

上海股票市场网络拓扑指标与波动率的相关性

庄霄威, 金 秀

(东北大学 工商管理学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘 要: 以股票作为网络的节点, 股票间关联性作为边, 使用最小生成树方法构建上海证券市场股票网络, 计算网络的基本拓扑指标, 分析这些指标与股票市场波动率的相关性. 结果表明: 网络的平均路径长度和市场波动率成负相关, 当市场波动率越高, 节点之间的距离越短, 网络收缩越紧密; 平均占有层和市场波动率成负相关, 当市场波动率增加, 网络中的点更趋近于中心节点; 节点的最大度和市场波动率成正相关, 随着市场波动率增加, 网络节点之间的关联性增强, 协同运动趋势增强. 通过分析股票网络拓扑指标的变化规律从而对股票市场波动的变化进行预测.

关 键 词: 复杂网络; 股票市场; 市场波动率; 拓扑指标; 最小生成树

中图分类号: F 830. 91

文献标志码: A

文章编号: 1005-3026(2015)03-0453-04

Correlation Between Network Topological Index and Volatility of Shanghai Stock Market

ZHUANG Xiao-wei, JIN Xiu

(School of Business Administration, Northeastern University, Shenyang 110819, China. Corresponding author: ZHUANG Xiao-wei, E-mail: bhalo8695@sina.com)

Abstract: Taking stocks and the correlation between stocks as network nodes and edge respectively, the network of Shanghai stock market was constructed by minimum spanning tree (MST). The basic topological index of network was calculated. And then the correlation between these indexes and stock market volatility was analyzed. The results show that there is a negative correlation between average path length of network and market volatility when market volatility is higher, distances between nodes are shorter, network contraction is closer; and there is a negative correlation between mean occupation layer and market volatility when the market volatility increases, nodes in the network close to the center node; and there is a positive correlation between the maximum number of links and market volatility when market volatility is higher, connection between the network nodes is strengthened, the co-movement tendency is reinforced. The volatility changing in the stock market is forecasted by analyzing the changing law of topological index of stock network.

Key words: complex network; stock market; market volatility; topological index; minimum spanning tree

复杂网络理论是研究复杂市场内在结构和功能的有力工具. 股票市场是一个复杂的系统, 因此可以通过分析网络拓扑性质剖析股票市场内在结构. Mantegna^[1]首次提出通过两种资产的对数收益计算相关系数, 然后将其转换成欧式距离来构建股票网络, 分析标准普尔 500 只股票的聚类等

级, 这个创新性研究为后续研究奠定了基础. Kim 等^[2]用标准普尔 500 只股票构建网络, 研究表明网络节点的影响强度服从无标度特性. Coelho 等^[3]提出了用动态分析法分析股票网络拓扑性质. Onnela 等^[4-5]用标准普尔中 116 只股票作为节点构建股票网络, 比较了黑色星期一和正常日

之间的网络拓扑差异;以纽约股票交易市场上的 477 只股票从 1980 年 1 月 2 日到 1999 年 12 月 31 日每日收盘价作为节点构建网络,研究了网络拓扑性质,并比较实际网络和随机网络差异. Gilmore 等^[6]使用分层树方法研究了 1998 年 ~ 2006 年政府债券网络的动态协同性. Lee 等^[7]研究了韩国 200 只股票网络的平均路径长度、度分布等网络基本拓扑性质. Micciche 等^[8]利用纽约证券交易所 93 只股票 12 年间的数据库,构建了基于市场波动率的股票网络,在此基础上分析了网络节点度分布的稳定性.

已有文献运用复杂网络理论来研究股票网络的基本拓扑性质和结构特征.而在对证券市场的研究中,市场波动性一直是投资组合选择、风险管理中考虑的重要因素,因此本文在研究中国上海股票市场网络的基本拓扑性基础上,加入了市场波动率指标,进一步分析网络拓扑指标和股票市场波动率指标的相关性,通过分析股票网络拓扑指标的变化规律从而对股票市场波动的变化进行预测.

1 构建股票网络

以每只股票作为节点,股票间的关联性作为边,通过最小生成树方法构建股票网络.

第一步计算成对股票间的相关系数.

1) 计算股票价格收益率.在 t 时刻股票 i 的价格为 $p_i(t)$,对数收益率可表示为

$$r_i(t) = \ln p_i(t) - \ln p_i(t-1). \quad (1)$$

2) 根据收益率计算任意两只股票 i 和 j 在 t 时刻的相关系数 $\rho_{ij}(t)$,即

$$\rho_{ij}(t) = \frac{E(r_i r_j) - E(r_i)E(r_j)}{\sqrt{E(r_i)^2 - E(r_i)^2} - \sqrt{E(r_j)^2 - E(r_j)^2}},$$

$$r_i = (r_i(t-T+1), \dots, r_i(t)), i = 1, \dots, n. \quad (2)$$

式中: r_i, r_j 分别为股票 i 和 j 的收益序列; $E(\cdot)$ 表示期望; T 为时间窗口的长度.

第二步构造在 t 时刻的 $n \times n$ 阶相关矩阵 C^t .

$$C^t = \begin{cases} c_{ij}(t) = \rho_{ij}(t), & i \neq j; \\ c_{ij}(t) = 1, & i = j. \end{cases} \quad (3)$$

其中 c_{ij} 为相关系数矩阵第 i 行第 j 列的元素.

第三步将矩阵 C^t 中的所有元素转换成距离,在 t 时刻股票 i 和股票 j 之间的距离可表示为

$$d_{ij}(t) = \sqrt{2(1 - \rho_{ij}(t))}. \quad (4)$$

用 Kruskal^[9]的方法,通过 $n \times n$ 阶矩阵 $d_{ij}(t)$

构建 n 只股票的最小生成树网络.

2 市场波动率和网络拓扑指标

本文选取股票收益率的平均标准差作为市场波动率度量指标,选取网络的拓扑指标有平均路径长度、节点的度和平均占有层,进一步研究网络拓扑指标的变化趋势和股票市场波动率变化趋势的关系.

1) 市场波动率.股票市场波动率 σ_t 为 t 时刻 n 只股票收益率的平均标准差,表达式为

$$\sigma_t = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 / n}. \quad (5)$$

其中, σ_i 为第 i 只股票收益率的标准差.

2) 平均路径长度.2 个节点之间的路径长度定义为 2 个节点之间最短路径边的边数,最短路径定义为经过其他顶点最少的 1 条(或几条)连通的通路.平均路径长度(AL)为网络中任意 2 个节点路径长度的平均值^[10],它是衡量网络节点之间的紧密程度,在 t 时刻的平均路径长度表达式为

$$AL = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i \neq j} d_{ij}(t). \quad (6)$$

3) 节点的度.节点的度定义为节点的邻边数量,用来描述 1 个节点与其他节点的关系.如果 1 个节点没有其他节点与之邻接,则这个节点的度为 0;如果 1 个节点与所有节点均邻接,则这个节点的度为 $n-1$.度可记为 $k_i = \sum_j a_{ij} = \sum_j a_{ji}$,最大度的表达式为

$$k_{\max} = \max_i k_i. \quad (7)$$

4) 平均占有层.平均占有层(MOL)是一个网络拓扑指数,如果该数值很小,网络密集,网络中的节点趋近中心节点周围的区域.计算 MOL 的步骤:

第一步确定中心节点.用中介核心性方法^[11]计算节点 k 的中介程度,中介程度最大的点即为中心节点.节点 k 中介程度计算公式为

$$C_B(k) = \sum_{i \neq j \neq k} \frac{g_{ij}(k)}{g_{ij}}. \quad (8)$$

其中: g_{ij} 表示从节点 i 到节点 j 的最短路径的数量; $g_{ij}(k)$ 表示从节点 i 到节点 j 中间经过节点 k 的最短路径的数量.

第二步计算在 t 时刻通过节点 i 连接到中心节点的最短路径的边数 $\varphi(k_{i,t})$,中心节点的等级 $\varphi(k_c) = 0$. MOL 在 t 时刻可以表示为

$$\text{MOL}_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varphi(k_{i,t}) . \quad (9)$$

3 实证研究

3.1 数据选取

选取 2010 年 6 月 1 日到 2013 年 7 月 30 日在中国上海证券市场上市的全部股票,剔除受到上市日期影响和连续停盘超过 50 d 的股票,最后

得到 711 只股票. 设定时间窗口 t 为 50 d. 数据来源于 Wind 资讯.

3.2 实证结果

根据 Kruskal 的方法,构建 500 个时间窗口长度为 50 d 的最小生成树网络. 根据公式 (5) ~ (9),利用 MATLAB R2010a 分别计算出股票市场波动率 (σ_t)、平均路径长度 (AL)、最大度 (k_{\max}) 和平均占有层 (MOL),如图 1a,1b,1c 和 1d 所示.

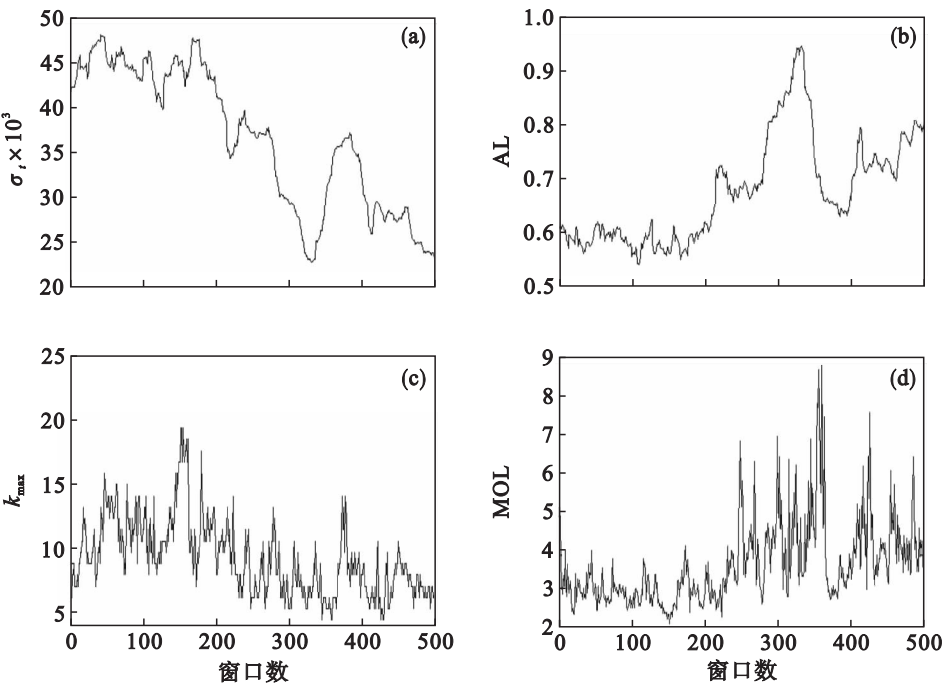


图 1 σ_t ,AL, k_{\max} 和 MOL 变化趋势图
Fig. 1 Change trend chart of σ_t , k_{\max} ,AL and MOL

(a)— σ_t 变化趋势图; (b)—AL 变化趋势图; (c)— k_{\max} 变化趋势图; (d)—MOL 变化趋势图.

- 1) 从图 1a 中可以看出,市场波动率总体呈下降趋势. 在第 46 窗口附近达到最大值($\sigma_t = 4.8 \times 10^{-3}$),然后震荡下降,在第 340 窗口附近达到最小值($\sigma_t = 2.5 \times 10^{-3}$).
- 2) 从图 1b 中可以看出,平均路径长度总体呈上升趋势,与市场波动率呈明显的反向趋势. 开始于较低水平($AL = 0.57$),之后震荡上涨,在第 340 窗口附近达到最大值($AL = 0.93$). 说明随着时间窗口推移,网络中节点的距离逐渐增大,在 340 窗口附近网络扩张到最大,之后收缩.
- 3) 从图 1c 中可以看出,最大度在 5 ~ 23 上下浮动,多数时间窗口下变化趋势与市场波动率相同,在 340 窗口附近达到最小值. 说明在 340 窗口附近,节点间的关联性最小.
- 4) 从图 1d 中可以看出,平均占有层的值在整个数据样本期间始终在波动,变化趋势和平均

路径长度大体相同. 在第 350 窗口附近,平均占有层达到最大值,说明此时网络中的节点变得更稀疏.

3.3 网络拓扑指标和市场波动率的关系分析

在相同的时间窗口下,将市场波动率 σ_t 作为横坐标,AL, k_{\max} 和 MOL 分别作为纵坐标,研究市场波动率和网络拓扑指标之间的变化关系,结果如图 2 ~ 图 4 所示.

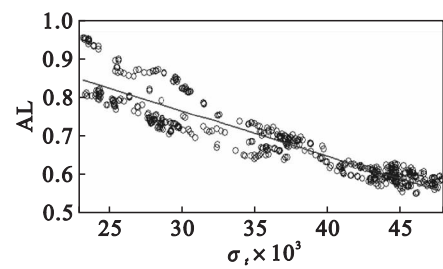


图 2 AL 和 σ_t 的关系图
Fig. 2 The relationship between AL and σ_t

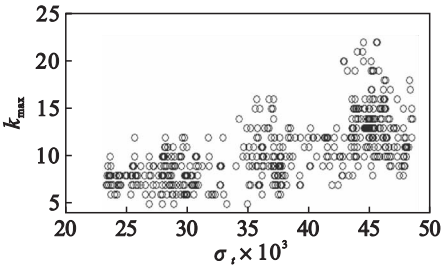


图 3 k_{\max} 和 σ_t 关系图

Fig. 3 The relationship between k_{\max} and σ_t

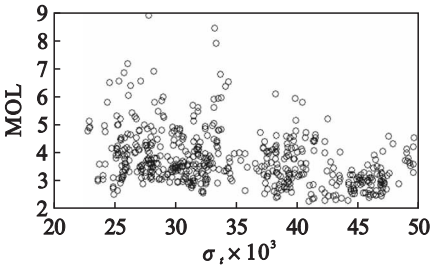


图 4 MOL 和 σ_t 关系图

Fig. 4 The relationship between MOL and σ_t

1) 平均路径长度与市场波动率的关系. 从图 2 可以看出, 平均路径长度与市场波动率呈现明显的负相关, 平均路径长度会随市场波动增加而减小. 这个结果表明, 当市场发生诸如黑色星期一或金融危机时大多数股票往往会向同一个方向移动, 股票网络会随之收缩, 收缩程度与市场波动率成正比.

2) 最大度与市场波动率的关系. 从图 3 可以看出, 最大度与市场波动率呈正相关. 较小的 k_{\max} ($k_{\max} = 10$) 主要分布在 σ_t 小于 0.03 范围, 较大的 k_{\max} ($k_{\max} > 25$) 分布在 σ_t 大于 0.04 范围. 随着市场波动率增加, 最大度的值变得更大. 说明随着市场波动率增加, 网络中股票之间的关联性增强, 协同运动趋势增强.

3) 平均占有层与市场波动率的关系. 从图 4 可以看出, 平均占有层与市场波动率成负相关. 随着市场波动率增加, 平均占有层的值减小. 当市场波动率 $\sigma_t = 25 \times 10^{-3}$, MOL 的值在 3 到 11 之间; 当 $\sigma_t = 30 \times 10^{-3}$, MOL 的值在 2 到 8 之间; 当 $\sigma_t = 45 \times 10^{-3}$, MOL 的值在 3 到 6 之间. 说明随着市场波动率增加, 网络收缩得更紧密, 网络中的点更趋近于中心节点.

4 结 论

1) 网络平均路径长度与市场波动率呈负相关, 最大度与市场波动率呈正相关, 平均占有层与

市场波动率成负相关.

2) 当市场波动率增加, 股票网络收缩地更紧密, 网络中的点变得更加密集, 更趋近于中心节点, 股票市场协同运动趋势加强.

3) 网络平均路径长度能准确地反映市场波动, 平均占有层能够较好地反映市场的波动, 最大度可以当作他们的一种补充说明.

通过分析网络拓扑指标和股票市场波动率的相关性, 根据拓扑指标的变化趋势对市场波动情况进行预测, 对股票投资者选择适当的投资组合策略及对风险的预判有一定的参考和借鉴作用.

参考文献:

[1] Mantegna R N. Hierarchical structure in financial markets [J]. *The European Physical Journal B*, 1999, 11 (1): 193 – 197.

[2] Kim H J, Lee Y, Kahng B, et al. Weighted scale-free network in financial correlations [J]. *Journal of Physical Society of Japan*, 2002, 71 (9): 2133 – 2136.

[3] Coelho R, Hutzler S, Repetowicz P, et al. Sector analysis for a FTSE portfolio of stocks [J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2007, 373 (1): 615 – 626.

[4] Onnela J P, Chakraborti A, Kaski K, et al. Dynamic asset trees and portfolio analysis [J]. *The European Physical Journal B*, 2002, 30: 285 – 288.

[5] Onnela J P, Chakraborti A, Kaski K, et al. Dynamic asset trees and Black Monday [J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2003, 324 (1/2): 247 – 252.

[6] Gilmore C G, Lucey B M, Boscia M. An ever-closer union? examining the evolution of linkages of European equity markets via minimum spanning trees [J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2008, 387 (25): 6319 – 6329.

[7] Lee K E, Lee J W, Hong B H. Complex networks in a stock market [J]. *Computer Physics Communications*, 2007, 177 (1/2): 186.

[8] Micciche S, Bonanno G, Lillo F, et al. Degree stability of a minimum spanning tree of price return and volatility [J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2003, 324 (1/2): 66 – 73.

[9] West D B. Introduction to graph theory [M]. Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1996: 15.

[10] 黄伟强, 庄新田, 姚爽. 中国股票关联网络拓扑性质与聚类结构分析 [J]. *管理科学*, 2008, 21 (3): 94 – 103.

(Huang Wei-qiang, Zhuang Xin-tian, Yao Shuang. Topology property and clustering structure analysis of China's stock correlation network [J]. *Journal of Management Science*, 2008, 21 (3): 94 – 103.)

[11] Jang W, Lee J, Chang W. Currency crises and the evolution of foreign exchange market: evidence from minimum spanning tree [J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2011, 390 (4): 707 – 718.