第36卷第4期　　东北大学学报(自然科学版)　　Vol. 36, No. 4
2015年4月　　Journal of Northeastern University(Natural Science)　　Apr. 2015

doi: 10.3969/j. issn. 1005 - 3026. 2015. 04. 032

一种新的综合评价排序方法及求解

李伟伟, 易平涛, 郭亚军
(东北大学 工商管理学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘　　要: 对经典综合评价中绝对形式的评价结论进行了拓展,提出了带有概率特征的可能性排序方法. 介绍了反映被评价对象之间优劣比较的优胜度矩阵;基于优胜度矩阵,分析了可能性排序结论的相关概念及定义;在此基础上,从提升排序结论稳定性的视角,结合随机模拟的方法给出了一种可能性排序结论的求解算法. 该排序结论以概率形式呈现被评价对象之间的排序,可为非精确评价问题提供更具解释性的结论支撑.

关　键　词: 综合评价;可能性排序;优胜度矩阵;求解算法;随机模拟

中图分类号: C 934　　**文献标志码**: A　　**文章编号**: 1005 - 3026(2015)04 - 0605 - 04

New Reordering Method for Comprehensive Evaluation and Solving Algorithm

LI Wei-wei, *YI Ping-tao*, *GUO Ya-jun*
(School of Business Administration, Northeastern University, Shenyang 110819, China. Corresponding author: YI Ping-tao, E-mail: ptyi@ mail. neu. edu. cn)

Abstract: Aimed at expanding the evaluation conclusion of the absolute form for classic evaluation result, a kind of possibility sort conclusion was developed. The superior degree matrix used for advantage comparison among objects was introduced. The notion and definition of possibility sort conclusion were discussed upon the superior degree matrix. A solving algorithm of the conclusion was proposed using stochastic simulation to increase the stability of conclusion. This conclusion gives rank with the probability, which may provide explanation for uncertain evaluation problems.

Key words: comprehensive evaluation; possibility rank; superior degree matrix; solving algorithm; stochastic simulation

综合评价是指对被评价对象所进行的客观、公正、合理的全面评价[1],目的是为了得到能够区分被评价对象差异的评价结论. 在传统的评价中,评价结论均以能严格区分被评价对象优劣的绝对形式呈现[1-3]. 然而,在实际应用中,通常会遇到并不具有严格优劣比较问题. 如球队实力的比较,会出现短期内各有胜负及“循环克星”的现象,而绝对的结论形式无法对这类问题做出可信解释. 此外,随着信息技术的发展,人们面临的评价问题也越来越复杂,采用非精确形式的评价信息描述复杂问题成为必然趋势[4-6]. 但在实际应用中,为了得到绝对排序,通常需要将非精确值的评价信息转化为精确信息,这种处理方式会在一定程度上导致信息丢失或失真. 针对上述问题,本文对绝对形式评价结论进行拓展,提出一种新的排序方式:可能性排序,并对其求解算法进行了研究.

1　优胜度矩阵及简介

优胜度矩阵[7]是在大样本空间内讨论被评价对象优劣概率的一种信息统计方式. 对类似于球队实力比较的问题,可通过统计一段时间内各球队之间的输赢比率求得优胜度矩阵. 而对于非

收稿日期: 2014 - 04 - 23
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71071031); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(N130406004).
作者简介: 李伟伟(1986 -),女,山东烟台人,东北大学博士后研究人员; 郭亚军(1952 -),男,辽宁开原人,东北大学教授,博士生导师.

精确值形式的评价问题,则可按照一定方式在非精确值评价信息内随机抽样,在大量抽样基础上,统计被评价对象之间优劣比率. 优胜度矩阵的一般表示形式为 $\boldsymbol{S}=[s_{ij}]_{n\times n}(i,j=1,2,\cdots,n)$,其中 s_{ij} 表示被评价对象 o_i 优于 o_j 的概率,通常有 $s_{ij}+s_{ji}=1$.

综上可知,优胜度矩阵在数值形式上与互补判断矩阵相同,但两者在求解过程中却有着本质区别,互补判断矩阵中的元素是决策者关于两个方案或属性重要性程度的偏好信息,而优胜度矩阵中的元素表示被评价对象两两比较的优劣概率. 显然,互补判断矩阵可为排序结论的求解提供技术参考. 但目前研究中,大多互补判断矩阵的排序算法均是在偏好判断一致的前提下展开[8-9],而该一致性要求在优胜度矩阵中失去了现实意义. 因而,构建能够更好体现优胜度矩阵自身概率信息意义的排序算法,显得十分必要.

2 可能性排序

可能性排序的实质是在排序链中加入被评价对象的"优于概率"信息. 不失一般性,可将 n 个被评价对象的可能性排序表示为

$$o_{1'}\overset{p_1}{>}o_{2'}\overset{p_2}{>}o_{3'}\overset{p_3}{>}\cdots\overset{p_{n-1}}{>}o_{n'}. \tag{1}$$

式中:$o_{1'},o_{2'},\cdots,o_{n'}$ 为 $o_1,o_2,\cdots,o_n$ 的一组排序;p_i 为 $o_{i'}$ 优于 $o_{(i+1)'}$ 的概率,有 $p_i\in[0,1]$.

基于式(1),对可能性排序进行深入分析,可得到以下结论.

1) 当 $p_1=p_2=\cdots=p_{n-1}=1$ 时,式(1)中的可能性排序转化为绝对形式的排序,故绝对形式的评价排序是可能性排序的一种特例.

2) 因 $p_i\in(0,1]$,被评价对象 $o_{i'}$ 优于 $o_{(i+1)'}$ 的概率为 p_i,反过来,则暗含了被评价对象 $o_{(i+1)'}$ 仍有 $1-p_i$ 的概率优于被评价对象 $o_{i'}$,因而可能性排序避免了"优劣判别的绝对性".

3) 因被评价对象的优劣关系以概率形式表示,所以这种优劣比较并不具有严格的传递性,即 $o_{i'}$ 优于 $o_{(i+1)'}$ 的概率为 p_i,$o_{(i+1)'}$ 优于 $o_{(i+2)'}$ 的概率为 p_{i+1},但 $o_{i'}$ 优于 $o_{(i+2)'}$ 的概率却不一定是 p_i+p_{i+1}.

对任意给定的可能性排序,称其为排序链. 由被评价对象之间的"优于"概率可知,不同排序链的稳定性概率也不完全相同. 本文从稳定性最高的视角求解可能性排序结论.

3 可能性排序的求解算法

无论是绝对还是可能性的排序结论,被评价对象的优劣比较应具有保序性,即若有 o_i 优于 o_j 且 o_j 优于 o_k,则应有 o_i 优于 o_k. 基于此,下面给出一种确定排序链稳定性的方法.

定义1 对于任意排序链 $o_{1'}\overset{p_1}{>}o_{2'}\overset{p_2}{>}o_{3'}\overset{p_3}{>}\cdots\overset{p_{n-1}}{>}o_{n'}$,称

$$\tau=\sqrt[\frac{n(n-1)}{2}]{\prod_{i'=1}^{n-1}\prod_{j'=i'+1}^{n}s_{i'j'}} \tag{2}$$

为该排序链的稳定性概率,$\tau\in(0,1]$. 式中,$s_{i'j'}$ 表示 $o_{i'}$ 优于 $o_{j'}$ 的概率.

从提升排序整体稳定性的角度考虑,在求解中仅统计稳定性在 0.5 以上(包括 0.5)的排序链. 对 n 个被评价对象,设稳定性 $\tau\geqslant 0.5$ 的排序链共有 m 条. 统计被评价对象在排序位 $1,2,\cdots,m$ 上的累计分布次数矩阵 $\boldsymbol{R}=[r_{ij}]_{n\times n}$ 和分布于各排序位上的累计稳定性概率矩阵 $\boldsymbol{H}=[h_{ij}]_{n\times n}$. 其中,$r_{ij}$ 表示 o_i 排在第 j 个排序位上的次数,有 $0\leqslant r_{ij}\leqslant m$;$h_{ij}$ 表示 o_i 排在第 j 个排序位上的稳定性概率之和. 因而有

$$\left.\begin{aligned}&p_{ij}=\frac{h_{ij}}{r_{ij}},\quad r_{ij}\neq 0;\\&p_{ij}=0,\quad r_{ij}=0.\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

式中,p_{ij} 表示 o_i 分布于各排序位上的平均稳定性概率,$0\leqslant p_{ij}\leqslant 1$.

将求解被评价对象分布于各排序位上的平均稳定性概率的仿真过程归纳如下.

步骤1 设 o_i 分布于各排序位的累计稳定性概率为 $h_{i1},h_{i2},\cdots,h_{in}$(初始值为0),平均稳定性概率及其初始变量分别为 $p_{i1},p_{i2},\cdots,p_{in}$ 和 $p_{i1}^0,p_{i2}^0,\cdots,p_{in}^0$(初始值为0).

步骤2 设置计数变量 r 及 r_{ij}(初始值为0).

步骤3 令 $r=r+1$,在(0,1)范围内采用随机数发生器生成服从某分布的 n 个随机数,对应于 n 个评价对象的评价值,按评价值由大到小的顺序将被评价对象对应于 n 个排序位.

步骤4 依据式(2)计算排序链的稳定性概率 τ,若 $\tau\geqslant 0.5$,转入步骤5,否则,转入步骤6.

步骤5 若被评价对象 o_i 分布于第 j 个排序位,则令 $h_{ij}=h_{ij}+\tau$,$r_{ij}=r_{ij}+1$.

步骤6 若 $r=t$(t 为前后两次平均稳定性概率计算的间隔步长,通常优胜度矩阵中优劣关系越明显,被评价对象个数越多,t 的取值越大),转

入步骤 7,否则转入步骤 3.

步骤 7　若 $r_{ij}\neq 0$,则令 $p_{ij}=h_{ij}/r_{ij}$.

步骤 8　若 $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}|p_{ij}-p_{ij}^{0}|\leqslant\varepsilon$($\varepsilon$ 为给定的任意小正数),则保存 p_{ij} 的数值,退出程序,反之,令 $p_{ij}^{0}=p_{ij}$,$r=0$,转入步骤 3.

若优胜度矩阵中出现 $s_{ij}=0.5$,$i\neq j$ 的情形,则说明被评价对象 o_i 与 o_j 具有相同的优劣关系,即两者在排序中是等价关系,则仅需在仿真过程中考虑 $n-1$ 个被评价对象,并在最终的排序链 o_i 位置上添加 o_j 即可. 多个具有等价关系的被评价对象的求解依此类推.

通过仿真,可得到 n 个被评价对象的平均稳定性概率矩阵 $[p_{ij}]_{n\times n}$.

定义 2　令 $p_{ik}^{*}=\max_{j=1}^{n}\{p_{ij}\}$,若 $p_{ik_1}^{*}\neq p_{ik_2}^{*}$($k_1\neq k_2$,$k_1,k_2=1,2,\cdots,n$),则被评价对象的可能性排序为

$$o_{1'}\overset{s_{1'2'}}{\succ}o_{2'}\overset{s_{2'3'}}{\succ}o_{3'}\overset{s_{3'4'}}{\succ}\cdots\overset{s_{(n-1)'n'}}{\succ}o_{n'}.$$

该排序链表示 $o_{1'},o_{2'},\cdots,o_{n'}$ 的最大分布频率分别出现在第 $1,2,\cdots,n$ 个排序位上. 需要说明的是,若出现 $p_{ik_1}^{*}=p_{ik_2}^{*}$ 的情形,即有 2 个被评价对象的最大分布频率出现在同一排序位上,可按照排序链整体稳定性概率最大的原则求解这 2 个被评价对象的先后顺序.

4　算　　例

这里以球队的实力比较问题为例,对可能性排序结论的求解加以说明. 假设有 8 支球队(用 $o_1,o_2,\cdots,o_8$ 表示)相互之间经常进行比赛,统计一段时间内它们之间输赢的概率为

$$\boldsymbol{S}=\begin{bmatrix}0.5000&1.0000&0.9870&0.8790&0.2310&0.9670&0.6980&0.9980\\0.0000&0.5000&1.0000&0.9340&1.0000&0.7610&0.8880&0.8990\\0.0130&0.0000&0.5000&1.0000&1.0000&0.8970&0.9540&1.0000\\0.1210&0.0660&0.0000&0.5000&0.8800&0.9760&1.0000&0.9350\\0.7690&0.0000&0.0000&0.1200&0.5000&1.0000&0.7890&0.9870\\0.0330&0.2390&0.1030&0.0240&0.0000&0.5000&0.0320&0.1240\\0.3020&0.1120&0.0460&0.0000&0.2110&0.9680&0.5000&0.9320\\0.0020&0.1010&0.0000&0.0650&0.0130&0.8760&0.0680&0.5000\end{bmatrix}.$$

依据本文给出的随机模拟方法求解被评价对象之间的可能性排序结论,具体如下.

1) 被评价对象在排序位上的平均稳定性概率. 以均匀分布的方式随机产生评价值,通过仿真调试,取计算的间隔步长 $t=10\,000$ 次,循环终止条件中取 $\varepsilon=0.000\,01$,得各被评价对象的平均稳定性概率矩阵为

$$[p_{ij}]_{8\times 8}=\begin{bmatrix}0.6828&0.0000&0.0000&0.0000&0.0000&0.0000&0.0000&0.0000\\0.0000&0.6828&0.0000&0.0000&0.0000&0.0000&0.0000&0.0000\\0.0000&0.0000&0.6828&0.0000&0.0000&0.0000&0.0000&0.0000\\0.0000&0.0000&0.0000&0.7522&0.6763&0.5865&0.5292&0.0000\\0.0000&0.0000&0.0000&0.6586&0.7184&0.6933&0.6544&0.0000\\0.0000&0.0000&0.0000&0.0000&0.5710&0.6393&0.6699&0.7312\\0.0000&0.0000&0.0000&0.0000&0.7948&0.7680&0.6799&0.6025\\0.0000&0.0000&0.0000&0.5751&0.6265&0.7240&0.7406&0.7287\end{bmatrix}.$$

2) 可能性排序求解. 由矩阵 $[p_{ij}]_{8\times 8}$ 可知,o_1,o_2,o_3,o_4,o_6,o_8 分别排在第 1,2,3,4,8,7 个序位上的稳定性概率最大,而 o_5 和 o_7 同时在第 5 个排序位的稳定性概率最大.

由优胜度矩阵 $\boldsymbol{S}$ 知,被评价对象 o_5 优于 o_7 的概率不等于 0.5,故在排序中 o_5 和 o_7 不是等价关系,因而,依据被评价对象在各排序位上的稳定性概率,可得到 2 条可能性排序链:

① $o_1\overset{1.0000}{\succ}o_2\overset{1.0000}{\succ}o_3\overset{1.0000}{\succ}o_4\overset{0.8800}{\succ}o_5\overset{0.7890}{\succ}o_7\overset{0.9320}{\succ}o_8\overset{0.8760}{\succ}o_6$;

② $o_1\overset{1.0000}{\succ}o_2\overset{1.0000}{\succ}o_3\overset{1.0000}{\succ}o_4\overset{1.0000}{\succ}o_7\overset{0.2110}{\succ}o_5\overset{0.9870}{\succ}o_8\overset{0.8760}{\succ}o_6$.

3) 排序链的稳定性概率. 依据式(3)求得排序链①的稳定性概率为 0.884 7,排序链②的稳定性概率为 0.844 0,故最终的可能性排序结论应为排序链①.

4) 结果分析. 综上可知,该排序以概率的方

式表示优劣关系,如球队 o_1 相对于 o_2 具有绝对的优势(优胜度概率为 1.000 0),球队 o_4 相对于 o_5 的优势概率为 0.880 0;当优胜度概率不为 1 时,如球队 o_4 的实力优于 o_5 的概率为 88%,反过来,也意味着 o_5 仍有 12% 的可能性优于 o_4. 这种结论形式更贴近问题的实际,具有更好的解释性,因此也有着比较广阔的应用前景.

5 结　语

本文对绝对形式的评价结论进行拓展,提出并介绍了可能性排序的结论形式,从提升可能性排序链整体稳定性的视角构建了可能性排序结论的求解算法. 采用随机模拟的方法,从仿真大样本中提取整体稳定性概率不小于 0.5 的排序链,据此统计被评价对象在各排序位上的平均稳定性概率,并求解最终的排序结果. 该排序结果可为非精确值评价信息的求解、组织实力的比较等无法确切衡量的评价问题,提供更具解释性(更易被接受)的结论支撑.

参考文献:

[1] 郭亚军. 综合评价理论、方法及应用[M]. 北京:科学出版社,2007.
(Guo Ya-jun. Comprehensive evaluation theory, methods and application [M]. Beijing: Science Press, 2007.)

[2] Mohamed R M, Garcia L A. Comparison of different multicriteria evaluation methods for the red bluff diversion dam[J]. *Environmental Modeling & Software*, 2000, 15(5): 471 − 478.

[3] Chiclana F, Herrera F, Herrera-Viedma E. Integrating multiplicative preference relations in a multipurpose decision-making model based on fuzzy preference relations[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2001, 122(2): 277 − 291.

[4] Xu Z S. A method based on linguistic aggregation operators for group decision making with linguistic preference relations [J]. *Information Sciences*, 2004, 166(1/2/3/4): 19 − 30.

[5] Wei G. Some induced geometric aggregation operators with intuitionistic fuzzy information and their application to group decision making[J]. *Applied Soft Computing*, 2010, 10(2): 423 − 431.

[6] Mesiar R. Fuzzy set approach to the utility, preference relations, and aggregation operators[J]. *European Journal of Operational Research*, 2007, 176(1): 414 − 422.

[7] 易平涛,张丹宁,郭亚军. 综合评价的随机模拟求解算法及应用[J]. 运筹与管理,2009,18(5):97 − 106.
(Yi Ping-tao, Zhang Dan-ning, Guo Ya-jun. The study on stochastic simulation solution method of comprehensive evaluation and application [J]. *Operations Research and Management Science*, 2009, 18(5): 97 − 106.)

[8] Liu F, Zhang W G, Zhang L H. Consistency analysis of triangular fuzzy reciprocal preference relations[J]. *European Journal of Operational Research*, 2014, 235(3): 718 − 726.

[9] Leung L C, Gao D. On consistency and ranking of alternatives in fuzzy AHP [J]. *European Journal of the Operational Research*, 2000, 124(1): 102 − 113.

(上接第 604 页)

[2] Amorim P, Günther H O, Almada-Lobo B. Multi-objective integrated production and distribution planning of perishable products[J]. *International Journal of Production Economics*, 2012, 138(1): 89 − 101.

[3] Chen Z L. Integrated production and outbound distribution scheduling: review and extensions[J]. *Operations Research*, 2010, 58(1): 130 − 148.

[4] Clark A J, Scarf H. Optimal policies for a multi-echelon inventory problem [J]. *Management Science*, 2004, 50(12): 1049 − 1052.

[5] 戢守峰,曹楚,黄小原. 基于 CPFR 的协同补货方法[J]. 东北大学学报:自然科学版,2007,28(7):1049 − 1052.
(Ji Shou-feng, Cao Chu, Huang Xiao-yuan. Collaborative replenishment policies based on CPFR [J]. *Journal of Northeastern University: Natural Science*, 2007, 28(7): 1049 − 1052.)

[6] Amorim P, Belo-Filho M A F, Toledo F M B, et al. Lot sizing versus batching in the production and distribution planning of perishable goods[J]. *International Journal of Production Economics*, 2013, 146(1): 208 − 218.

[7] Kutzner S C, Kiesmüller G P. Optimal control of an inventory-production system with state-dependent random yield[J]. *European Journal of Operational Research*, 2013, 227(3): 444 − 452.

[8] Zhou W. RFID and item-level information visibility [J]. *European Journal of Operational Research*, 2009, 198(1): 252 − 258.

[9] Varthanan P A, Murugan N, Kumar G M. A simulation based heuristic discrete particle swarm algorithm for generating integrated production-distribution plan [J]. *Applied Soft Computing*, 2012, 12(9): 3034 − 3050.