

# 一种基于标准峭度的新型复数盲分离算法

季 策, 王艳茹, 王晓宇

(东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110819)

**摘 要:** 在复值信号的盲分离算法中,经常采用信号的峭度最大化作为代价函数.以复数标准峭度代替复数峭度,将复数信号的标准峭度最大化作为新的代价函数,采用修正的复值拟牛顿迭代算法对代价函数进行优化,并运用该算法对混合 QAM 信号进行分离.仿真实验结果表明:改进后的算法具有很好的分离效果,相比于峭度最大化为代价函数的分离算法,收敛性能有明显提高.

**关 键 词:** 复值;峭度;标准峭度;代价函数;独立分量分析

中图分类号: TN 911.6 文献标志码: A 文章编号: 1005-3026(2015)05-0614-04

## A New Complex Blind Source Separation Algorithm Based on Standard Kurtosis

Ji Ce, WANG Yan-ru, WANG Xiao-yu

(School of Information Science & Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China. Corresponding author: WANG Xiao-yu, E-mail: 18842587547@163.com)

**Abstract:** In the complex blind source separation algorithm, the complex signal kurtosis maximization is often used as the cost function. The complex standard kurtosis was used instead of complex kurtosis as the new cost function for optimization, and a modified complex quasi-newton iterative algorithm was employed to optimize the cost function. The algorithm was applied to separate mixed QAM signal, and simulation results showed that the improved algorithm has a good separation effect. Compared with the algorithm of the kurtosis maximization as the cost function, the convergence performance was improved obviously.

**Key words:** complex valued; kurtosis; standard kurtosis; cost function; independent component analysis(ICA)

独立分量分析<sup>[1]</sup>(ICA)是一种有效的盲源分离技术,要求需分离的源信号相互独立,由其发展产生的各种 ICA 算法<sup>[2]</sup>具有重要的理论和应用价值,在语音处理、特征提取<sup>[3]</sup>、医学图像处理<sup>[4]</sup>、阵列信号处理<sup>[5]</sup>、雷达信号处理<sup>[6]</sup>等领域得到了广泛的应用.

目前,针对实数信号的全盲和半盲问题已经得到了很好的解决.然而,随着独立分量分析理论的逐渐发展和成熟,在许多 ICA 的应用领域,都要求直接或者间接地分离复值信号,如盲解卷积问题、脑图像数据分析及功能磁共振成像等,因此将 ICA 算法逐渐应用到复值信号中已不可避免.

与实数盲分离<sup>[7-8]</sup>类似,复数盲分离算法经常采用以下 3 种代价函数:①采用复数峭度最大化作为代价函数,能达到较好的分离效果,分离误差小,且不需要调节步长参数;②基于复向量不相关特性和复值非线性函数,结合非正则复向量的协方差矩阵和伪协方差矩阵构造代价函数,能充分利用非正则复向量不相关的特性,从混合信号中提取出复值独立分量,获得更多有用的信息量;③利用非圆信号的协方差和伪协方差都为非零对角矩阵的特点,构造代价函数.与强不相关变换算法相比,不需要特征值和奇异值分解,即使信源谱系数相同也能成功分离出复值混合信号,具有结

收稿日期: 2014-04-04

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11273001,61370152,61273164);教育部新世纪优秀人才支持计划项目(NCET-10-0306).

作者简介: 季 策(1969-),女,辽宁沈阳人,东北大学副教授,博士.

构简单,实时性好及分离误差小等优点.

在本文中,采用复数标准峭度代替复数峭度,得到新的代价函数,并采用修正的复值拟牛顿迭代算法对代价函数进行优化.仿真实验结果表明,改进后的算法具有很好的分离效果,算法的收敛速度及运行时间也得到了相应的改善.

### 1 复值信号盲分离模型

线性瞬时混合模型表达式为

$$\mathbf{x}_i(t) = \sum_{j=1}^n a_{ij} s_j(t), i = 1, 2, \dots, m. \quad (1)$$

写成向量形式为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A} \mathbf{s}(t). \quad (2)$$

其中:  $\mathbf{x}(t) = [\mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t), \dots, \mathbf{x}_m(t)]^T$  为  $m$  个观测到的复值随机信号;  $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t)]^T$  为  $n$  个相互统计独立的未知复数随机源信号;  $\mathbf{A}$  是由混合系数  $\{a_{ij}\}$  组成的混合矩阵. 源信号  $\mathbf{s}(t)$  和混合矩阵  $\mathbf{A}$  都是未知的, 只有混合信号  $\mathbf{x}(t)$  可以被观测到.

ICA 的目标就是寻找一个分离矩阵  $\mathbf{w}$ , 并通过  $\mathbf{w}$  从观测信号  $\mathbf{x}(t)$  中恢复出源信号  $\mathbf{s}(t)$ . 设输出的分离信号为  $\mathbf{y}(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t)]^T$ , 则分离过程为

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{w} \mathbf{x}(t) = \mathbf{w} \mathbf{A} \mathbf{s}(t). \quad (3)$$

其中, 输出信号  $\mathbf{y}(t)$  是源信号  $\mathbf{s}(t)$  的一个估计, 且  $\mathbf{y}(t)$  的各个分量相互独立.

### 2 代价函数

复数随机变量标准峭度<sup>[9]</sup>定义为

$$\text{Bkurt}(\mathbf{y}) = \frac{\text{kurt}(\mathbf{y})}{E^2(|\mathbf{y}|^2)}. \quad (4)$$

其中  $\text{kurt}$  代表峭度 (Kurtosis), 定义为

$$\text{kurt}(\mathbf{y}) = E\{|\mathbf{y}|^4\} - 2E\{\mathbf{y}\mathbf{y}^*\}E\{\mathbf{y}\mathbf{y}^*\} - E\{\mathbf{y}\mathbf{y}\}E\{\mathbf{y}^*\mathbf{y}^*\},$$

$$\text{Bkurt}(\mathbf{y}) = \frac{E\{|\mathbf{y}|^4\}}{E^2\{|\mathbf{y}|^2\}} - 2 - \frac{E\{\mathbf{y}\mathbf{y}\}E\{\mathbf{y}^*\mathbf{y}^*\}}{E^2\{|\mathbf{y}|^2\}}.$$

如果  $\mathbf{y}$  是均值为零、实部和虚部互不相关, 且方差相等的复数信号, 则:

$$\text{Bkurt}(\mathbf{y}) = \frac{E\{|\mathbf{y}|^4\}}{E^2\{|\mathbf{y}|^2\}} - 2. \quad (5)$$

采用式(6)的复数标准峭度最大化作为代价函数:

$$J = \begin{cases} \max\{|\text{Bkurt}(\mathbf{y})|\}, \\ \|\mathbf{w}\|^2 = 1. \end{cases} \quad (6)$$

其中  $\mathbf{y} = \mathbf{w}^H \mathbf{x}$ ,  $\mathbf{w}^H$  是  $\mathbf{w}$  的共轭转置矩阵. 为了使解唯一, 将分离矩阵的模限制为 1, 则

$$J \propto |\text{Bkurt}(\mathbf{y})| + \lambda(1 - \|\mathbf{w}\|^2). \quad (7)$$

式中,  $\lambda$  为拉格朗日乘子. 当式(7)对分离矩阵的共轭矩阵  $\mathbf{w}^*$  的一阶导数为零时, 系统将达到平衡点, 此时的解即为要求的解.

### 3 基于标准峭度的复数盲分离算法

本文在文献[10]的基础上, 应用复数标准峭度代替复数峭度来实现复值信号的盲源分离. 首先, 利用文献[11]中给出的复数求导方法, 计算其一阶导数:

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{w}^*} = 2E\{\mathbf{x}\mathbf{y}^*\mathbf{y}\mathbf{y}^*\} - 2E\{\mathbf{y}\mathbf{y}^*\mathbf{y}\mathbf{y}^*\}E\{\mathbf{x}\mathbf{y}^*\} - 2\lambda\mathbf{w}. \quad (8)$$

由复值变量二阶求导公式<sup>[12]</sup>, 进一步计算其二阶导数:

$$\frac{\partial^2 J}{\partial \mathbf{w}^* \mathbf{w}^T} = 4\mathbf{I} - 4E\{\mathbf{y}\mathbf{x}^H\mathbf{y}\mathbf{y}^*\}E\{\mathbf{x}\mathbf{y}^*\} - 2E\{\mathbf{y}\mathbf{y}^*\mathbf{y}\mathbf{y}^*\} - 2\lambda. \quad (9)$$

当  $\partial J / \partial \mathbf{w}^* = 0$  时的解即为要求的分离向量. 此时, 采用文献[9]中给出的修正的拟牛顿迭代算法求解. 算法表达式:

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{x}_k - \frac{f(\mathbf{x}_k)}{f'(\mathbf{x}_k)}, \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{y}_k - \frac{f(\mathbf{y}_k)}{f'(\mathbf{y}_k)}. \quad (10)$$

该算法收敛速度可以达到三阶, 将其扩展到复数域, 进而有

$$\mathbf{w}^\# = \mathbf{w} - \frac{f(\mathbf{w})}{f'(\mathbf{w})} = \mathbf{w} - \frac{\partial J / \partial \mathbf{w}^*}{\partial^2 J / \partial \mathbf{w}^* \mathbf{w}^T}, \quad (11)$$

$$\mathbf{w}^\# = \frac{\mathbf{w}}{\|\mathbf{w}\|}. \quad (12)$$

将式(8)和式(9)带入式(11)中, 再经式(12)计算可得

$$\mathbf{w}^\# = E\{\mathbf{x}\mathbf{y}^*\mathbf{y}\mathbf{y}^*\} - E\{\mathbf{y}\mathbf{y}^*\mathbf{y}\mathbf{y}^*\}E\{\mathbf{x}\mathbf{y}^*\} + \mathbf{w}, \quad (13)$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{w}^\# - \frac{f(\mathbf{w}^\#)}{f'(\mathbf{w}^\#)}. \quad (14)$$

进一步得到

$$\mathbf{w} = E\{\mathbf{x}\mathbf{y}^*\mathbf{y}\mathbf{y}^*\} - E\{\mathbf{y}\mathbf{y}^*\mathbf{y}\mathbf{y}^*\}E\{\mathbf{x}\mathbf{y}^*\} + \mathbf{w}^\#. \quad (15)$$

式中  $\mathbf{y} = (\mathbf{w}^\#)^H \mathbf{x}$ .

算法的具体实现步骤如下:

- 1) 对观测信号  $\mathbf{x}$  进行中心化<sup>[13]</sup>;
- 2) 对观测信号  $\mathbf{x}$  做白化处理<sup>[13]</sup>;
- 3) 将随机初始值  $\mathbf{w}_0$  初始化, 设收敛误差,  $0 < \varepsilon \ll 1$ ;
- 4) 代价函数对  $\mathbf{w}^*$  进行求导, 得到其一阶、二

阶导数;

5) 采用修正的复值拟牛顿迭代算法优化代价函数,最终得到分离矩阵  $\mathbf{w}$ , 即式(15);

6) 利用得到的分离矩阵  $\mathbf{w}$ , 得到源信号的所有估计  $y_i$ , 进而输出估计信号  $\mathbf{Y}$ .

### 4 仿真分析

本文所提算法可以很好地分离圆对称复值信号与非圆对称复值信号,如基带传输信号、阵列信号、射频通信信号等. 由于篇幅所限,本文源信号选择为易于观察的方形 4QAM 和方形 16QAM 信号进行仿真,来验证改进算法的有效性. 算法仿真软件采用 Matlab 软件,其随机产生如下混合矩阵  $\mathbf{A}$ :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1.3375 + 0.0002i & 1.8703 + 0.0002i \\ 0.5628 + 0.0002i & 0.7191 + 0.0002i \end{bmatrix}$$

样本数为 1000. 首先,对观测向量进行预白化处理,再分别用基于峭度的盲分离算法和基于标准峭度的盲分离算法完成仿真实验. 两种算法的步长均选为  $\lambda = 0.005$ . 图 1 分别给出了源信号  $(s_1, s_2)$ 、混合信号  $(x_1, x_2)$  以及两种算法得到的分离信号星座图. 其中  $(y_1, y_2)$  为基于复数峭度算法得到的分离信号,  $(z_1, z_2)$  为基于复数标准峭度算法得到的分离信号.

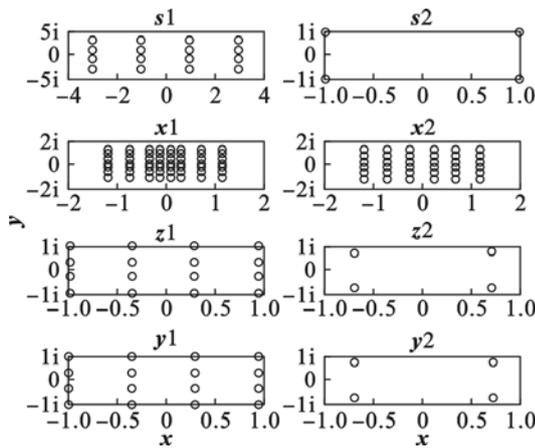


图 1 原始信号及两种算法得到的分离信号星座图  
Fig. 1 The original signals and their signals separated with two algorithms

由图 1 可以看出,分离后的信号存在幅度的不确定性,即分离信号是源信号的收缩信号,同时存在一定的相位模糊性,但源信号的波形信息被完整地保留下来. 在绝大多数问题中,这两种不确定性是可以接受的. 由分离结果可以看出,所提算法具有良好的分离效果.

本文通过计算分离矩阵  $\mathbf{W}$  和实际混合矩阵

$\mathbf{A}$  的乘积  $\mathbf{C} = \mathbf{WA}$  与单位矩阵  $\mathbf{I}$  之间的距离来衡量算法的分离性能,并以此对改进后的算法进行性能分析,即:

$$PI = \frac{1}{2M} \sum_{i=1}^M \left\{ \sum_{j=1}^M \frac{|c_{ij}|^2}{\max_k |c_{ik}|^2} - 1 \right\} + \left( \sum_{j=1}^M \frac{|c_{ji}|^2}{\max_k |c_{ki}|^2} - 1 \right). \quad (16)$$

其中:  $c_{ij}$  为  $\mathbf{C} = \mathbf{WA}$  的第  $(i, j)$  个元素;  $PI$  表示算法的分离性能. 其值越小,表示分离误差越小,分离的性能越好. 在理想情况下,  $PI = 0$ , 表示信号完全分离.

两种算法的  $PI$  曲线如图 2 所示.

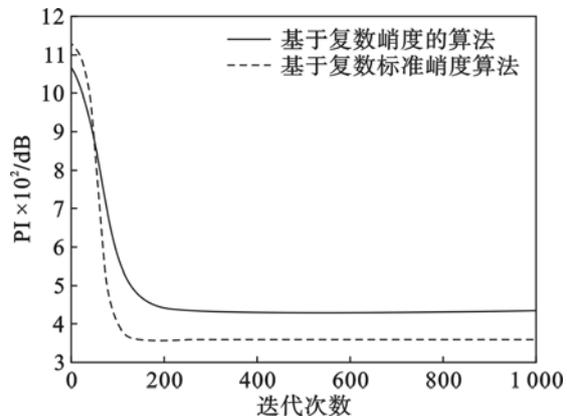


图 2 两种算法  $PI$  值对比图  
Fig. 2 Compare of two algorithms'  $PI$  values

从图 2 可以看出,基于复数标准峭度的算法在收敛速度、分离性能两方面均优于基于复数峭度的算法.

为了比较两种算法的运行时间,对两种算法分别进行了 8 次分离试验,记录每种算法的分离时间,如表 1 所示.

表 1 迭代时间的比较  
Table 1 Comparison of iteration time s

运算序号	复数峭度算法	复数标准峭度算法
1	4.7563	3.9106
2	4.5260	3.9664
3	4.3512	3.9287
4	4.3732	3.9103
5	4.3423	3.9284
6	4.3092	3.8888
7	4.3254	3.8691
8	4.4995	3.8769
平均时间	4.4354	3.9099

由表 1 可以看出,在 8 次分离运算中,基于复数标准峭度算法的运行时间普遍比基于复数峭度算法的运行时间要少,收敛效率得到了一定

程度的提高.

## 5 结 语

传统的 CFICA 算法经常采用复数峭度最大化为代价函数,本文用复数标准峭度代替复数峭度作为新的代价函数,采用修正的复值拟牛顿迭代算法对代价函数优化,进而推导出新的分离向量迭代公式.仿真实验证明了改进后的算法具有很好的分离效果,通过比较还可看出,改进后的算法具有更快的收敛速度,更高的收敛效率.

### 参考文献:

- [ 1 ] Hyvarinen A, Karhunen J, Oja E. Independent component analysis[M]. New York: Wiley Interscience, 2001.
- [ 2 ] Eriksson J, Koivunen V. Complex random vectors and ICA models: identifiability, uniqueness, and separability[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(3): 1017-1029.
- [ 3 ] 郭旭红, 朱忠奎, 刘刚, 等. 基于 ICA 的工业过程监控方法及其在 TEP 中的应用[J]. *系统仿真学报*, 2009, 21(8): 2331-2334.  
(Guo Xu-hong, Zhu Zhong-kui, Liu Gang, et al. Industry process monitoring based on ICA and its applications in TEP [J]. *Journal of System Simulation*, 2009, 21(8): 2331-2334.)
- [ 4 ] Li H L, Correa M. Application of independent component analysis with adaptive density model to complex-valued fMRI data [J]. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 2011, 58(10): 2794-2803.
- [ 5 ] Shen H, Kleinstueber M. Complex blind source separation via simultaneous strong uncorrelating transform [C]// *Proceedings of the 9th International Conference on Latent Variable Analysis and Signal Separation*. Berlin: Heidelberg, 2010: 287-294.
- [ 6 ] 谢德光, 张贤达, 李细林, 等. 基于独立分量分析的雷达目标识别方法[J]. *系统工程与电子技术*, 2007, 29(2): 164-166.  
(Xie De-guang, Zhang Xian-da, Li Xi-lin, et al. Radar target recognition method based on independent component analysis [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2007, 29(2): 164-166.)
- [ 7 ] 季策, 于洋, 于鹏. 改进的独立分量分析算法[J]. *东北大学学报: 自然科学版*, 2010, 31(8): 1086-1088.  
(Ji Ce, Yu Yang, Yu Peng. Improved algorithm for independent component analysis [J]. *Journal of Northeastern University: Natural Science*, 2010, 31(8): 1086-1088.)
- [ 8 ] 季策, 胡祥楠, 朱丽春, 等. 改进的高阶收敛 FastICA 算法[J]. *东北大学学报: 自然科学版*, 2011, 32(10): 1390-1393.  
(Ji Ce, Hu Xiang-nan, Zhu Li-chun, et al. Improved higher order convergent FastICA algorithm [J]. *Journal of Northeastern University: Natural Science*, 2011, 32(10): 1390-1393.)
- [ 9 ] Leong W Y. Blind source extraction [C]// 2008 10th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision. Hanoi, 2008: 1672-1677.
- [ 10 ] 赵立权, 杨莘元, 张朝柱, 等. 复值信号盲分离算法的研究[J]. *哈尔滨工程大学学报*, 2008, 29(12): 1335-1339.  
(Zhao Li-quan, Yang Shen-yuan, Zhang Chao-zhu, et al. A blind separation algorithm for complex-value signal sources [J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2008, 29(12): 1335-1339.)
- [ 11 ] Are H, Gesbert D. Introduction to complex-valued matrix differentiation [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 15(8): 1-30.
- [ 12 ] Li H L, Adail T. Optimization in the complex domain for nonlinear adaptive filtering [C]// *Signals, Systems and Computers, Fortieth Asilomar Conference*. Pacific Grove, 2006: 263-267.
- [ 13 ] 于洋. 独立分量分析算法及其在图像处理中的应用研究[D]. 沈阳: 东北大学, 2010.  
(Yu Yang. Research on independent component analysis algorithm and its application in image processing [D]. Shenyang: Northeastern University, 2010.)