

一类带有执行器故障的随机跳跃系统的可靠控制

杨东, 赵军

(东北大学 流程工业综合自动化国家重点实验室, 辽宁 沈阳 110819)

摘 要: 研究了一类带有执行器故障的随机跳跃系统的可靠控制问题: 主要工作是把此类系统要求转移概率完全已知的条件放宽到了转移概率部分未知的更一般情形, 具有更小的保守性. 首先, 给出了保证此类系统随机稳定的充分条件; 然后, 提出了此类系统考虑执行器故障时的可靠控制问题, 并设计了一个考虑执行器故障的可靠控制器. 最后, 基于带有执行器故障的可靠控制器设计方法, 将问题归结为求解一组线性矩阵不等式的可行解问题. 数值仿真算例说明了所得结果的有效性.

关 键 词: 随机跳跃系统; 转移概率; 执行器故障; 可靠控制; 随机稳定性

中图分类号: TP 273

文献标志码: A

文章编号: 1005-3026(2015)02-0153-04

Reliable Control for Stochastic Jump Systems with Actuator Failures

YANG Dong, ZHAO Jun

(State Key Laboratory of Synthetical Automation for Process Industries, Northeastern University, Shenyang 110819, China. Corresponding author: YANG Dong, E-mail: yangdong850901@126.com)

Abstract: For a class of stochastic jump systems, the reliable control problem is investigated. A key point of this work relaxes the special requirement of completely known transition rates to a more general form, i. e., the transition rates are incomplete, which may lead to less conservativeness. Firstly, for the stochastic jump systems, the sufficient conditions ensuring the stochastic stability are developed. Secondly, the reliable control problem for stochastic jump systems with actuator failures is presented, and a reliable controller is designed. Finally, the design problem can be reduced to a set of LMIs feasibility problem based on the design of reliable controller. A numerical example is given to demonstrate the applicability of the main results.

Key words: stochastic jump system; transition rate; actuator failure; reliable control; stochastic stability

作为一类特殊的切换系统,随机跳跃系统能够描述更加广泛的动力学系统,例如制造系统^[1]、通讯系统^[2]和电力系统^[3]等,在过去的几十年里取得了许多有意义的成果^[4-5].在随机跳跃系统的控制与综合问题中,转移概率决定了系统性能,通常假设转移概率是完全已知的;事实上,精确获取转移概率是非常困难的.最近,转移概率部分未知的随机跳跃系统的控制问题引起了广泛关注^[5-6].

现有的许多结果都是在执行器完全可操作的

前提下给出的,实际上,执行器故障是经常遇到的问题,如何设计控制器使闭环系统无论部件是否出现故障都能保持系统期望的性能具有更大的意义.一般的线性 and 非线性系统,可靠控制问题已经获得了大量成果^[7-9].现将可靠控制的镇定性结果推广到转移概率部分未知的随机跳跃系统中.

本文研究了一类带有执行器故障的随机跳跃系统的可靠控制问题,其中要求此类系统的转移概率是部分未知的.首先,给出了保证此类系统随机稳定的充分条件;然后,提出了此类系统考虑执

行器故障时的可靠控制问题;最后数值仿真算例说明了所得结果的有效性.

1 系统描述与准备工作

考虑定义在完备概率空间 $(\Omega, \mathbf{F}, \mathbf{P})$ 上的随机跳跃系统:

$$\left. \begin{aligned} d\mathbf{x}(t) &= [\mathbf{A}(r_t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(r_t)\mathbf{u}^f(t)]dt + \\ &\quad \mathbf{G}(r_t)\mathbf{x}(t)dW(t), \\ \mathbf{x}(t_0) &= \mathbf{x}_0, r_{t_0} = r_0. \end{aligned} \right\} (1)$$

其中 $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ 是状态变量; $\mathbf{u}^f(t) \in \mathbf{R}^m$ 是执行器故障的控制输入; $W(t) \in \mathbf{R}$ 是独立于 r_t 的标准 Wiener 过程; \mathbf{x}_0, r_0, t_0 分别是初始状态、初始模态和初始时间; $\{r_t, t \geq 0\}$ 为取值于有限集合 $L = \{1, 2, \dots, m\}$ 的 Markov 链; $\mathbf{A}(r_t), \mathbf{B}(r_t), \mathbf{G}(r_t)$ 是已知的具有适当维数的实常数矩阵. 转移概率矩阵为 $\Pi = (\pi_{ij})$, 其中 $\mathbf{P}\{r_{t+\Delta t} = j | r_t = i\} = \pi_{ij}$, 这里对于任意 $i, j \in L, i \neq j$ 有 $\pi_{ij} \geq 0$, 并且满足

$$\sum_{j=1, i \neq j}^N \pi_{ij} = -\pi_{ii}.$$

为简单, 记 $\mathbf{A}(r_t), \mathbf{B}(r_t), \mathbf{G}(r_t)$ 为 $\mathbf{A}_i, \mathbf{B}_i, \mathbf{G}_i$.

设计的控制器形式为

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}_i \mathbf{x}(t). \quad (2)$$

执行器故障模型为 $\mathbf{u}^f(t) = \mathbf{F}_i \mathbf{u}(t)$, 其中执行器故障矩阵为 $\mathbf{F}_i = \text{diag}\{f_{i1}, f_{i2}, \dots, f_{im}\}$, f_{ij} 满足 $0 \leq f_{dij} \leq f_{ij} \leq f_{uij}, f_{dij} \leq 1 \leq f_{uij}$, 定义 $\mathbf{F}_{ui} = \text{diag}\{f_{ui1}, \dots, f_{uim}\}$, $\mathbf{F}_{di} = \text{diag}\{f_{di1}, \dots, f_{dim}\}$, $\mathbf{F}_{0i} = 1/2(\mathbf{F}_{ui} + \mathbf{F}_{di})$, $\mathbf{F}_{1i} = 1/2(\mathbf{F}_{ui} - \mathbf{F}_{di})$. 则执行器故障矩阵可描述为

$$\mathbf{F}_i = \mathbf{F}_{0i} - \mathbf{F}_{1i}\Sigma_i, \quad (3)$$

这里 $\Sigma_i = \text{diag}\{\sigma_{i1}, \sigma_{i2}, \dots, \sigma_{im}\} \in \mathbf{R}^{m \times m}$, $-1 \leq \sigma_{ij} \leq 1$, 得到如下执行器故障模型:

$$\mathbf{u}^f(t) = \mathbf{F}_i \mathbf{u}(t) = \mathbf{F}_i \mathbf{K}_i \mathbf{x}(t), \quad (4)$$

可得闭环系统如下:

$$\left. \begin{aligned} d\mathbf{x}(t) &= \bar{\mathbf{A}}_i \mathbf{x}(t)dt + \mathbf{G}(r_t)\mathbf{x}(t)dW(t), \\ \mathbf{x}(t_0) &= \mathbf{x}_0, r_{t_0} = r_0. \end{aligned} \right\} (5)$$

这里 $\bar{\mathbf{A}}_i = \mathbf{A}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{F}_i \mathbf{K}_i$.

本文考虑的部分未知的转移概率矩阵如下:

$$\Pi = \begin{bmatrix} ? & \pi_{12} & ? & \pi_{14} \\ \pi_{21} & ? & ? & \pi_{24} \\ \pi_{31} & ? & \pi_{33} & ? \\ ? & ? & ? & \pi_{44} \end{bmatrix},$$

这里“?”表示不可获得的元素, 对于 $\forall i \in L$, 定义 $L = L_k^i + L_{uk}^i$, 其中

$$L_k^i \triangleq \{j; \pi_{ij} \text{ 是已知的}, j \in L\}, \quad (6)$$

$$L_{uk}^i \triangleq \{j; \pi_{ij} \text{ 是未知的}, j \in L\}; \quad (7)$$

若 $L_k^i \neq \emptyset$, 则可描述为

$$L_k^i = \{k_1^i, k_2^i, \dots, k_m^i\}, 1 \leq m \leq n, \quad (8)$$

其中 $k_m^i \in L$ 表示矩阵 Π 第 i 行中序号为 k_m^i 的第 m 个元素.

定义 1^[10] 对所有初始状态 $\mathbf{x}_0 \in \mathbf{R}^n$ 和初始模态 $r_0 \in L$, 有下面不等式成立:

$$E\left\{\int_0^\infty \|\mathbf{x}(t)\|^2 dt \mid (\mathbf{x}_0, t_0)\right\} < \infty. \quad (9)$$

那么随机跳跃系统(1) ($\mathbf{u}^f(t) = 0$) 是随机稳定的.

定义 2 对所有初始状态 $\mathbf{x}_0 \in \mathbf{R}^n$ 和初始模态 $r_0 \in L$, 如果存在形如式(4)的控制器使得闭环系统(5)是随机稳定的, 那么随机跳跃系统(1)是随机镇定的.

引理 1^[11] 给定适当维数的实矩阵 $\mathbf{M}, \Sigma, \mathbf{N}$, 且 $\Sigma^T \Sigma \leq \mathbf{I}$, 则对任意的正常数 $\varepsilon > 0$, 有下面不等式成立:

$$\mathbf{M}\Sigma\mathbf{N} + \mathbf{N}^T \Sigma^T \mathbf{M}^T \leq \varepsilon \mathbf{M}^T \mathbf{M} + \varepsilon^{-1} \mathbf{N}^T \mathbf{N}. \quad (10)$$

2 主要结果

定理 1 转移概率部分未知的随机跳跃系统(1) ($\mathbf{u}^f(t) = 0$) 是随机稳定的, 如果存在对称正定矩阵 $\mathbf{P}_i \in \mathbf{R}^{n \times n}$, 对称矩阵 $\mathbf{Q}_i \in \mathbf{R}^{n \times n}$, 使得 $\forall i \in L$ 有式(11) ~ (13)成立:

$$\mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i + \mathbf{P}_i \mathbf{A}_i + \mathbf{G}_i^T \mathbf{P}_i \mathbf{G}_i + \sum_{j \in L_k^i} \pi_{ij} (\mathbf{P}_j - \mathbf{Q}_i) < 0. \quad (11)$$

$$\mathbf{P}_j - \mathbf{Q}_i < 0; j \in L_{uk}^i, i \neq j. \quad (12)$$

$$\mathbf{P}_j - \mathbf{Q}_i > 0; j \in L_{uk}^i, i = j. \quad (13)$$

证明 选取 Lyapunov 函数

$$V(\mathbf{x}(t), i) = \mathbf{x}^T(t) \mathbf{P}_i \mathbf{x}(t), \quad (14)$$

这里 $\mathbf{P}_i > 0$, 根据文献[12]中的广义 Itô 公式得

$$\mathcal{L}V(\mathbf{x}(t), i) =$$

$$\begin{aligned} &\mathbf{x}^T(t) [\mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i + \mathbf{P}_i \mathbf{A}_i + \sum_{j \in L_k^i} \pi_{ij} (\mathbf{P}_j - \mathbf{Q}_i) + \\ &\quad \mathbf{G}_i^T \mathbf{P}_i \mathbf{G}_i + \sum_{j \in L_{uk}^i} \pi_{ij} (\mathbf{P}_j - \mathbf{Q}_i)] \mathbf{x}(t). \end{aligned} \quad (15)$$

这里对于任意的对称矩阵 \mathbf{Q}_i , $\sum_{j=1}^N \pi_{ij} \mathbf{Q}_i = 0$.

若 $i \in L_k^i$, 由式(11) ~ (12)得 $\mathcal{L}V(\mathbf{x}(t), i) < 0$. 若 $i \in L_{uk}^i$, 依据式(11)和(13)也可得 $\mathcal{L}V(\mathbf{x}(t), i) < 0$. 所以存在一个 $\Gamma_{li} < 0$, 对于任意的 $i \in L$, 使得

$$\mathcal{L}V(\mathbf{x}(t), i) = \mathbf{x}^T(t) \Gamma_{li} \mathbf{x}(t) < 0. \quad (16)$$

由上式很容易得到

$$\mathcal{L}V(\mathbf{x}(t), i) \leq -\min_{i \in L} [\lambda_{\min}(-\Gamma_{li})] \mathbf{x}^T(t) \mathbf{x}(t), \quad (17)$$

应用 Dynkin 公式,则

$$E[V(\mathbf{x}(t), i)] - E[V(\mathbf{x}(t_0), r_0)] \leq -\min_{i \in L} [\lambda_{\min}(-\mathbf{F}_{1i})] E\left[\int_0^t \mathbf{x}^T(s) \mathbf{x}(s) ds\right], \quad (18)$$

进一步得到

$$E\left[\int_0^t \mathbf{x}^T(s) \mathbf{x}(s) ds\right] \leq \frac{E[V(\mathbf{x}(t_0), r_0)]}{\min_{i \in L} [\lambda_{\min}(-\mathbf{F}_{1i})]} < \infty. \quad (19)$$

定理证毕.

定理2 带有执行器故障的转移概率部分未知的随机跳跃系统(1)是随机镇定的,如果存在正常数 $\varepsilon_i > 0$, 对称正定矩阵 $\mathbf{P}_i \in \mathbf{R}^{n \times n}$, 对称矩阵 $\mathbf{Q}_i \in \mathbf{R}^{n \times n}$, 使得 $\forall i \in L$ 有下面的条件成立:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{\Delta}_i & \mathbf{K}_i^T & \varepsilon_i \mathbf{P}_i \mathbf{B}_i \mathbf{F}_{1i} \\ * & -\varepsilon_i \mathbf{I} & \mathbf{O} \\ * & * & -\varepsilon_i \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0. \quad (20)$$

$$\mathbf{P}_j - \mathbf{Q}_i < 0; j \in L_{\text{uk}}, i \neq j. \quad (21)$$

$$\mathbf{P}_j - \mathbf{Q}_i > 0; j \in L_{\text{uk}}, i = j. \quad (22)$$

其中 $\mathbf{\Delta}_i = \mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i + \mathbf{P}_i \mathbf{A}_i + \mathbf{K}_i^T \mathbf{F}_{0i}^T \mathbf{B}_i^T \mathbf{P}_i + \mathbf{P}_i \mathbf{B}_i \mathbf{F}_{0i} \mathbf{K}_i + \mathbf{G}_i^T \mathbf{P}_i \mathbf{G}_i + \sum_{j \in L_k} \pi_{ij} (\mathbf{P}_j - \mathbf{Q}_i) \cdot \mathbf{O}$ 为零矩阵,下同.

证明 将定理1中的 \mathbf{A}_i 用 $\bar{\mathbf{A}}_i$ 代替,得到系统(1)随机镇定的充分条件,由式(11)可得

$$\bar{\mathbf{A}}_i^T \mathbf{P}_i + \mathbf{P}_i \bar{\mathbf{A}}_i + \mathbf{G}_i^T \mathbf{P}_i \mathbf{G}_i + \sum_{j \in L_k} \pi_{ij} (\mathbf{P}_j - \mathbf{Q}_i) < 0, \quad (23)$$

进一步得到

$$\begin{aligned} & \mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i + \mathbf{P}_i \mathbf{A}_i + \mathbf{K}_i^T \mathbf{F}_{0i}^T \mathbf{B}_i^T \mathbf{P}_i + \mathbf{P}_i \mathbf{B}_i \mathbf{F}_{0i} \mathbf{K}_i + \\ & \mathbf{K}_i^T \sum_{l \in L} \mathbf{F}_{1l}^T \mathbf{B}_i^T \mathbf{P}_i + \mathbf{P}_i \mathbf{B}_i \mathbf{F}_{1l} \sum_{l \in L} \mathbf{K}_i + \mathbf{G}_i^T \mathbf{P}_i \mathbf{G}_i + \\ & \sum_{j \in L_k} \pi_{ij} (\mathbf{P}_j - \mathbf{Q}_i) < 0. \end{aligned} \quad (24)$$

由引理1得

$$\begin{aligned} & \mathbf{K}_i^T \sum_{l \in L} \mathbf{F}_{1l}^T \mathbf{B}_i^T \mathbf{P}_i + \mathbf{P}_i \mathbf{B}_i \mathbf{F}_{1l} \sum_{l \in L} \mathbf{K}_i \leq \\ & \varepsilon_i \mathbf{P}_i \mathbf{B}_i \mathbf{F}_{1l} \mathbf{F}_{1l}^T \mathbf{B}_i^T \mathbf{P}_i + \varepsilon_i^{-1} \mathbf{K}_i^T \mathbf{K}_i, \end{aligned} \quad (25)$$

由 Schur 补引理得到式(20).

定理得证.

定理3 带有执行器故障的转移概率部分未知的随机跳跃系统(1)的可靠控制问题有解,如果存在一个正常数 $\varepsilon_i > 0$, 对称正定矩阵 $\mathbf{X}_i \in \mathbf{R}^{n \times n}$, 对称矩阵 $\mathbf{R}_i \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 和矩阵 $\mathbf{Y}_i \in \mathbf{R}^{m \times n}$, 使得 $\forall i \in L$ 有下面 LMIs 成立:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{\Omega}_{2i} & \mathbf{Y}_i^T & \varepsilon_i \mathbf{B}_i \mathbf{F}_{1i} & \mathbf{X}_i \mathbf{E}_i^T & \mathbf{S}_{2i}(\mathbf{x}) \\ * & -\varepsilon_i \mathbf{I} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ * & * & -\varepsilon_i \mathbf{I} & \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ * & * & * & -\mathbf{X}_i & \mathbf{O} \\ * & * & * & * & \mathbf{M}_{2i}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} < 0, \quad i \in L_k. \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{\Omega}_{2i} & \mathbf{Y}_i^T & \varepsilon_i \mathbf{B}_i \mathbf{F}_{1i} & \mathbf{X}_i \mathbf{E}_i^T & \mathbf{S}_{2i}(\mathbf{x}) \\ * & -\varepsilon_i \mathbf{I} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ * & * & -\varepsilon_i \mathbf{I} & \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ * & * & * & -\mathbf{X}_i & \mathbf{O} \\ * & * & * & * & \mathbf{M}_{2i}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} < 0, \quad i \in L_{\text{uk}}. \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{R}_i & \mathbf{X}_i \\ * & \mathbf{X}_j \end{bmatrix} < 0; j \in L_{\text{uk}}, i \neq j. \quad (28)$$

$$\mathbf{X}_j - \mathbf{P}_j < 0; j \in L_{\text{uk}}, i = j. \quad (29)$$

这里,

$$\begin{aligned} \mathbf{\Omega}_{1i} &= \mathbf{X}_i \mathbf{A}_i^T + \mathbf{A}_i \mathbf{X}_i + \mathbf{Y}_i^T \mathbf{F}_{0i}^T \mathbf{B}_i^T + \mathbf{B}_i \mathbf{F}_{0i} \mathbf{Y}_i - \\ & \sum_{j \in L_k} \pi_{ij} \mathbf{R}_i + \pi_{ii} \mathbf{X}_i, \\ \mathbf{\Omega}_{2i} &= \mathbf{X}_i \mathbf{A}_i^T + \mathbf{A}_i \mathbf{X}_i + \mathbf{Y}_i^T \mathbf{F}_{0i}^T \mathbf{B}_i^T + \mathbf{B}_i \mathbf{F}_{0i} \mathbf{Y}_i - \\ & \sum_{j \in L_{\text{uk}}} \pi_{ij} \mathbf{R}_i, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{1i}(\mathbf{x}) &= [\sqrt{\pi_{ik_1}} \mathbf{X}_i, \dots, \sqrt{\pi_{ik_{r-1}}} \mathbf{X}_i, \sqrt{\pi_{ik_{r+1}}} \mathbf{X}_i, \dots, \\ & \sqrt{\pi_{ik_m}} \mathbf{X}_i], \\ \mathbf{M}_{1i}(\mathbf{x}) &= \text{diag}\{\mathbf{X}_{k_1^i}, \dots, \mathbf{X}_{k_{r-1}^i}, \mathbf{X}_{k_{r+1}^i}, \dots, \mathbf{X}_{k_m^i}\}, \\ \mathbf{S}_{2i}(\mathbf{x}) &= [\sqrt{\pi_{ik_1}} \mathbf{X}_i, \dots, \sqrt{\pi_{ik_m}} \mathbf{X}_i], \\ \mathbf{M}_{2i}(\mathbf{x}) &= \text{diag}\{\mathbf{X}_{k_1^i}, \dots, \mathbf{X}_{k_m^i}\}. \end{aligned}$$

$$\mathbf{S}_{2i}(\mathbf{x}) = [\sqrt{\pi_{ik_1}} \mathbf{X}_i, \dots, \sqrt{\pi_{ik_m}} \mathbf{X}_i],$$

$$\mathbf{M}_{2i}(\mathbf{x}) = \text{diag}\{\mathbf{X}_{k_1^i}, \dots, \mathbf{X}_{k_m^i}\}.$$

其中 $k_1^i, k_2^i, \dots, k_m^i$ 是由式(8)描述的,并且 $k_r^i = i$, 此外,控制器增益为 $\mathbf{F}_i \mathbf{K}_i = \mathbf{F}_i \mathbf{Y}_i \mathbf{X}_i^{-1}$.

证明 很明显,如果系统满足式(20)~(22),则系统(1)是随机镇定的.注意到式(22)等价于

$$\begin{bmatrix} \mathbf{\Delta}_{1i} & \mathbf{K}_i^T & \varepsilon_i \mathbf{P}_i \mathbf{B}_i \mathbf{F}_{1i} & \mathbf{G}_i^T \\ * & -\varepsilon_i \mathbf{I} & \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ * & * & -\varepsilon_i \mathbf{I} & \mathbf{O} \\ * & * & * & -\mathbf{P}_i^{-1} \end{bmatrix} < 0, \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{\Delta}_{1i} &= \mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i + \mathbf{P}_i \mathbf{A}_i + \mathbf{K}_i^T \mathbf{F}_{0i}^T \mathbf{B}_i^T \mathbf{P}_i + \mathbf{P}_i \mathbf{B}_i \mathbf{F}_{0i} \mathbf{K}_i + \\ & \sum_{j \in L_k} \pi_{ij} (\mathbf{P}_j - \mathbf{Q}_i). \end{aligned}$$

式(30)左右两端都乘以 $\text{diag}\{\mathbf{P}_i^{-1}, \mathbf{I}, \mathbf{I}, \mathbf{I}\}$, 并且定义 $\mathbf{X}_i = \mathbf{P}_i^{-1}, \mathbf{Y}_i = \mathbf{K}_i \mathbf{X}_i, \mathbf{R}_i = \mathbf{P}_i^{-1} \mathbf{Q}_i \mathbf{P}_i$, 有

$$\begin{bmatrix} \mathbf{\Delta}_{2i} & \mathbf{Y}_i^T & \varepsilon_i \mathbf{B}_i \mathbf{F}_{1i} & \mathbf{X}_i \mathbf{E}_i^T \\ * & -\varepsilon_i \mathbf{I} & \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ * & * & -\varepsilon_i \mathbf{I} & \mathbf{O} \\ * & * & * & -\mathbf{X}_i \end{bmatrix} < 0, \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{\Delta}_{2i} &= \mathbf{X}_i \mathbf{A}_i^T + \mathbf{A}_i \mathbf{X}_i + \mathbf{Y}_i^T \mathbf{F}_{0i}^T \mathbf{B}_i^T + \mathbf{B}_i \mathbf{F}_{0i} \mathbf{Y}_i + \\ & \sum_{j \in L_k} \pi_{ij} \mathbf{X}_i \mathbf{X}_j^{-1} \mathbf{X}_i - \sum_{j \in L_k} \pi_{ij} \mathbf{R}_i. \end{aligned}$$

接下来分两种情况进行处理.

情况1 $i \in L_k$, 利用 Schur 补引理可知式(31)等价于式(26).

情况 2 $i \in L_{uk}^i$, 利用 Schur 补引理可知式 (31) 等价于式 (27).

另外, 式 (21) 和式 (22) 分别等价于式 (28) 和式 (29).

证明完毕.

3 数值算例

考虑二维四模态的随机跳跃系统, 其参数为

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & -0.5 \\ 0.1 & 1 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, E_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix},$$
$$A_2 = \begin{bmatrix} 1.5 & -1.8 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, E_2 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix},$$
$$A_3 = \begin{bmatrix} -0.9 & -0.3 \\ 1.5 & -1.6 \end{bmatrix}, B_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, E_3 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix},$$
$$A_4 = \begin{bmatrix} -0.2 & -0.5 \\ 0.5 & -0.5 \end{bmatrix}, B_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, E_4 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}.$$
$$0.6 \leq F_1 = F_2 \leq 1, \begin{bmatrix} 0.9 & 0 \\ 0 & 0.7 \end{bmatrix} \leq F_3 = F_4 \leq \begin{bmatrix} 1.1 & 0 \\ 0 & 1.1 \end{bmatrix}.$$

求解定理 3 中的 LMIs (26) ~ (29), 得控制器增益如下:

$$K_1 = \begin{bmatrix} -2.53 & 0.19 \\ 1.76 & -3.41 \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} 0.72 & 0.02 \\ 0.07 & 0.81 \end{bmatrix},$$
$$K_3 = \begin{bmatrix} 0.03 & 0.09 \\ 0.12 & -0.06 \end{bmatrix}, K_4 = \begin{bmatrix} -0.08 & 0.03 \\ 0.05 & -0.16 \end{bmatrix}.$$

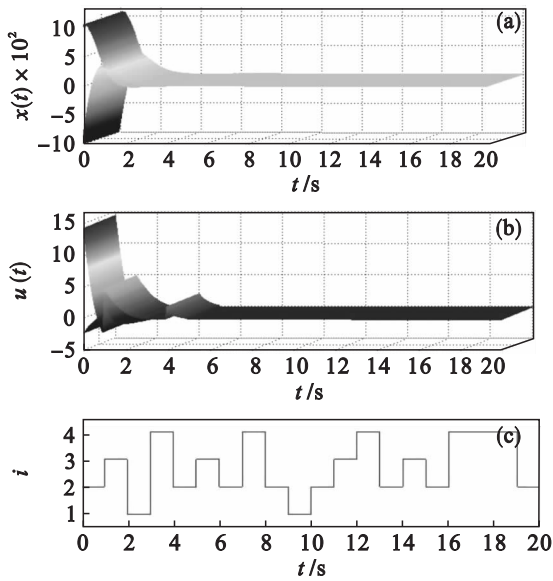


图 1 仿真结果

Fig. 1 Simulation results

(a) — 状态变量轨线; (b) — 输入量轨线;
(c) — 切换信号.

从仿真图形中可以看到, 存在执行器故障时所设计的控制器仍然可以保证系统 (1) 的随机镇定性, 从而证明了设计结果的有效性.

4 结 语

本文针对一类带有执行器故障的随机跳跃系统研究了其可靠控制问题, 主要工作是把此类系统要求转移概率完全已知的条件放宽到了转移概率部分未知的更一般情形, 具有更小的保守性. 数值仿真算例说明了所得结果的有效性.

参考文献:

[1] Shen L J, Buscher U. Solving the serial batching problem in job shop manufacturing systems [J]. *European Journal of Operational Research*, 2012, 221 (1): 14 – 26.

[2] Athans M. Command and control theory: a challenge to control science [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1987, 32 (4): 286 – 293.

[3] Assawinchaichote W, Nguang S K, Shi P. Robust H_∞ fuzzy filter design for uncertain nonlinear singularly perturbed systems with Markovian jumps: an LMI approach [J]. *Information Sciences*, 2007, 177 (7): 1699 – 1714.

[4] Wu H N, Cai K Y. Robust fuzzy control for uncertain discrete-time nonlinear Markovian jump systems without mode observations [J]. *Information Sciences*, 2007, 177 (6): 1509 – 1522.

[5] Zhang L X, Boukas E K. Stability and stabilization of Markovian jump linear systems with partly unknown transition probabilities [J]. *Automatica*, 2009, 45 (2): 463 – 468.

[6] Luan X L, Liu F, Shi P. Finite-time filtering for non-linear stochastic systems with partially known transition jump rates [J]. *IET Control Theory & Applications*, 2010, 4 (5): 735 – 745.

[7] Yang G H, Wang J L, Soh Y C. Reliable H_∞ design for linear system [J]. *Automatica*, 2001, 37 (5): 717 – 725.

[8] Veillette R J, Medanic J V, Perkins W R. Design of reliable control system [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1992, 37 (3): 770 – 784.

[9] Fu Y S, Tian Z H, Shi S J. Reliable H_∞ state feedback control of uncertain nonlinear systems [J]. *Journal of Applied Sciences*, 2000, 18 (3): 280 – 282.

[10] El-Kbir B. Stochastic switching systems: analysis and design [M]. Berlin: Birkhauser, 2005: 23 – 24.

[11] Wang Y Y, Xie L H, Souza C E. Robust control of a class of uncertain nonlinear systems [J]. *Systems and Control Letters*, 1992, 19 (2): 139 – 149.

[12] Mao X R. Stability of stochastic deferential equations with Markovian switching [J]. *Stochastic Processes and Their Application*, 1999, 79 (1): 45 – 67.