

# 振动传递路径系统的路径插入损失分析

赵 薇, 周 娜, 张义民

(东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819)

**摘 要:** 为了从振动传递方面着手分析机械系统的振动特性,建立了由激励源、传递路径、接受体三个子系统构成的振动传递路径系统模型. 其中振动路径的传递特性直接决定着系统的输出响应特性,因此各路径对系统接受体振动响应的贡献量分析是系统减振降噪的重要环节. 应用路径分离方法,提出了路径插入损失的概念,并推导了方便有效的计算公式,解决了频域内振动传递路径系统路径贡献量的度量问题. 通过数值算例得出了理想的计算结果,进一步表明路径插入损失作为路径贡献量的一种评价指标,可以切实有效地分析机械振动系统各传递路径的重要程度.

**关 键 词:** 机械系统; 振动特性; 传递路径; 路径贡献量; 插入损失

中图分类号: O 484      文献标志码: A      文章编号: 1005-3026(2015)02-0250-05

## Path Insertion Loss Analysis of Vibration Transfer Path Systems

ZHAO Wei, ZHOU Na, ZHANG Yi-min

(School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China.

Corresponding author: ZHAO Wei, E-mail: weizhao@mail.neu.edu.cn)

**Abstract:** In order to analyze the vibration characteristics of mechanical systems from vibration transitivity, a model of vibration transfer path system composed of excitation sources, transfer paths and recipients was established. Among the subsystems, transitivity of transfer paths determined the response characteristics of recipients and became an important part in vibration and noise reduction system. A concept of path insertion loss was proposed and the convenient and effective formula was derived using the path separation method. So the path contributions can be evaluated based on the corresponding results in frequency domain. In a numerical example, the results were satisfying, which further indicated the effectiveness of path insertion loss as an evaluation of path contribution.

**Key words:** mechanical system; vibration characteristics; transfer path; path contribution; insertion loss

振动噪声性能一直是人们评价机器设备优劣的一个主要方面. 振动的控制问题总体来说应该从三方面入手: 一是振源的识别; 二是传递路径分析; 三是对接受体进行隔离. 隔振和结构动力修改是在振动系统传递路径分析的基础上, 对振动采取有效控制的方法<sup>[1-3]</sup>.

工程实际中的机械振动系统一般都会受到多种振动源的激励, 每种激励都会通过多重或多维振动传递路径, 不同程度地传递到接受体而产生振动响应, 使得清晰正确地阐明振源、传递路径和

接受结构之间的交互作用, 并且定量地分析出各传递路径对系统响应的贡献程度显得并不十分容易. 目前的研究思路主要集中在实验方法和能量传递方法上<sup>[4-7]</sup>. 本文应用路径分离方法, 提出一种分析振动传递路径系统路径贡献度的评价指标, 即路径插入损失, 据此定量分析频域内振动传递路径系统的路径传递重要性的排序问题. 这种方法适应较宽频率范围, 并且可方便高效地找出关键路径, 以真正解决低振动低噪声设计问题, 为系统动力修改及结构参数优化设计提供理论依据.

收稿日期: 2014-01-02

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51305072); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(N120303001).

作者简介: 赵 薇(1977-), 女, 辽宁昌图人, 东北大学讲师, 博士; 张义民(1958-), 男, 吉林长春人, 东北大学教授, 博士生导师, 教育部“长江学者奖励计划”特聘教授.

## 1 插入损失

插入损失(insertion loss, IL)在电子系统中定义为当某一元件连入系统时传到负载的功率与原系统传到负载的功率比(单位是 dB):

$$IL = 20 \lg(v_1/v_2). \quad (1)$$

式中:  $v_1$  为电子元件连入系统前的功率;  $v_2$  为电子元件连入系统后的功率.

插入损失用于隔振系统分析时可定义为一传递路径连接前后接受体响应的有效值之比. 插入损失大说明该路径在振动传递系统中是主要的. 根据所选取的接受体响应的不同, 相应的有位移插入损失、速度插入损失和加速度插入损失. 根据定义, 速度插入损失的计算公式为

$$IL_v(\omega) = 20 \lg \left| \frac{\dot{x}_i}{\dot{x}} \right|, (i = 1, 2, \dots, n). \quad (2)$$

式中:  $\dot{x}_i$  为分离第  $i$  条路径后系统接受体的速度响应;  $\dot{x}$  为原系统接受体的速度响应.

## 2 振动传递路径系统模型

工程当中有很多机械振动系统具有多重振动传递路径, 如汽车动力总成系统, 发动机工作时产生的激励通过三悬置系统传递到车身, 使车身发生振动. 由此本文建立了如图 1 所示的振动传递路径系统模型. 这一模型具有三条相互平行的传递路径, 路径中体现了刚度和阻尼两种物理参数. 这里只考虑单激励情形, 振源受垂直激励力  $F_0 \sin \omega t$  的作用, 使得振源和接受体具有直线运动自由度<sup>[8-9]</sup>.

这是一个两自由度的振动系统, 可以用振源位移  $x_s(t)$  和接受体位移  $x_r(t)$  两个坐标来加以描述, 系统的振动微分方程为

$$M \ddot{x} + C \dot{x} + Kx = F(t), \quad (3)$$

$$M = \begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_r \end{bmatrix},$$

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Re} \{ \det[Z(\omega)] \} &= \omega^4 m_s m_r - \omega^2 [m_s (k_r + k_{p1} + k_{p2} + k_{p3}) + (c_s + c_{p1} + c_{p2} + c_{p3}) \times \\ &\quad (c_r + c_{p1} + c_{p2} + c_{p3}) + m_r (k_s + k_{p1} + k_{p2} + k_{p3}) - (c_{p1} + c_{p2} + c_{p3})^2] + \\ &\quad (k_s + k_{p1} + k_{p2} + k_{p3}) (k_r + k_{p1} + k_{p2} + k_{p3}) - (k_{p1} + k_{p2} + k_{p3})^2, \\ \operatorname{Im} \{ \det[Z(\omega)] \} &= -\omega^3 [m_s (c_r + c_{p1} + c_{p2} + c_{p3}) + m_r (c_s + c_{p1} + c_{p2} + c_{p3})] + \\ &\quad \omega [(c_s + c_{p1} + c_{p2} + c_{p3}) (k_r + k_{p1} + k_{p2} + k_{p3}) + (c_r + c_{p1} + c_{p2} + c_{p3}) \times \\ &\quad (k_s + k_{p1} + k_{p2} + k_{p3}) - 2(c_{p1} + c_{p2} + c_{p3}) (k_{p1} + k_{p2} + k_{p3})]. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

进而得到

$$C = \begin{bmatrix} c_s + c_{p1} + c_{p2} + c_{p3} & -c_{p1} - c_{p2} - c_{p3} \\ -c_{p1} - c_{p2} - c_{p3} & c_r + c_{p1} + c_{p2} + c_{p3} \end{bmatrix},$$

$$K = \begin{bmatrix} k_s + k_{p1} + k_{p2} + k_{p3} & -k_{p1} - k_{p2} - k_{p3} \\ -k_{p1} - k_{p2} - k_{p3} & k_r + k_{p1} + k_{p2} + k_{p3} \end{bmatrix},$$

$$x = \begin{bmatrix} x_s(t) \\ x_r(t) \end{bmatrix}, F(t) = \begin{bmatrix} F_0 \sin \omega t \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

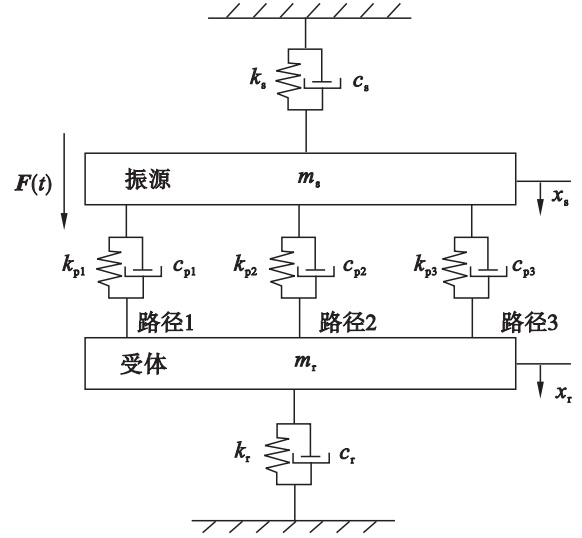


图1 振动传递路径系统模型

Fig. 1 System model of vibration transfer path

为了分析系统的复频率响应, 可以用复向量  $F_0 e^{i\omega t}$  来表示激励, 相应的振源和接受体的稳态响应分别为

$$\left. \begin{aligned} x_s(t) &= X_s e^{i(\omega t - \varphi_s)}; \\ x_r(t) &= X_r e^{i(\omega t - \varphi_r)}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

速度响应分别为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_s(t) &= i\omega X_s e^{i(\omega t - \varphi_s)}; \\ \dot{x}_r(t) &= i\omega X_r e^{i(\omega t - \varphi_r)}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

这里  $X_s$  和  $X_r$  是由激励频率  $\omega$  和系统参数决定的实数;  $\varphi_s, \varphi_r$  分别为振源和接受体响应的相位角.

方程的特征行列式为

$$\det[Z(\omega)] = \det(-\omega^2 M + i\omega C + K). \quad (7)$$

将式(4)~(6)代入式(7)后, 可求得

$$\left. \begin{aligned} X_s(\omega) e^{-i\varphi_s} &= \frac{[-\omega^2 m_r + i\omega(c_r + c_{p1} + c_{p2} + c_{p3}) + (k_r + k_{p1} + k_{p2} + k_{p3})] F_0}{\det[Z(\omega)]}, \\ X_r(\omega) e^{-i\varphi_r} &= \frac{[i\omega(c_{p1} + c_{p2} + c_{p3}) + (k_{p1} + k_{p2} + k_{p3})] F_0}{\det[Z(\omega)]}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

因而稳态响应的幅值为

$$\left. \begin{aligned} X_s &= |X_s(\omega) e^{-i\varphi_s}| = F_0 \sqrt{\frac{[-\omega^2 m_r + (k_r + k_{p1} + k_{p2} + k_{p3})]^2 + [\omega(c_r + c_{p1} + c_{p2} + c_{p3})]^2}{(\operatorname{Re}\{\det[Z(\omega)]\})^2 + (\operatorname{Im}\{\det[Z(\omega)]\})^2}}, \\ X_r &= |X_r(\omega) e^{-i\varphi_r}| = F_0 \sqrt{\frac{(k_{p1} + k_{p2} + k_{p3})^2 + [\omega(c_{p1} + c_{p2} + c_{p3})]^2}{(\operatorname{Re}\{\det[Z(\omega)]\})^2 + (\operatorname{Im}\{\det[Z(\omega)]\})^2}}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

对图 1 的振动系统采用分离法进行分析,首先断开路径 1,保留路径 2 和路径 3,此时系统振动微分方程的各矩阵分别为

$$\begin{aligned} C_1 &= \begin{bmatrix} c_s + c_{p2} + c_{p3} & -c_{p2} - c_{p3} \\ -c_{p2} - c_{p3} & c_r + c_{p2} + c_{p3} \end{bmatrix}, \\ K_1 &= \begin{bmatrix} k_s + k_{p2} + k_{p3} & -k_{p2} - k_{p3} \\ -k_{p2} - k_{p3} & k_r + k_{p2} + k_{p3} \end{bmatrix}, \\ M_1 &= \begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_r \end{bmatrix}, x_1 = \begin{bmatrix} x_{s1} \\ x_{r1} \end{bmatrix}, F_1(t) = \begin{bmatrix} F_0 e^{i\omega t} \\ 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (11)$$

稳态响应分别为

$$x_{s1}(t) = X_{s1} e^{i(\omega t - \varphi_{s1})}, x_{r1}(t) = X_{r1} e^{i(\omega t - \varphi_{r1})}. \quad (12)$$

相应的速度响应为

$$\dot{x}_{s1}(t) = i\omega X_{s1} e^{i(\omega t - \varphi_{s1})}, \dot{x}_{r1}(t) = i\omega X_{r1} e^{i(\omega t - \varphi_{r1})}. \quad (13)$$

式中:  $X_{s1}, X_{r1}$  同样为实数幅值;  $\varphi_{s1}, \varphi_{r1}$  为激励源和系统接受体响应的初始相位角.

系统的特征行列式为

$$\det[Z_1(\omega)] = \det(-\omega^2 M_1 + i\omega C_1 + K_1). \quad (14)$$

将式(11)~(13)代入式(14)后求得

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Re}\{\det[Z_1(\omega)]\} &= \omega^4 m_s m_r - \omega^2 [m_s(k_r + k_{p2} + k_{p3}) + (c_s + c_{p2} + c_{p3})(c_r + c_{p2} + c_{p3}) + \\ &\quad m_r(k_s + k_{p2} + k_{p3}) - (c_{p2} + c_{p3})^2] + (k_s + k_{p2} + k_{p3})(k_r + k_{p2} + k_{p3}) - (k_{p2} + k_{p3})^2, \\ \operatorname{Im}\{\det[Z_1(\omega)]\} &= -\omega^3 [m_s(c_r + c_{p2} + c_{p3}) + m_r(c_s + c_{p2} + c_{p3})] + \omega [(c_s + c_{p2} + c_{p3}) \times \\ &\quad (k_r + k_{p2} + k_{p3}) + (c_r + c_{p2} + c_{p3})(k_s + k_{p2} + k_{p3}) - 2(c_{p2} + c_{p3})(k_{p2} + k_{p3})]. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

并从而得到

$$\left. \begin{aligned} X_{s1}(\omega) e^{-i\varphi_{s1}} &= \frac{[-\omega^2 m_r + i\omega(c_r + c_{p2} + c_{p3}) + (k_r + k_{p2} + k_{p3})] F_0}{\det[Z_1(\omega)]}, \\ X_{r1}(\omega) e^{-i\varphi_{r1}} &= \frac{[i\omega(c_{p2} + c_{p3}) + (k_{p2} + k_{p3})] F_0}{\det[Z_1(\omega)]}. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

稳态响应的幅值为

$$\left. \begin{aligned} X_{s1} &= |X_{s1}(\omega) e^{-i\varphi_{s1}}| = F_0 \sqrt{\frac{[-\omega^2 m_r + (k_r + k_{p2} + k_{p3})]^2 + [\omega(c_r + c_{p2} + c_{p3})]^2}{(\operatorname{Re}\{\det[Z_1(\omega)]\})^2 + (\operatorname{Im}\{\det[Z_1(\omega)]\})^2}}, \\ X_{r1} &= |X_{r1}(\omega) e^{-i\varphi_{r1}}| = F_0 \sqrt{\frac{(k_{p2} + k_{p3})^2 + [\omega(c_{p2} + c_{p3})]^2}{(\operatorname{Re}\{\det[Z_1(\omega)]\})^2 + (\operatorname{Im}\{\det[Z_1(\omega)]\})^2}}. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

根据速度插入损失的计算公式(2)得分离路径 1 时速度响应的插入损失为

$$\begin{aligned} \text{IL}_{v1} &= 20 \lg \left| \frac{\dot{x}_{r1}(t)}{\dot{x}_r(t)} \right| = 20 \lg \left| \frac{X_{r1} e^{-i\varphi_{r1}}}{X_r e^{-i\varphi_r}} \right| = \\ &= 10 \lg \left\{ \frac{(k_{p2} + k_{p3})^2 + [\omega(c_{p2} + c_{p3})]^2}{(k_{p1} + k_{p2} + k_{p3})^2 + [\omega(c_{p1} + c_{p2} + c_{p3})]^2} \cdot \frac{(\operatorname{Re}\{\det[Z(\omega)]\})^2 + (\operatorname{Im}\{\det[Z(\omega)]\})^2}{(\operatorname{Re}\{\det[Z_1(\omega)]\})^2 + (\operatorname{Im}\{\det[Z_1(\omega)]\})^2} \right\}. \end{aligned} \quad (18)$$

同理,当分别断开路径 2,路径 3 时,相应的系统速度响应的插入损失分别为

$$\begin{aligned} \text{IL}_{v2} &= 20 \lg \left| \frac{\dot{x}_{r2}(t)}{\dot{x}_r(t)} \right| = 20 \lg \left| \frac{X_{r2} e^{-i\varphi_{r2}}}{X_r e^{-i\varphi_r}} \right| = \\ &= 10 \lg \left\{ \frac{(k_{p1} + k_{p3})^2 + [\omega(c_{p1} + c_{p3})]^2}{(k_{p1} + k_{p2} + k_{p3})^2 + [\omega(c_{p1} + c_{p2} + c_{p3})]^2} \cdot \frac{(\operatorname{Re}\{\det[Z(\omega)]\})^2 + (\operatorname{Im}\{\det[Z(\omega)]\})^2}{(\operatorname{Re}\{\det[Z_2(\omega)]\})^2 + (\operatorname{Im}\{\det[Z_2(\omega)]\})^2} \right\}. \end{aligned} \quad (19)$$

$$\text{IL}_{v3} = 20 \lg \left| \frac{\dot{x}_{r3}(t)}{\dot{x}_r(t)} \right| = 20 \lg \left| \frac{X_{r3} e^{-i\varphi_{r3}}}{X_r e^{-i\varphi_r}} \right| =$$
$$10 \lg \left\{ \frac{(k_{p1} + k_{p2})^2 + [\omega(c_{p1} + c_{p2})]^2}{(k_{p1} + k_{p2} + k_{p3})^2 + [\omega(c_{p1} + c_{p2} + c_{p3})]^2} \cdot \frac{(\text{Re}\{\det[Z(\omega)]\})^2 + (\text{Im}\{\det[Z(\omega)]\})^2}{(\text{Re}\{\det[Z_3(\omega)]\})^2 + (\text{Im}\{\det[Z_3(\omega)]\})^2} \right\}. \quad (20)$$

式中  $\det[Z_2(\omega)]$ ,  $\det[Z_3(\omega)]$  分别为断开路径 2、路径 3 时系统的特征行列式。

指标,计算公式如下:

### 3 数值算例

某振动传递路径系统如图 1 所示,振源系统的质量  $m_s = 0.772\ 4\ \text{kg}$ ,振源系统的阻尼  $c_s = 0.5\ \text{N}\cdot\text{s}/\text{m}$ ,振源系统的刚度  $k_s = 100\ \text{N}/\text{m}$ ;接受系统的质量  $m_r = 1.055\ 6\ \text{kg}$ ,接受系统的阻尼  $c_r = 1.0\ \text{N}\cdot\text{s}/\text{m}$ ,接受系统的刚度  $k_r = 180\ \text{N}/\text{m}$ ;三个路径的阻尼系数和刚度系数分别为  $c_{p1} = 1.0\ \text{N}\cdot\text{s}/\text{m}$ ,  $c_{p2} = 1.5\ \text{N}\cdot\text{s}/\text{m}$ ,  $c_{p3} = 0.5\ \text{N}\cdot\text{s}/\text{m}$ ,  $k_{p1} = 900\ \text{N}/\text{m}$ ,  $k_{p2} = 450\ \text{N}/\text{m}$ ,  $k_{p3} = 600\ \text{N}/\text{m}$ ,假设激励幅值为确定变量  $F_0 = 10\ \text{N}$ . 此系统的固有频率为  $\omega_1 = 12.372\ 5\ \text{rad}/\text{s}$ ,  $\omega_2 = 67.222\ 0\ \text{rad}/\text{s}$ .

运用路径分离的方法,分离路径 1、路径 2、路径 3 后各系统的固有频率分别为

$$\omega_{11} = 12.369\ 2\ \text{rad}/\text{s}, \omega_{12} = 50.010\ 8\ \text{rad}/\text{s},$$
$$\omega_{21} = 12.371\ 4\ \text{rad}/\text{s}, \omega_{22} = 59.244\ 6\ \text{rad}/\text{s},$$
$$\omega_{31} = 12.370\ 8\ \text{rad}/\text{s}, \omega_{32} = 56.335\ 1\ \text{rad}/\text{s}.$$

由式(18)~(20)计算得到此系统各路径速度插入损失  $\text{IL}_{vj}(j=1,2,3)$  关于激励频率  $\omega$  的特性曲线,如图 2 所示. 由图可知,在最高阶固有频率范围内,每条路径的插入损失都有两个极值,其中第一个极值出现在各分离系统第二阶固有频率处,第二个极值出现在路径分离前系统的第二阶固有频率处;这时路径 2 的插入损失量大于路径 3 的插入损失量,路径 3 的插入损失量大于路径 1 的插入损失量。

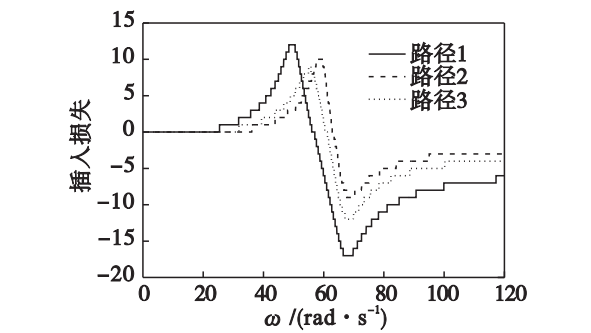


图 2 路径插入损失关于激励频率的特性曲线  
Fig. 2 Path insertion loss vs. excitation frequency

为了定量评价各路径的重要性,在一定频率范围内的插入损失均值可以作为一个有效的评价

指标,计算公式如下:

$$\text{IL}_{vj, Ave} = \frac{1}{N_e - N_b + 1} \sum_{\omega=N_b}^{N_e} \left| 20 \lg \left| \frac{\dot{x}_{vj}(\omega)}{\dot{x}_r(\omega)} \right| \right|, \quad (j = 1, 2, 3).$$

式中:  $N_b, N_e$  分别是均值的开始和结束频率计数点. 一般来说,为了避免零频率处数值的发散性,计算均值时,开始频率计数点可以取值为 1, 结束频率计数点可以根据结束频率取最高阶固有频率的约 1.5 倍来确定,这里取第 10 000 个计数点.

由式(21)计算得  $\text{IL}_{v1, Ave} = 6.727\ 6$ ,  $\text{IL}_{v2, Ave} = 3.679\ 6$ ,  $\text{IL}_{v3, Ave} = 4.674\ 2$ ; 即

$$\text{IL}_{v1, Ave} > \text{IL}_{v3, Ave} > \text{IL}_{v2, Ave}.$$

因而应用速度插入损失均值作为指标可以定量得到如下评价: 路径 1 对系统接受体振动传递的贡献量较大, 路径 3 的贡献量次之, 路径 2 的贡献量较小, 路径 1 是系统最重要的传递路径。

### 4 结 语

本文提出了路径插入损失的概念,并给出了具体的计算方法. 运用这种评价指标,通过对振动传递路径系统的应用可知,该方法对于解决实际问题切实可行,能够获得理想的数值模拟结果,据此可以为解决振动传递路径系统的路径传递度量问题提供有效方便的新途径. 依据系统中各振动传递路径对接受子系统振动响应的重要性排序结果,设计人员能够快速准确地找出关键传递路径,进而修改结构参数以满足系统对振动和噪声的要求。

致谢 感谢美国俄亥俄州立大学的 R. Singh 教授在张义民教授做访问学者期间提供的振动路径模型(图 1)。

#### 参考文献:

[ 1 ] 张义民. 机械振动[ M ]. 北京:清华大学出版社,2007.  
(Zhang Yi-min. Mechanical vibration[ M ]. Beijing: Tsinghua University Press,2007. )

[ 2 ] 严济宽,柴敏,陈小琳. 振动隔离效果的评定[ J ]. 噪声与振动控制,1997(6):22-30.  
(Yan Ji-kuan,Chai Min,Chen Xiao-lin. Estimate of vibration isolation effect[ J ]. Noise and Vibration Control,1997(6):22-30. )

[ 3 ] Kim S, Singh R. Multi-dimensional characterization of vibration isolators over a wide range of frequencies [ J ]. Journal of Sound and Vibration,2001,245(5):877-913.