doi: 10.3969/j.issn.1005-3026.2015.01.032

考虑多人给出参照点的风险型多属性决策方法

刘云志, 樊治平
(东北大学 工商管理学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘　　要: 针对多人给出参照点的风险型多属性决策问题,提出了一种基于累积前景理论的决策分析方法. 在该方法中,首先依据累积前景理论,计算每个参与决策人针对不同自然状态下每个方案的属性值的前景价值及决策权重函数值,进而得到每个参与决策人针对各方案的综合累积前景值;然后,计算每个参与决策人的决策信息与总体决策信息的期望一致性程度,并得到每个参与决策人的权重;在此基础上,计算各方案的总体累积前景值,并依据总体累积前景值的大小对各备选方案进行排序. 最后,通过一个数值算例来说明该方法的可行性.

关 键 词: 风险型多属性决策;参照点;累积前景理论;期望一致性程度;方案排序
中图分类号: C 934　　**文献标志码**: A　　**文章编号**: 1005-3026(2015)01-0148-05

A Method for Risky Multi-attribute Decision Making with Multiple Reference Points

LIU Yun-zhi, *FAN Zhi-ping*
(School of Business Administration, Northeastern University, Shenyang 110819, China. Corresponding author: LIU Yun-zhi, E-mail: yunzhi_liu@126.com)

Abstract: A method based on cumulative prospect theory was proposed to solve risky multi-attribute decision making problems with multiple reference points. First, in light of cumulative prospect theory, the prospect value and decision weight of each alternative with regard to each person were calculated in different natural states, and the comprehensive cumulative prospect value of each alternative with regard to each person was obtained accordingly. Then, the expected degree of consistency for each person′s decision information and overall decision information was calculated, and each person′s weight was obtained. On this basis, the overall cumulative prospect value of each alternative was calculated, and the alternative ranking was determined. Finally, a numerical example was given to illustrate the applicability of the proposed method.

Key words: risky multi-attribute decision making; reference point; cumulative prospect theory; expected degree of consistency; alternative ranking

风险型多属性决策是指在不确定环境下依据多个属性进行有限方案排序或选择的问题,该问题的特点是:在决策过程中每个备选方案都会遇到几种不同的可能情况,而且已知每一种情况的可能性有多大,即发生的概率有多大,因此在依据不同概率所拟定的多个决策方案中,不论选择哪一种方案,都要承担一定的风险,其在经济管理及工程管理等多个领域具有广泛的实际背景[1-2]. 但在一些现实的风险型多属性决策问题中,决策者可能会对每个属性给出参照点,且在不同自然状态下的参照点是不同的,而属性值超过参照点的部分被视为"收益",没有达到参照点的部分被视为"损失",这体现了决策者的心理行为. 因此,针对决策者给出参照点的风险型多属性决策问题的研究是值得关注的. 目前,关于此方面的研究,已有一些相关的研究成果[3-6],而这些研究成果

收稿日期: 2013-11-25
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71271051); 辽宁省高等学校创新团队支持计划项目(WT2013004); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(N110706001, N130606001).
作者简介: 刘云志(1985-),男,辽宁辽阳人,东北大学博士研究生; 樊治平(1961-),男,江苏镇江人,东北大学教授,博士生导师.

主要是建立在 Kahneman 和 Tversky 所提出的前景理论[7-8]的基础之上. 需要指出的是，已有的研究成果很少考虑解决多人（或多个参与决策人）给出参照点的风险型多属性决策问题. 鉴于此，本文针对多人给出参照点的风险型多属性决策问题，提出一种基于累积前景理论的决策分析方法，该方法首先依据累积前景理论计算各参与决策人针对各方案的综合累积前景值，然后计算基于多人一致性分析的每个参与决策人的权重，并在此基础上计算每个方案的总体累积前景值，进而对各备选方案进行排序.

1 问题描述

在考虑多人给出参照点的风险型多属性决策问题中，为便于分析，用以下符号来描述该问题中所涉及的集和量. $H=\{1,2,\cdots,h\}$ 为 h 个自然状态的下标集合（下文论述中的“自然状态”均被简称为“状态”）；$S=\{S_1,S_2,\cdots,S_h\}$ 为 h 个状态的集合，其中 S_t 为第 t 种状态，$t\in H$；P_t 为 S_t 发生的概率，满足 $P_t\in[0,1]$，$\sum_{t=1}^{h}P_t=1$；$M=\{1,2,\cdots,m\}$ 为 m 个备选方案的下标集合；$A=\{A_1,A_2,\cdots,A_m\}$ 为 m 个备选方案的集合，其中 A_i 为第 i 个备选方案，$i\in M$；$N=\{1,2,\cdots,n\}$ 为 n 个属性的下标集合；$C=\{C_1,C_2,\cdots,C_n\}$ 为 n 个属性的集合，其中 C_j 为第 j 个属性，$j\in N$，且 $C_1,C_2,\cdots,C_n$ 是加性独立的；$N_{\mathrm{b}},N_{\mathrm{c}}$ 为效益型属性、成本型属性的下标集合，满足 $N_{\mathrm{b}}\cup N_{\mathrm{c}}=N$，$N_{\mathrm{b}}\cap N_{\mathrm{c}}=\varnothing$；$\boldsymbol{\omega}=(\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n)$ 为属性权重向量，其中 ω_j 为属性 C_j 的权重或重要程度，满足 $\omega_j\in[0,1]$，$\sum_{j=1}^{n}\omega_j=1$；$K=\{1,2,\cdots,k\}$ 为 k 个参与决策人（专家或决策者）的下标集合；$E=\{E_1,E_2,\cdots,E_k\}$ 为 k 个参与决策人的集合，其中 E_l 表示第 l 个参与决策人，$l\in K$；$\boldsymbol{\eta}=(\eta_1,\eta_2,\cdots,\eta_k)$ 为参与决策人的影响程度向量，其中 η_l 为参与决策人 E_l 对决策过程的影响程度，满足 $\eta_l\in[0,1]$，$\sum_{l=1}^{k}\eta_l=1$；$\boldsymbol{Q}_t^l=(q_{t1}^l,q_{t2}^l,\cdots,q_{tm}^l)$ 为参与决策人 E_l 在状态 S_t 下针对各属性所给出的参照点向量，其中 q_{tj}^l 为针对属性 C_j 的参考点，$j\in N$，$t\in H$，$l\in K$；$\boldsymbol{D}_t=[d_{ijt}]_{m\times n\times h}$ 为状态 S_t 下的风险决策矩阵，其中 d_{ijt} 为在状态 S_t 下方案 A_i 针对属性 C_j 的属性值或结果，$i\in M$，$j\in N$，$t\in H$.

在本文中，考虑决策信息的数据类型均为清晰数的形式. 本文要解决的问题是，依据上述决策信息，如何通过一个有效的决策分析方法来确定所有方案的排序或选择最优方案.

2 决策方法

2.1 每个参与决策人针对各方案的综合累积前景值的计算

关于每个参与决策人针对各方案的综合累积前景值的计算，其具体计算过程如下：

1）依据累积前景理论[8]，计算每个参与决策人针对状态 S_t 下属性 C_j 的属性值 d_{ijt} 相对于参照点 q_{tj}^l 的益损值 $F(d_{ijt})$，其计算公式为

$$F(d_{ijt})=\begin{cases}d_{ijt}-q_{tj}^l,i\in M,j\in N_{\mathrm{b}},t\in H,l\in K;\\ q_{tj}^l-d_{ijt},i\in M,j\in N_{\mathrm{c}},t\in H,l\in K.\end{cases}\tag{1}$$

2）考虑到每个参与决策人面对收益和损失时具有不同的风险态度，依据益损值 $F(d_{ijt})$，可计算方案 A_i 针对属性 C_j 的属性值 d_{ijt} 的前景价值 v_{ijt}^l. 若记 $v_{ijt}^{(-)l}$ 和 $v_{ijt}^{(+)l}$ 分别表示方案 A_i 在各状态下遭受损失时针对属性 C_j 所对应的前景价值和获得收益时针对属性 C_j 所对应的前景价值，则依据累积前景理论[8]，前景价值 v_{ijt}^l 的计算公式为

$$v_{ijt}^l=\begin{cases}v_{ijt}^{(-)l},F(d_{ijt})<0;\\ v_{ijt}^{(+)l},F(d_{ijt})\geqslant 0.\end{cases}$$
$$i\in M,j\in N,t\in H,l\in K.\tag{2}$$

其中，$v_{ijt}^{(-)l}$ 和 $v_{ijt}^{(+)l}$ 的计算公式分别为

$$v_{ijt}^{(-)l}=-\theta_l(-F(d_{ijt}))^{\beta_l},$$
$$i\in M,j\in N,t\in H,l\in K;\tag{3}$$
$$v_{ijt}^{(+)l}=(F(d_{ijt}))^{\alpha_l},$$
$$i\in M,j\in N,t\in H,l\in K.\tag{4}$$

式(3)和式(4)中，α_l 和 β_l 为参与决策人 E_l 的风险态度系数，$\alpha_l,\beta_l\in(0,1)$[7]，α_l 和 β_l 越大表明 E_l 越倾向于冒险；θ_l 为参与决策人 E_l 的损失规避系数，$\theta_l>1$[8]，θ_l 越大表明 E_l 对损失越敏感. 一般情况下，不同参与决策人的风险态度系数和损失规避系数是不同的. Kahneman 和 Tversky 在研究中发现，当参数 $\alpha=\beta=0.88$，$\theta=2.55$ 时与经验数据较为一致[7]，同时也有一些学者在实证研究中得出 β 的取值应比 α 的取值要大[9-10]，如 Abdellaoui 在实证分析中建议 α 和 β 的取值分别为 0.89 和 0.92[9]. Tversky 和 Kahneman 建议 $\theta\in[2,2.5]$[8].

3）将前景价值 v_{ijt}^l 规范化为 $\widehat{v}_{ijt}^l$，规范化处理的目的是消除不同物理量纲对最终决策结果的影响，且 v_{ijt}^l 的规范化公式为

$$\widehat{v}^l_{ijt}=\frac{v^l_{ijt}}{v^l_{\max jt}},i\in M,j\in N,t\in H,l\in K. \quad (5)$$

其中,$v^l_{\max jt}=\max_{i\in M}\{|v^l_{ijt}|\},j\in N,t\in H,l\in K$.

4）将前景价值 $v^l_{ij1},v^l_{ij2},\cdots,v^l_{ijh}$ 由小到大进行排序,得到 $v^l_{ij(1)}\leqslant\cdots\leqslant v^l_{ij(\zeta)}<0\leqslant v^l_{ij(\zeta+1)}\cdots\leqslant v^l_{ij(h)}$,其中 $v^l_{ij(o)}$ 表示 $v^l_{ij1},v^l_{ij2},\cdots,v^l_{ijh}$ 中从小到大排在第 o 位的前景价值. 若 $o\leqslant\zeta$,则 $v^l_{ij(o)}=v^{(-)l}_{ijo}<0$;若 $\zeta+1\leqslant o$,则 $v^l_{ij(o)}=v^{(+)l}_{ijo}\geqslant0$, $o\in H$. 相应地,记 $v^l_{ij(o)}$ 所对应的状态为 $S_o,S_o\in\{S_1,S_2,\cdots,S_h\}$;$S_o$ 所对应的状态概率为 $P_o,P_o\in\{P_1,P_2,\cdots,P_h\}$. 进而,可计算方案 A_i 针对属性 C_j 的属性值 d_{ijt} 所对应的决策权重函数值 π^l_{ijo}. 若记 $\pi^{(-)l}_{ijo}$ 和 $\pi^{(+)l}_{ijo}$ 分别表示方案 A_i 在状态 S_o 下遭受损失时所对应的决策权重函数值和获得收益时所对应的决策权重函数值,则依据累积前景理论[8],决策权重函数值 π^l_{ijo} 的计算公式为

$$\pi^l_{ijo}=\begin{cases}\pi^{(-)l}_{ijo},o\in\{1,2,\cdots,\zeta\};\\ \pi^{(+)l}_{ijo},o\in\{\zeta+1,\zeta+2,\cdots,h\}.\end{cases}$$
$$i\in M,j\in N,l\in K. \quad (6)$$

其中,$\pi^{(-)l}_{ijo}$ 和 $\pi^{(+)l}_{ijo}$ 的计算公式分别为

$$\pi^{(-)l}_{ijo}=w^-(\sum_{r=1}^{o}P_r)-w^-(\sum_{r=1}^{o-1}P_r),$$
$$o\in\{1,2,\cdots,\zeta\},i\in M,j\in N,l\in K; \quad (7)$$
$$\pi^{(+)l}_{ijo}=w^+(\sum_{r=o}^{h}P_r)-w^+(\sum_{r=o+1}^{h}P_r),$$
$$o\in\{\zeta+1,\zeta+2,\cdots,h\},i\in M,j\in N,l\in K. \quad (8)$$

依据文献[11],式(7)和式(8)中的 $w^-(\cdot)$ 和 $w^+(\cdot)$ 分别为

$$w^-(\sum_{r=1}^{o}P_r)=\exp(-\gamma^-(-\ln(\sum_{r=1}^{o}P_r))^{\varphi}), \quad (9)$$
$$w^+(\sum_{r=o}^{h}P_r)=\exp(-\gamma^+(-\ln(\sum_{r=o}^{h}P_r))^{\varphi}). \quad (10)$$

其中,γ^-,γ^+ 和 φ 为模型参数,且 $\gamma^-,\gamma^+,\varphi>0$. 文献[11]中建议 $\varphi\in(0,1]$,而 γ^-,γ^+ 和 φ 不同的取值刻画了决策者在决策过程中不同的过度反应与判断疏忽程度.

5）依据式(5)～式(10),计算方案 A_i 针对属性 C_j 的累积前景值 $\widehat{V}^l_{ij}$,其计算公式为

$$\widehat{V}^l_{ij}=\sum_{o\in H}\pi^l_{ijo}\widehat{v}^l_{ijo},i\in M,j\in N,l\in K. \quad (11)$$

6）依据式(11)和属性权重向量 $\boldsymbol{\omega}=(\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n)$,计算每个人针对各方案的综合累积前景值 U^l_i,其计算公式为

$$U^l_i=\sum_{j=1}^{n}\omega_j\widehat{V}^l_{ij},i\in M,l\in K. \quad (12)$$

2.2 参与决策人权重的计算

依据文献[12]的基本思想,计算每个参与决策人的权重,具体的计算过程如下:

1）依据规范化的前景价值 $\hat{v}^l_{ijt}$ 和决策权重函数值 π^l_{ijt},构建加权价值矩阵 $\hat{\boldsymbol{V}}^l_t=[\hat{v}^l_{ijt}]_{m\times n\times h}$,该矩阵中的元素 $\hat{v}^l_{ijt}$ 的计算公式为

$$\hat{v}^l_{ijt}=\pi^l_{ijt}\widehat{v}^l_{ijt},i\in M,j\in N,t\in H,l\in K. \quad (13)$$

2）依据加权价值矩阵 $\hat{\boldsymbol{V}}^l_t=[\hat{v}^l_{ijt}]_{m\times n\times h}$,分别构建正理想加权价值矩阵 $\boldsymbol{B}_t=[b_{ijt}]_{m\times n\times h}$,右负理想加权价值矩阵 $\bar{\boldsymbol{B}}_t=[\bar{b}_{ijt}]_{m\times n\times h}$ 和左负理想加权价值矩阵 $\underline{\boldsymbol{B}}_t=[\underline{b}_{ijt}]_{m\times n\times h}$,其中 $b_{ijt},\bar{b}_{ijt}$ 和 $\underline{b}_{ijt}$ 的计算公式分别为

$$b_{ijt}=\frac{1}{k}\sum_{l=1}^{k}\hat{v}^l_{ijt},i\in M,j\in N,t\in H; \quad (14)$$
$$\bar{b}_{ijt}=\max_{l\in K}\{\hat{v}^l_{ijt}\},i\in M,j\in N,t\in H; \quad (15)$$
$$\underline{b}_{ijt}=\min_{l\in K}\{\hat{v}^l_{ijt}\},i\in M,j\in N,t\in H. \quad (16)$$

3）依据式(13)～式(16),分别计算Euclidean距离 $s^l_t,\bar{s}^l_t$ 和 $\underline{s}^l_t$,相应的计算公式分别为

$$s^l_t=\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(\hat{v}^l_{ijt}-b_{ijt})^2},t\in H,l\in K; \quad (17)$$
$$\bar{s}^l_t=\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(\hat{v}^l_{ijt}-\bar{b}_{ijt})^2},t\in H,l\in K; \quad (18)$$
$$\underline{s}^l_t=\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(\hat{v}^l_{ijt}-\underline{b}_{ijt})^2},t\in H,l\in K. \quad (19)$$

4）依据式(17)～式(19),计算参与决策人 E_l 在状态 S_t 下的决策信息与总体决策信息的一致性程度 GCI^l_t,其计算公式为

$$\mathrm{GCI}^l_t=\frac{\bar{s}^l_t+\underline{s}^l_t}{s^l_t+\bar{s}^l_t+\underline{s}^l_t},t\in H,l\in K. \quad (20)$$

式(20)中,$\mathrm{GCI}^l_t\in[0,1]$. 特殊地,若 $s^l_t=0$,有 $\mathrm{GCI}^l_t=1$,则表明参与决策人 E_l 在状态 S_t 下的决策信息与总体决策信息的一致性程度为1.

5）依据式(20)和状态概率 P_t,计算每个决策参与人对应的期望一致性程度 EGCI_l,其计算公式为

$$\mathrm{EGCI}_l=\sum_{t=1}^{h}P_t\mathrm{GCI}^l_t,l\in K. \quad (21)$$

式(21)中,$\mathrm{EGCI}_l\in[0,1]$. 特殊地,若 $\forall t\in H$, $\mathrm{GCI}^l_t=1$,有 $\mathrm{EGCI}_l=1$.

6）综合参与决策人的期望一致性程度 EGCI_l 和影响程度向量 $\boldsymbol{\eta}=(\eta_1,\eta_2,\cdots,\eta_k)$,计算每个参与决策人的权重 SEGCI_l,其计算公式为

$$\mathrm{SEGCI}_l=\mu\eta_l+(1-\mu)\mathrm{EGCI}_l,l\in K. \quad (22)$$

式(22)中,μ 为调节因子,$\mu\in[0,1]$. 在实际决策过程中,调节因子一般由决策者(或决策组织者)

给出,若参与决策人的一致性程度更被看重,则 $\mu \in [0,0.5)$,且 μ 的取值越小,表明参与决策人的一致性程度越被看重;若参与决策人的影响程度更被看重,则 $\mu \in (0.5,1]$,且 μ 的取值越大,表明参与决策人的影响程度越被看重;若参与决策人的一致性程度与影响程度被视为同等重要,则 $\mu = 0.5$.

7) 对权重 SEGCI_l 进行规范化,得到参与决策人的权重向量 $\boldsymbol{\delta} = (\delta_1,\delta_2,\cdots,\delta_k)$,其中 δ_l 的计算公式为

$$\delta_l = \frac{\mathrm{SEGCI}_l}{\sum_{l=1}^{k}\mathrm{SEGCI}_l}, l \in K. \tag{23}$$

2.3　各方案总体累积前景值的计算及方案排序

依据由式(12)得到的各方案的综合累积前景值 U_i^l 和由式(23)得到的各参与决策人的权重 $\delta_l, i \in M, l \in K$,计算每个方案的总体累积前景值 U_i,其计算公式为

$$U_i = \sum_{l=1}^{k}\delta_l U_i^l, i \in M. \tag{24}$$

进而,依据 U_i 的大小可对所有方案进行排序,U_i 愈大,相应的方案愈排在前面.

综上所述,下面给出考虑多人给出参照点的风险型多属性决策方法的具体计算步骤.

步骤 1　依据式(1)~式(4),计算每个方案针对各属性的属性值所对应的前景价值 v_{ijt}^l,并依据式(5),将前景价值 v_{ijt}^l 规范化为 $\hat{v}_{ijt}^l$.

步骤 2　依据式(6)~式(10),计算每个方案针对各属性的属性值所对应的决策权重函数值 $\boldsymbol{\pi}_{ijo}^l$.

步骤 3　依据式(11),计算每个方案针对各属性的累积前景值 $\hat{V}_{ij}^l$,并依据式(12),计算各参与决策人针对各方案的综合前景值 U_i^l.

步骤 4　依据式(13),构建加权价值矩阵 $\hat{\boldsymbol{V}}_t^l = [\hat{v}_{ijt}^l]_{m\times n\times h}$,并依据式(14)~式(16),分别构建正理想加权价值矩阵 $\boldsymbol{B}_t = [b_{ijt}]_{m\times n\times h}$,右负理想加权价值矩阵 $\bar{\boldsymbol{B}}_t = [\bar{b}_{ijt}]_{m\times n\times h}$ 和左负理想加权价值矩阵 $\underline{\boldsymbol{B}}_t = [\underline{b}_{ijt}]_{m\times n\times h}$.

步骤 5　依据式(17)~式(21),计算每个参与决策人对应的期望相似系数 EGCI_l.

步骤 6　依据式(22)和式(23),计算参与决策人权重向量 $\boldsymbol{\delta}$.

步骤 7　依据式(24),计算各方案的总体累积前景值 U_i,并据此对所有方案进行排序.

3　算例分析

为说明本文给出的决策方法的可行性,下面考虑一个风险投资项目选择问题.某投资银行欲选择一个项目进行投资,该投资银行组建了一个由 3 位投资专家(E_1,E_2,E_3)组成的投资咨询组,经咨询组商议后,现有 5 个备选项目(A_1,A_2,A_3,A_4,A_5),且决策者考虑的属性主要有 3 个(C_1,C_2,C_3),即期望净现值 C_1(单位:万元)、风险盈利值 C_2(单位:万元)和风险损失值 C_3(单位:万元).在这 3 个属性中,属性 C_1 和 C_2 为效益型属性,C_3 为成本型属性.另外,在投资期间,有 3 种可能的市场状态(S_1,S_2,S_3),分别为好、中和差,且已经估计各市场状态发生的概率分别为 $P_1 = 0.3, P_2 = 0.5, P_3 = 0.2$.假设决策者提供的属性权重向量为 $\boldsymbol{\omega} = (0.6,0.2,0.2)$,专家影响程度向量为 $\boldsymbol{\eta} = (0.2,0.6,0.2)$.假设 3 位投资专家分别针对各市场状态给出属性的参照点向量分别为 $\boldsymbol{Q}_1^1 = (320,100,40)$,$\boldsymbol{Q}_2^1 = (260,100,60)$,$\boldsymbol{Q}_3^1 = (210,60,70)$;$\boldsymbol{Q}_1^2 = (360,120,55)$,$\boldsymbol{Q}_2^2 = (300,110,70)$,$\boldsymbol{Q}_3^2 = (250,70,70)$;$\boldsymbol{Q}_1^3 = (300,90,30)$,$\boldsymbol{Q}_2^3 = (250,80,50)$,$\boldsymbol{Q}_3^3 = (200,50,60)$.不同市场状态下的风险决策矩阵为 $\boldsymbol{D}_t, t = 1,2,3$(如表 1 所示).

表 1　风险决策矩阵

Table 1　Risky decision making matrix

A_i	$S_1(P_1=0.3)$			$S_2(P_2=0.5)$			$S_3(P_3=0.2)$		
	C_1	C_2	C_3	C_1	C_2	C_3	C_1	C_2	C_3
A_1	310	110	45	260	80	60	180	50	70
A_2	360	130	35	310	90	55	240	75	65
A_3	340	120	50	290	110	65	220	80	75
A_4	300	100	55	250	95	70	190	60	80
A_5	330	140	40	280	100	60	260	65	60

下面,运用前文给出的决策分析方法来选择最优项目进行投资,有关计算过程描述如下:

步骤 1　依据式(1)~式(4),计算每个方案针对各属性的前景价值 v_{ijt}^l,并依据式(5),将前景价值 v_{ijt}^l 规范化为 $\hat{v}_{ijt}^l$,其中式(3)和式(4)中的参数取值为文献[7]提供的实验值,$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 =$

$\beta_1=\beta_2=\beta_3=0.88$, $\theta_1=\theta_2=\theta_3=2.25$.

步骤2 依据式(6)~式(10),计算每个方案针对各属性的属性值所对应的决策权重函数值 π_{ijo}^l,其中式(9)和式(10)中的参数 γ^-,γ^+ 和 φ 分别取 $\gamma^-=0.8$,$\gamma^+=0.8$ 和 $\varphi=1.0$[11].

步骤3 依据式(11),计算每个方案针对各属性的累积前景值 $\hat{V}_{ij}^l$,并依据式(12),计算每个专家针对各方案的综合前景值,即:$U_1^1=-0.42$, $U_2^1=0.58$, $U_3^1=0.28$, $U_4^1=-0.68$, $U_5^1=0.39$; $U_1^2=-0.59$, $U_2^2=0.12$, $U_3^2=-0.16$, $U_4^2=-0.79$, $U_5^2=-0.10$; $U_1^3=-0.12$, $U_2^3=0.65$, $U_3^3=0.41$, $U_4^3=-0.19$, $U_5^3=0.47$.

步骤4 依据式(13),构建加权价值矩阵 $\hat{\boldsymbol{V}}_t^1=[\hat{v}_{ijt}^1]_{m\times n\times h}$, $\hat{\boldsymbol{V}}_t^2=[\hat{v}_{ijt}^2]_{m\times n\times h}$ 和 $\hat{\boldsymbol{V}}_t^3=[\hat{v}_{ijt}^3]_{m\times n\times h}$,并依据式(14)~式(16),构建正理想加权价值矩阵 $\boldsymbol{B}_t=[b_{ijt}]_{m\times n\times h}$,右负理想加权价值矩阵 $\bar{\boldsymbol{B}}_t=[\bar{b}_{ijt}]_{m\times n\times h}$ 和左负理想加权价值矩阵 $\underline{\boldsymbol{B}}_t=[\underline{b}_{ijt}]_{m\times n\times h}$.

步骤5 依据式(17)~式(21),计算每个专家对应的期望一致性程度为 $\mathrm{EGCI}_1=0.84$, $\mathrm{EGCI}_2=0.72$, $\mathrm{EGCI}_3=0.75$.

步骤6 依据式(22)和式(23),计算专家权重向量为 $\boldsymbol{\delta}=(0.31,0.40,0.29)$,即每个专家的权重分别为 $\delta_1=0.31$, $\delta_2=0.40$, $\delta_3=0.29$,其中式(22)中的调节因子取 $\mu=0.5$.

步骤7 依据式(24),计算各方案的总体累积前景值分别为 $U_1=-0.40$, $U_2=0.42$, $U_3=0.14$, $U_4=-0.58$, $U_5=0.22$. 进一步地,可知 $U_2>U_5>U_3>U_1>U_4$,进而得到所有备选方案的排序结果为 $A_2\succ A_5\succ A_3\succ A_1\succ A_4$,即选择项目 A_2 进行投资.

由算例的计算过程可以看出,本文给出的决策分析方法具有以下两个优点:①针对多人给出参照点情形的风险型多属性决策问题,提供了一种较为科学、有效的决策分析工具,即体现在将累积前景理论应用于多人给出参照点情形的风险型多属性决策问题;②在充分利用客观决策信息的同时,兼顾到了主观决策信息对决策结果的影响,即体现在基于多人一致性分析的各参与决策人权重确定的方法中,引入调节因子,从而既考虑到了客观决策信息对各参与决策人权重的影响,也考虑到了主观决策信息(参与决策人的影响程度)对各参与决策人权重的影响.

4 结 语

本文给出了一种基于累积前景理论的决策分析方法来解决多人给出参照点的风险型多属性决策问题. 该方法是依据累积前景理论计算各方案的综合累积前景值,并进一步计算每个决策参与人的权重,在此基础上,计算每个方案的总体累积前景值并据此对各备选方案进行排序. 与已有相关决策方法不同的是,本文着重考虑了多人给出参照点的情形. 本文的方法具有可操作性和实用性,为解决现实中考虑多人给出参照点的风险型多属性决策问题提供了一种新途径,具有实际应用价值.

参考文献:

[1] Cochrane J L, Zeleny M. Multiple criteria decision making [M]. Columbia: The University of South Carolina Press, 1973.

[2] Figueira J, Greco S, Ehrgott M. Multiple criteria decision analysis: state of the art surveys [M]. New York: Springer, 2005.

[3] Avineri E. The effect of reference point on stochastic network equilibrium [J]. *Transportation Science*, 2006, 40(4): 409-420.

[4] 王坚强,周玲. 基于前景理论的灰色随机多准则决策方法[J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30(9): 1658-1664.
(Wang Jian-qiang, Zhou Ling. Grey-stochastic multi-criteria decision-making approach based on prospect theory [J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2010, 30(9): 1658-1664.)

[5] Liu P D, Jin F, Zhang X, et al. Research on the multi-attribute decision-making under risk with interval probability based on prospect theory and the uncertain linguistic variables [J]. *Knowledge-Based Systems*, 2011, 24(4): 554-561.

[6] 张晓,樊治平. 基于前景理论的风险型混合多属性决策方法[J]. 系统工程学报, 2012, 27(6): 772-781.
(Zhang Xiao, Fan Zhi-ping. Method for risky hybrid multiple attribute decision making based on prospect theory [J]. *Journal of Systems Engineering*, 2012, 27(6): 772-781.)

[7] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: an analysis of decision under risk [J]. *Econometric*, 1979, 47(2): 263-291.

[8] Tversky A, Kahneman D. Advances in prospect theory: cumulative representation of uncertainty [J]. *Journal of Risk and Uncertainty*, 1992, 5(4): 297-323.

[9] Abdellaoui M. Parameter-free elicitation of utility and probability weighting functions [J]. *Management Science*, 2000, 46(11): 1497-1512.

[10] Davies G B. Pure risk: the role of rational and behavioral risk attitudes in decision making [D]. Cambridge: Cambridge University, 2005.

[11] Prelec D. Compound invariant weighting function in prospect theory [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.

[12] Yue Z L. An avoiding information loss approach to group decision making [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2013, 37(2): 112-126.