

复杂矿山设备周期激励响应分析的增量谐波平衡法

赵倩, 张文兵, 姚红良, 闻邦椿

(东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘 要: 针对复杂矿山设备中由于存在周期激励而引发的严重振动问题, 以大型矿用给料装置为研究对象, 将其钢结构机架简化为框架结构模型; 考虑物料冲击是引发振动的主要原因, 推导了非简谐周期激励的增量谐波平衡法; 采用此方法分析周期激励下矿山设备的振动特性, 并与 Newmark- β 法进行对比, 验证了算法的精确性效率; 研究设备与地面或基础接触时产生的非线性动响应, 以及不同地面软硬程度下响应的规律. 结果表明, 该法用来分析复杂矿山设备在周期激励作用下的非线性稳态响应问题是有效的.

关 键 词: 矿山设备; 框架结构; 周期激励; 稳态响应; 增量谐波平衡法

中图分类号: TH 113.1

文献标志码: A

文章编号: 1005-3026(2014)11-1588-05

Incremental Harmonic Balance Method for Response Analysis of the Complex Mining Equipment with Periodic Excitation

ZHAO Qian, ZHANG Wen-bing, YAO Hong-liang, WEN Bang-chun

(School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China.

Corresponding author: ZHAO Qian, E-mail: neuzhaoqian@sina.cn)

Abstract: Aiming at the serious vibration of complex mining equipment which caused by periodic excitation, the feeding device of large-scale mining equipment was studied and its steel structure was simplified as a frame structure model. Considering material impact was the main source of vibration, the incremental harmonic balance method with non-harmonic periodic excitation was proposed. Vibration characteristics were analyzed by using the proposed method, and its accuracy and efficiency were verified by Newmark- β method. The nonlinear dynamic response which caused by the ground or the base contact and the response regular with different ground hardness were investigated. The results showed that this method is effective for analyzing the nonlinear steady-state response problems of complex mining equipment with periodic excitation.

Key words: mining equipment; frame structure; periodic excitation; steady-state response; incremental harmonic balance method

外载荷经常影响复杂设备的正常工作, 如落料设备的料斗在冲击力作用下振动较为严重, 影响设备的安全平稳运行; 大型矿山设备受风载作用易产生振动, 造成颠覆或倾翻事故; 起重机箱型伸缩吊臂在周期载荷作用下, 会影响其动力稳定性等. 对复杂设备在外载荷作用下的稳态响应进行分析对于保证设备的正常运行具有重要的意义.

对结构进行稳态响应分析的方法包括数值分

析方法和解析法. 数值分析方法主要有 Runge-Kutta 方法^[1]、Newmark- β 法^[2]等, 此类方法在求解多自由度系统稳态响应时会遇到耗时太长的问題; 解析法应用较多的有多尺度法. 平均法和谐波平衡法^[3]等. 增量谐波平衡法^[4-5]作为一种半数值半解析方法, 是求解强非线性振动系统的有效工具, 在很多领域已有广泛应用^[6].

目前国内外学者对简谐激励作用下结构的响应分析已做了大量研究, 如文献[7]分析了在基

收稿日期: 2013-11-25

基金项目: 国家高技术研究发展计划项目(2012AA062002); 中国博士后科学基金资助项目(20110491506, 2013M541239).

作者简介: 赵倩(1989-), 女, 河北任丘人, 东北大学博士研究生; 闻邦椿(1930-), 男, 浙江温岭人, 东北大学教授, 博士生导师, 中国科学院院士.

础简谐激励作用下含有平方和立方项非线性力弯曲梁的非线性振动;文献[8]研究了夹紧固定端有基础简谐激励的悬臂圆盘的稳态响应;文献[9]采用增量谐波平衡法研究了一类二阶迟滞非线性控制系统在简谐激励下的稳态周期解等。

以上文献都是针对简谐激励的情况,但实际工程中,周期激励却广泛存在于复杂矿山设备的运行中。目前,对此类问题的研究还较少。因此,本文对矿用卸料装置在受物料冲击作用下的稳态响应特性进行了分析,推导了周期激励下响应分析的增量谐波平衡法,研究设备与地面或基础接触产生的非线性振动响应,以及不同地面软硬程度下响应的变化规律。这对探索物料冲击作用对矿山设备的影响、实际最佳工况参数的选择等方面具有一定的理论参考价值。

1 复杂矿山设备的建模和激励分析

1.1 复杂矿山设备的建模

采用框架结构作为给料装置钢结构机架的简化模型,如图 1 所示。模型右端上部为落料口,施加向下的周期激振力 $F(t)$ 来模拟落料时的冲击作用,结构右下端部为基础,施加全部固定约束。

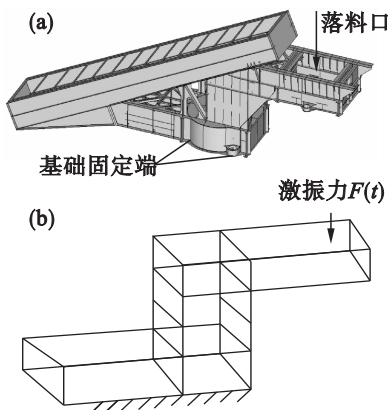


图 1 给料装置机架及框架结构简化模型

Fig. 1 The feeding device rack and its simple frame structure model

(a) — 给料装置机架; (b) — 框架结构简化模型。

本文对模型作了如下假设:

1) 忽略给料机各个构件的变形,将整个给料机钢结构系统作为刚性系统;

2) 分析钢结构输送物料的振动时,不考虑给料机各个部件之间的摩擦作用。

1.2 周期激励函数模型

由于物料质量大,在下落时刻带来的冲击载荷也比较大,冲击后会产生短时间内的负载增大。采用周期三角波函数模拟给料装置所受物料冲击

载荷作用。实际工作中,电铲倒入物料由一开始的少量物料下落到全部落下,载荷随着物料倒入过程逐渐增大至 F_0 ; 然后随着物料运输至出料口,物料载荷逐渐减小至 0。一定时间间隔内,物料再次倒入,形成如图 2 所示的周期激励。

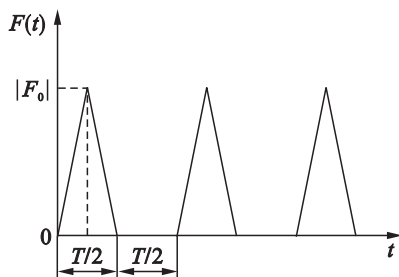


图 2 周期三角波激励函数

Fig. 2 The triangular wave excitation function

其数学描述为

$$F(t) = \begin{cases} 2F_0 t/T & (0 < t \leq T/4), \\ -2F_0 t/T & (T/4 < t \leq T/2), \\ 0 & (T/2 < t < T). \end{cases} \quad (1)$$

1.3 分段线性非线性刚度模型

给料装置在实际情况中,结构底端会与地面或基础接触。当产生向下压的作用力时,结构与地面之间的接触刚度为 k_1 ; 当结构弹起与地面分离时, k_1 为 0。因此产生了如图 3 所示的分段线性刚度。

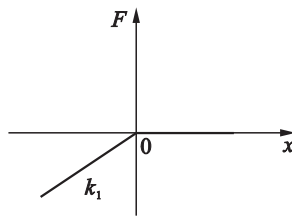


图 3 分段线性刚度模型

Fig. 3 Piecewise linear stiffness model

其数学描述为

$$F(x) = \begin{cases} k_1 x & (x \leq 0), \\ 0 & (x > 0). \end{cases} \quad (2)$$

2 周期激励下的增量谐波平衡法

考虑多自由度非线性系统的运动微分方程:

$$\omega^2 M \ddot{X} + \omega C \dot{X} + KX + f_n(X, \dot{X}) = F(t). \quad (3)$$

式中: $\omega = 2\pi/T$ 为激振频率基频; M, C, K 分别为质量、阻尼、刚度矩阵; $f_n(X, \dot{X})$ 为非线性项; $X = [x_1 \cdots x_N]^T$ 为响应向量。 $F(t)$ 为周期激励向量,其各个自由度上的傅里叶级数为

$$f_i(t) = \frac{A_{i0}}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_{in} \cos n\omega t + B_{in} \sin n\omega t) \quad (4)$$

其中: $A_{i0} = \frac{2}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} f_i(t) dt$; $A_{in} = \frac{2}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} f_i(t) \times \cos(n\omega t) dt$; $B_{in} = \frac{2}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} f_i(t) \sin(n\omega t) dt$.

考虑式(3)的稳态响应,设响应的基频为 $1/q$, q 为某一正整数. 则考虑到 r 阶谐波的每个自由度的响应为

$$x_i = a_{i0} + \sum_{l=1}^r [a_{il} \cos(l\tau/q) + b_{il} \sin(l\tau/q)],$$

$(i = 1, \cdots, N).$

(5)

由式(5)看出,只要求出 a_{i0}, a_{il}, b_{il} 等系数,就可以求出式(3)的解.

设当前状态为 X_0, ω_0, F_0 , 对其分别取增量 $\Delta X, \Delta \omega_0, \Delta F$, 即

$$X = X_0 + \Delta X, \omega = \omega_0 + \Delta \omega, F = F_0 + \Delta F.$$

(6)

将式(6)代入振动微分式(3),并略去高阶小量,整理得

$$\omega_0^2 M \Delta \ddot{X} + (\omega_0 C + C_n) \Delta \dot{X} + (K + K_n) \Delta X = F_0 + \Delta F - [\omega_0^2 M \ddot{X}_0 + \omega_0 C \dot{X}_0 + K X_0 + f_n(X_0, \dot{X}_0)] - (2\omega_0 M \ddot{X}_0 + C \dot{X}_0) \Delta \omega.$$

(7)

式中: $K_n = \frac{\partial f_n(X_0, \dot{X}_0)}{\partial X}$; $C_n = \frac{\partial f_n(X_0, \dot{X}_0)}{\partial \dot{X}}.$

令

$$x_{i0} = \alpha_{i00} + \sum_{l=1}^r [a_{i0l} \cos(l\tau/q) + b_{i0l} \sin(l\tau/q)] = C_s A_{i0},$$
$$\Delta x_i = \Delta a_{i0} + \sum_{l=1}^r [\Delta a_{il} \cos(l\tau/q) + b_{il} \sin(l\tau/q)] = C_s \Delta A_i.$$

式中: C_s 为简谐函数行向量; A_i 为系数列向量.

设

$$S = \begin{bmatrix} C_s & & \\ & C_s & \\ & & \ddots \\ & & & C_s \end{bmatrix},$$

则系统中所有未知量的组合为: $X = SA, X_0 = SA_0, \Delta X = S \Delta A$.

设 $\delta(\Delta X) = S \delta(\Delta A)$ 为 ΔX 的变分, 对式(7)两边取 Galerkin 过程, 有

$$\int_0^{2\pi} \delta(\Delta A)^T S^T [\omega_0^2 M \ddot{S} \Delta A + (\omega_0 C + C_n) \dot{S} \Delta A + (K + K_n) S \Delta A] d\tau = \int_0^{2\pi} \delta(\Delta A)^T S^T [R - \Delta \omega Q + \Delta F] d\tau.$$

(8)

式中: $R = F_0 - [\omega_0^2 M \ddot{X}_0 + \omega_0 C \dot{X}_0 + K X_0 + f_n(X_0, \dot{X}_0)]$ 为修正项; $Q = -(2\omega_0 M \ddot{X}_0 + C \dot{X}_0)$ 是由于

增量 $\Delta \omega$ 引起的不平衡力.

设 $M_s = M \dot{S}, C_s = C \dot{S}, K_s = K S, C_{ns} = C_n \dot{S}, K_{ns} = K_n S$, 积分式(8)并整理得

$$K_m \Delta A = R_{m1} + R_{m2} + Q \Delta \omega + \Delta F.$$

(9)

式中: $K_m = \int_0^{2q\pi} S^T [\omega^2 M_s + \omega C_s + K_s + K_{ns} + C_{ns}] d\tau$; $R_{m1} = - \int_0^{2q\pi} S^T [\omega^2 M_s + \omega C_s + K_s] d\tau$; $R_{m2} = \int_0^{2q\pi} S^T [F(\tau) - f_n(x_0)] d\tau$; $Q = \int_0^{2\pi} -(2\omega_0 M \ddot{X}_0 + C \dot{X}_0) d\tau.$

通过式(9)的迭代运算,即可求出 A 的值,再利用式(5)求得原系统的解.

3 数值仿真与分析

3.1 方法验证

取激振力幅值 $F_0 = 10$ kN, 激振频率 $f = 4$ Hz. 图4为得到的稳态响应. 图中实线为本文算法所得结果,带圈虚线为 Newmark- β 法所得结果.

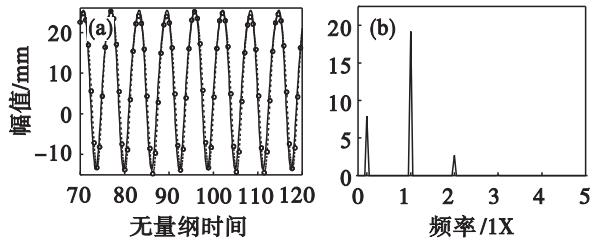


图4 振动时域波形和频谱图
Fig. 4 Time-domain waveform, amplitude spectrum
(a)一时域波形; (b)一频谱.

由图4可以看出,两种方法所得结果吻合较好,验证了本文算法的精确性,但采用 Newmark- β 法需循环 300 个周期,用时 4 158.577 s 才接近而未完全收敛,本文算法仅用时 12.25 s,可见其在计算效率方面具有明显的优势.

3.2 激振频率的选择

矿用重型给料机通常用于破碎机连续均匀配给和转运物料,其最大的工作特点是输送能力大、低速重载. 运输速度,一般小于 0.5 m/s,故本文选取在 10 Hz 以内进行仿真,输出幅频响应曲线如图5所示,得到不同工作频率下系统振动的程度. 由图5a可以看出,激励频率在 0.1~3 Hz 时振幅很大,比较危险;图5b为截取放大的 3~9 Hz 区域,可以看出激励频率为 5.57 Hz 时振幅比较小,属于最安全的范围.

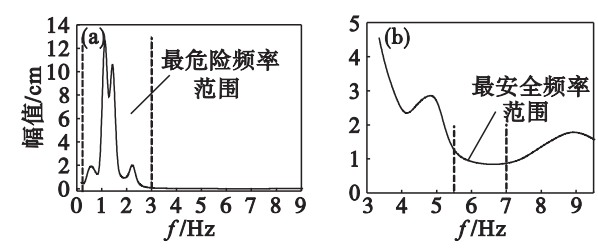


图 5 幅频响应曲线
Fig. 5 Amplitude frequency response curve
(a)一大范围；(b)一局部范围.

3.3 地面软硬程度的影响

1) 时域及频谱分析. 由以上分析可知,取激励频率为 5.57 Hz 较为安全. 假设设备与地面接触产生了非线性刚度力,取不同接触刚度时系统的稳态响应如图 6 所示.

由图 6 结果看出,在周期激励和基础非线性接触力共存的情况下,产生了复杂的非线性振动现象,幅值谱图上出现丰富的高频频率;随着地面硬度的增大,高频分量逐渐丰富,基频频率峰值呈

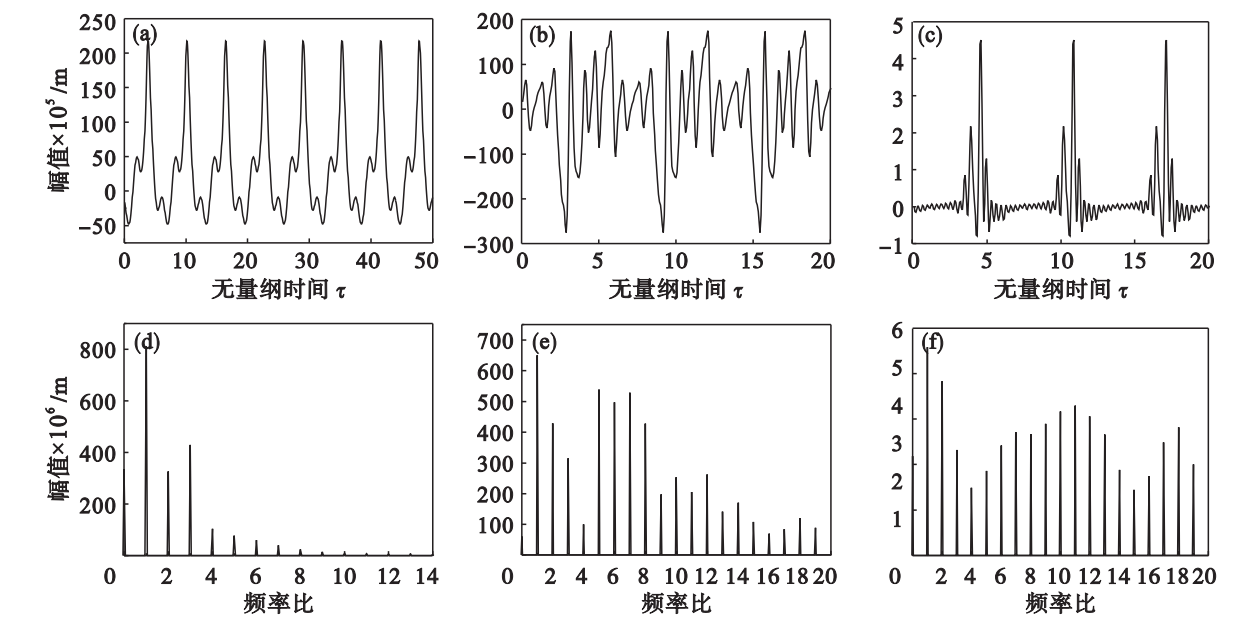


图 6 不同接触刚度下的时域波形和频谱图
Fig. 6 Time-domain waveforms, amplitude spectrums with different contact stiffness
(a)— $k_1 = 1 \times 10^5$ N/m, 时域; (b)— $k_1 = 1 \times 10^6$ N/m, 时域; (c)— $k_1 = 1 \times 10^8$ N/m, 时域;
(d)— $k_1 = 1 \times 10^5$ N/m, 频域; (e)— $k_1 = 1 \times 10^6$ N/m, 频域; (f)— $k_1 = 1 \times 10^8$ N/m, 频域.

现减小趋势,基频所占主要分量逐渐分配给了各高频分量.

2) 幅频响应分析. 分别取刚度值数量级在 $n \times 10^4$ N/m, $n \times 10^5$ N/m, $n \times 10^6$ N/m 时,对系统进行幅频响应分析,输出幅频响应曲线如图 7 所示.

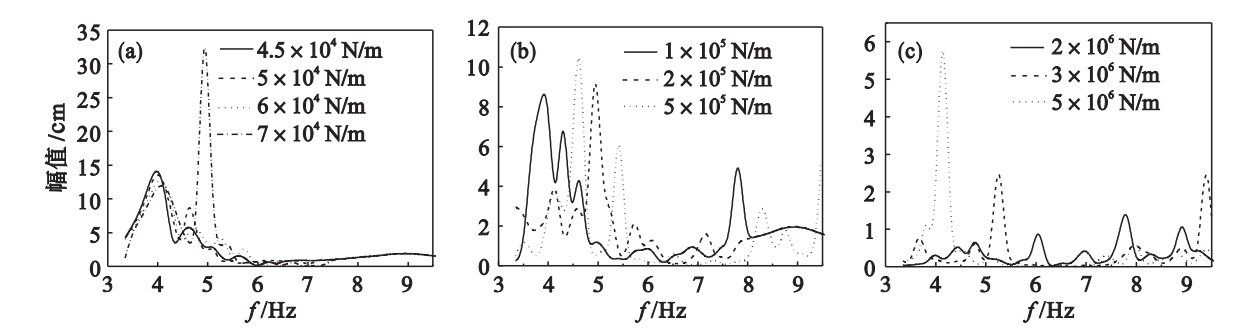


图 7 不同地面硬度下的幅频响应曲线
Fig. 7 Amplitude frequency response curves with different ground hardness
(a)— $n \times 10^4$ N/m; (b)— $n \times 10^5$ N/m; (c)— $n \times 10^6$ N/m.

从图 7 看出,随着地面硬度的增大,整体最大幅值呈减小趋势;但接触刚度在同一数量级范围内增大时,振幅有增大趋势.