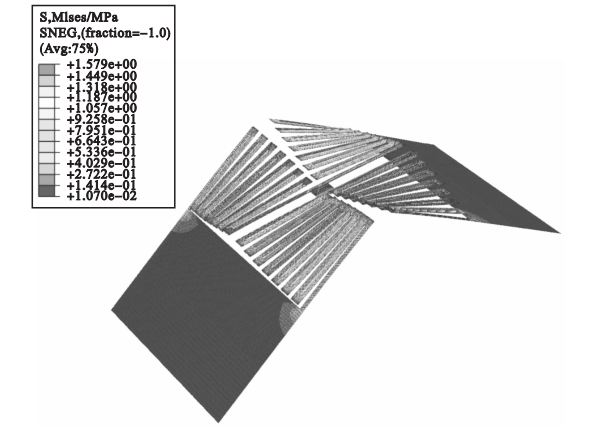


图 8 柔性铰链的有限元弯曲应力图

Fig. 8 FEA model of the comb-shaped flexure joint showing the stress in bending

分别对铰链施加不同的转矩, 所得仿真转角 值及其和理论计算值的相对误差如表 1 所示.

表 1 铰链转角仿真值与理论值及其误差										
Table 1 Theoretical calculation and finite element simulation analysis of rotation angle and the error										
$T_1 \times 10^{-4}/(\text{N}\cdot\text{m})$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
转角理论值/rad	0.239 9	0.479 7	0.719 6	0.959 4	1.199 3	1.439 1	1.679 0	1.918 8	2.158 7	2.398 5
转角仿真值/rad	0.239 3	0.478 6	0.717 9	0.957 1	1.196 4	1.435 7	1.675 0	1.914 3	2.153 6	2.392 9
相对误差/%	0.230 0	0.230 0	0.240 0	0.240 0	0.240 0	0.240 0	0.240 0	0.240 0	0.240 0	0.230 0

由表 1 可以看出, 梳齿形柔性铰链在转矩作用下发生弯曲时, 产生的转角与理论计算值基本接近. 梳齿形柔性铰链在较大变形时, 转矩与转角仍具有良好的线性关系. 在本实例中, 仿真转角与理论转角的误差为 0.24 %. 经有限元仿真得出, 铰链达到最大转角 π rad 时, 其最大剪应力 $\tau_{\max} = 4.305$ MPa, 与强度校核中所得的理论计算结果 $\tau_1 = 4.953$ MPa 基本一致, 验证了理论计算与仿真模型的正确性.

3.4 梳齿形柔性铰链扭转等效刚度仿真

对铰链施加 x 轴方向的扭矩, 铰链会产生 x 轴方向的角位移, 如图 9 所示. 分别对铰链施加不同的转矩, 所得仿真转角值及其 x 轴方向扭转刚度如表 2 所示.

由表 2 可以看出, 梳齿形柔性铰链在施加 x 轴方向扭矩的情况下, 较易产生扭转变形, 其扭转刚度平均值为 $3.775 \times 10^{-4} \text{N}\cdot\text{m}/\text{rad}$, 和弯曲等效

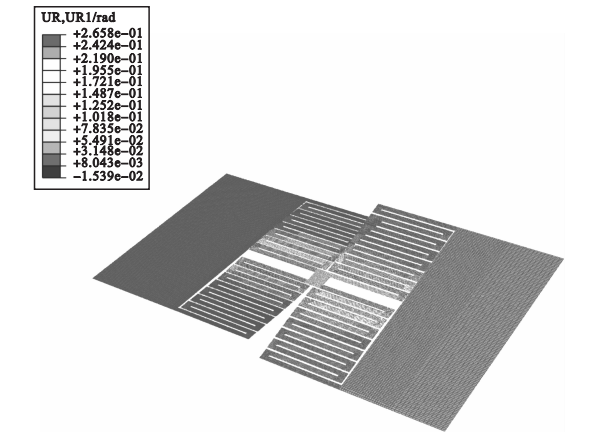


图 9 柔性铰链的有限元扭转变形图

Fig. 9 FEA model of the flexure joint showing the angular displacement in the torsion

刚度基本接近, 在一个数量级上. 因此, 可以考虑作为二自由度的铰链用于实现柔顺机构的复杂运动或通过结构优化, 使其扭转刚度增大, 弯曲刚度减小.

表 2 铰链 x 轴方向转角仿真值和扭转刚度										
Table 2 The finite element simulation analysis of rotation angle and the torsion stiffness in x direction										
$T_2 \times 10^{-4}/(\text{N}\cdot\text{m})$	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
转角仿真值/rad	0.132 9	0.265 8	0.398 5	0.531 0	0.663 0	0.794 7	0.926 0	1.057 0	1.187 2	1.317 0
$k_{\text{eq, tors}}/(\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1})$	3.762 0	3.762 0	3.764 0	3.766 0	3.770 0	3.776 0	3.780 0	3.784 0	3.790 0	3.796 0

4 梳齿形柔性铰链与 IT – LEJ 等效刚度的比较

为了与文献[11]中的 IT – LEJ 以及 LET 的等效刚度进行比较,本文设计的实例总体尺寸、材料与文献[11]一致. 由文献[11]和第 3 节的分析得到各铰链的弯曲等效刚度 $k_{eq,bend}$ 为: 梳齿形铰链 $4.120 \times 10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m/rad}$, IT – LEJ 铰链 $13.260 \text{ N}\cdot\text{m/rad}$, LET 铰链 $14.395 \text{ N}\cdot\text{m/rad}$, 因此梳齿形柔性铰链的弯曲等效刚度远小于 IT – LEJ 铰链和 LET 铰链,具有明显的优势. 为了使单个弯曲扭转片段均发生较小的角位移,每个柔顺片段的尺寸均较小,从而其弯曲刚度与扭转刚度均较小,故也易产生扭转变形. 若不希望发生 x 方向的扭转变形,可通过优化设计来增大扭转刚度,也可以考虑作为二自由度的铰链继续进行研究,用于实现柔顺机构的复杂运动.

5 结 论

1) 设计了一种基于梳齿形的新型柔性铰链结构,并对其弯曲等效刚度进行了理论公式推导,对铰链达到最大转角时进行了应力校核. 通过有限元仿真分析,验证了公式的正确性,也验证了所设计实例能够满足设计要求,在许用应力范围内能够实现较大的转角.

2) 通过对梳齿形柔性铰链设计实例的弯曲等效刚度与文献给出的 IT – LEJ 铰链和 LET 铰链等效刚度的对比,得出梳齿形柔性铰链具有较小的弯曲等效刚度,因而具有一定的优势.

3) 对设计实例的扭转等效刚度进行了仿真分析,由于其较小的扭转等效刚度,故需进一步进行研究,如通过优化设计来增大扭转刚度,也可以考虑作为二自由度的铰链用于实现柔顺机构的复杂运动.

参考文献:

[1] Howell L L. Compliant mechanisms[M]. New York: Wiley-Interscience,2001:2 – 47.
[2] Albrechtsen N B, Magleby S P, Howell L L. Identifying potential applications for lamina emergent mechanisms using

technology push product development [C]//ASME 2010 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference. Montreal:American Society of Mechanical Engineers,2010: 513 – 521.
[3] Jacobsen J O,Howell L L,Magleby S P. Components for the design of lamina emergent mechanisms [C]//ASME 2007 International Mechanical Engineering Congress and Exposition. Montreal:American Society of Mechanical Engineers, 2007:165 – 174.
[4] Jacobsen J O, Winder B G, Howell L L, *et al.* Lamina emergent mechanisms and their basic elements[J]. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 2010, 2 (1): (011003 – 1) – (011003 – 9).
[5] 邱丽芳,楚红岩,杨德斌,等. 基于伪刚体模型的多层 LEMs 建模与仿真[J]. 农业机械学报,2013,44(9):255 – 260. (Qiu Li-fang, Chu Hong-yan, Yang De-bin, *et al.* Modeling and simulation of multi-layered lamina emergent mechanisms based on pseudo-rigid-body [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2013, 44 (9): 255 – 260.)
[6] Albrechtsen N B,Magleby S P, Howell L L. Using lamina emergent mechanisms to develop credit-card-sized products [C]//ASME 2011 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engin-eering Conference. Washington D C:American Society of Mechanical Engineers,2011:223 – 231.
[7] Trease B P, Moon Y M, Kota S. Design of large-displacement compliant joints [J]. *Journal of Mechanical Design*,2005,127(4):788 – 798.
[8] Jacobsen J O,Chen G,Howell L L,*et al.* Lamina emergent torsional(LET) joint [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2009,44(11):2098 – 2109.
[9] Aten Q T,Jensen B D,Howell L L. Geometrically non-linear analysis of thin-film compliant MEMS via shell and solid elements[J]. *Finite Elements in Analysis and Design*,2012, 49(1):70 – 77.
[10] Ferrell D B,Isaac Y F,Magleby S P,*et al.* Development of criteria for lamina emergent mechanism flexures with specific application to metals [J]. *Journal of Mechanical Design*, 2011,133(3):(031009 – 1) – (031009 – 9).
[11] Wilding S E, Howell L L, Magleby S P. Introduction of planar compliant joints designed for combined bending and axial loading conditions in lamina emergent mechanisms[J]. *Mechanism and Machine Theory*,2012,56(5):1 – 15.