

## 跨期决策中动态不一致性程度研究

陆 阳, 庄新田

(东北大学 工商管理学院, 辽宁 沈阳 110819)

**摘 要:** 通过对本科生和 MBA 学生分别进行跨期决策实验, 估计各跨期选择模型(指数函数、简单双曲线、拟双曲线和  $q$  指数函数)的参数及拟合度 AICc. 同时还比较了两种测量动态不一致程度的方法. 结果发现: 无论实验对象是否有工作经验, 使用  $q$  指数函数的贴现模型总能产生最小的 AICc 值, 因此是最优模型; 基于对数时间理论的测量方法捕获了动态不一致性的本质, 是测量动态不一致性程度的最优方法.

**关 键 词:** 动态不一致性; 跨期决策; 经济物理学; 对数时间理论

中图分类号: F 830

文献标志码: A

文章编号: 1005-3026(2015)05-0753-04

## Research on the Degree of Dynamic Inconsistency in Intertemporal Decision Making

LU Yang, ZHUANG Xin-tian

(School of Business Administration, Northeastern University, Shenyang 110819, China. Corresponding author: LU Yang, E-mail: ylu@mail.neu.edu.cn)

**Abstract:** The parameters and AICc (Akaike information criterion with small sample correction) of intertemporal choice models (exponential, simple hyperbolic, quasi hyperbolic and  $q$ -exponential) for undergraduate students and MBA students were estimated respectively. Meanwhile, two methods indicating the degree of inconsistency were compared. The results showed that the  $q$ -exponential discount model always generates the minimum AICc value regardless of working experience, and it is thus regarded as the optimal discount model; the method based on the logarithmic time-perception theory captures the essence of dynamic inconsistency, and it thus serves as the optimal approach to measure the degree of dynamic inconsistency.

**Key words:** dynamic inconsistency; intertemporal decision making; econophysics; logarithmic time-perception theory

经济物理学和行为金融学的相关研究发现人们在跨期决策时需要对远期报酬进行贴现<sup>[1-6]</sup>. 经典经济理论认为人们是理性决策者, 故其时间偏好不会变化, 即用指数函数的贴现模型描述贴现率. 然而, 众多实证研究发现人们的心理贴现率并非常数, 而是随时间按照一定规律变化, 即瞬时贴现率随时间递减<sup>[7-12]</sup>. 行为经济学研究将该现象视为预期效用理论的一种衍生理论, 称之为动态不一致性或时间不一致性.

为解决关于贴现函数的争论, 本文通过对本科生和 MBA 学生进行实验, 测算其对远期报酬的心

理贴现价值, 然后使用 AICc (Akaike information criterion with small sample correction) 作为拟合度指标分别测试指数函数、简单双曲线函数、拟双曲线函数以及  $q$  指数函数 4 种贴现函数模型, 从中找出最优模型. 在此基础上, 对两种测量动态不一致性程度的方法进行比较, 从中找出最优方法.

### 1 实验设置

#### 1.1 备选贴现函数

首先选择 4 种贴现函数作为备选.

收稿日期: 2014-03-28

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71171042); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(N140604007).

作者简介: 陆阳(1978-), 男, 辽宁沈阳人, 东北大学讲师, 博士; 庄新田(1956-), 男, 吉林四平人, 东北大学教授, 博士生导师.

1) 指数贴现函数. 经典经济学理论假定人们对于不同期限的时间偏好不变, 根据 Strotz<sup>[13]</sup>提出的观点, 若时间偏好在动态上具有一致性, 则只能使用指数贴现函数.

$$K(D) = A \exp(-r_e D). \quad (1)$$

其中:  $K(D)$  是人们对报酬的主观价值(贴现后价值);  $A$  为报酬的客观价值(原值);  $D$  为报酬给付的滞后天数;  $r_e$  为常数贴现因子:  $-(dK(D)/dD)/K(D) = r_e$ .

2) 简单双曲线贴现函数. 越来越多的研究验证了动态不一致性的存在, 其中一些使用简单双曲线描述该性质<sup>[7,9]</sup>.

$$K(D) = A/(1 + r_s D). \quad (2)$$

其中  $r_s$  是简单双曲线函数的贴现因子. 对于  $r_s > 0$ , 该贴现因子是  $D$  的减函数,  $-(dK(D)/dD)/K(D) = r_s/(1 + r_s D)$ .

3) 拟双曲线贴现函数. 拟双曲线函数是另外一种双曲线类的贴现函数. 近些年, 拟双曲线函数在金融物理学领域备受关注, 并被广泛应用于退休及投资决策问题. 人们发现其参数的连续变动可以引发消费或储蓄的跳跃变动<sup>[14-16]</sup>.

$$K(D) = A\beta\delta^D. \quad (3)$$

其中,  $\beta$  和  $\delta$  (值域均在  $[0, 1]$  间) 为参数. 最初两个阶段之间的贴现因子为  $\beta\delta$ , 其后所有两个相邻阶段之间的贴现因子均为  $\delta$ .

4)  $q$  指数贴现函数.  $q$  指数函数是非广延热力学中常用的一种变形代数, 最早由 Tsallis 提出, 因此也被称为 Tsallis 统计量<sup>[17]</sup>. Cajueiro 首次将  $q$  指数函数引入动态不一致性问题, 并定义  $q$  指数函数的倒数为  $q$  指数贴现函数<sup>[18]</sup>.

$$K(D) = A/[1 + (1 - q)r_q D]^{1/(1-q)}. \quad (4)$$

其中,  $r_q$  和  $q$  为该函数的参数. 易知, 当  $q \rightarrow 1$ ,  $q$  指数函数变为的指数函数; 当  $q \rightarrow 0$ , 变为简单双曲线函数<sup>[18-19]</sup>. 因此,  $q$  指数函数是指数函数和简单双曲线函数的一般形式.

## 1.2 实验设置

实验研究是行为金融学的主流研究方法, 本文借鉴 Takahashi<sup>[7-8]</sup>关于贴现函数测试的实验设置.

1) 实验对象. 实验对象为某“985”大学的本科生和 MBA 学生, 每组均为 26 人(男女各 13 人). 其中, MBA 学生平均年龄为 30.27 岁(标准差为 4.13 岁); 本科生平均年龄为 22.27 岁(标准差为 0.53 岁). Takahashi 的实验对象均为其所在学校的本科生, 数量与本文接近. 为在后文中对两种测量动态不一致性程度的方法进行比较, 本文分别对本科生和 MBA 学生进行实验.

2) 实验过程. 实验对象在一个安静房间内与实验老师面对面进行, 实验对象被告知将收到一定金额的报酬, 该报酬的使用途径由个人自主决定. 然后实验对象需要选择报酬支付的方式, 其左侧卡片上为即期支付(马上可以得到但金额较少), 其右侧为远期支付(金额固定为 1 万元人民币, 但是需等待一段时间). 共有 27 张不同金额的卡片和 8 张不同时间的卡片. 卡片金额为 10 000, 9 900, 9 600, 9 200, 8 500, 8 000, 7 500, 7 000, 6 500, 6 000, 5 500, 5 000, 4 500, 4 000, 3 500, 3 000, 2 500, 2 000, 1 500, 1 000, 800, 600, 400, 200, 100, 50 和 10 元. 卡片时间为 1 周, 2 周, 1 个月, 6 个月, 1 年, 5 年, 25 年和 30 年.

实验老师选择一个滞后时间, 然后向实验对象出示即期支付的金额卡片, 从 10 000 元开始, 每次出示一张, 降序出示直至 10 元. 每次翻卡, 实验对象需在即期支付和远期支付之间进行选择, 其首次选择远期支付时对应的即期支付金额被记录为其主观贴现价值, 即  $K(D)$ . 对每位实验对象, 随机按 8 个时滞分别进行实验.

## 2 最优贴现函数的选择

根据实验收集的原始数据, 首先按照 MBA 和本科生进行分类, 然后计算各组实验对象在各个滞后时间的心理贴现价值的均值, 最后使用该均值估计 4 种贴现函数的参数. 各贴现模型的参数值以及拟合度 AICc 见表 1, 表 2.  $AICc = \ln[(\text{残差平方和})/N] + (N + k)/(N - k - 2)$ , 其值越小拟合效果越好. 其中,  $N$  为样本数,  $k$  为模型中需要估计的参数数量. 由于 AICc 是参数

表 1 贴现模型函数的拟合度(AICc)  
Table 1 Fitness(AICc) of functions of the discount models

函数	$q$ 指数	指数	简单双曲线	拟双曲线
MBA	13.05	15.17	14.64	13.89
本科	12.56	15.06	14.35	13.85

注: 其中指数函数、简单双曲线函数和拟双曲线函数可以通过线形化处理, 通过回归估计其参数;  $q$  指数函数无法线形化, 故使用非线性估计方法, 本文使用 Matlab 非线性估计, 参数初始值设为  $[1, 1]$ .

表2 贴现模型参数的拟合度(AICc)  
Table 2 Fitness(AICc) of parameters of the discount models

参数	$q$ 指数		指数	简单双曲线	拟双曲线	
参数	$q$	$r_q$	$r_e$	$r_s$	$\beta$	$\delta$
MBA	-1.768 6	0.002 53	0.000 161	0.000 386	0.756 73	0.999 869
本科	-1.803 5	0.002 11	0.000 138	0.000 374	0.789 39	0.999 862

注:其中指数函数、简单双曲线函数和拟双曲线函数可以通过线形化处理,通过回归估计其参数; $q$ 指数函数无法线形化,故使用非线性估计方法,本文使用 Matlab 非线性估计,参数初始值设为[1, 1].

数量  $k$  的减函数,因此适用于本研究中对各贴现模型拟合度的比较( $q$ 指数函数和拟双曲线函数贴现模型不会因为参数多而取得天然优势).

图1为按照表2中4种函数的参数值测得的拟合曲线.图中的圆圈为实验收集的原始数据,4种线型曲线分别表示使用4种贴现函数的拟合曲线.易看出, $q$ 指数贴现函数的拟合曲线更贴近原始数据,表明其拟合度优于其他贴现函数,表1中AICc项也可验证该观点(无论MBA或本科生, $q$ 指数贴现函数所对应的AICc值均为最小).

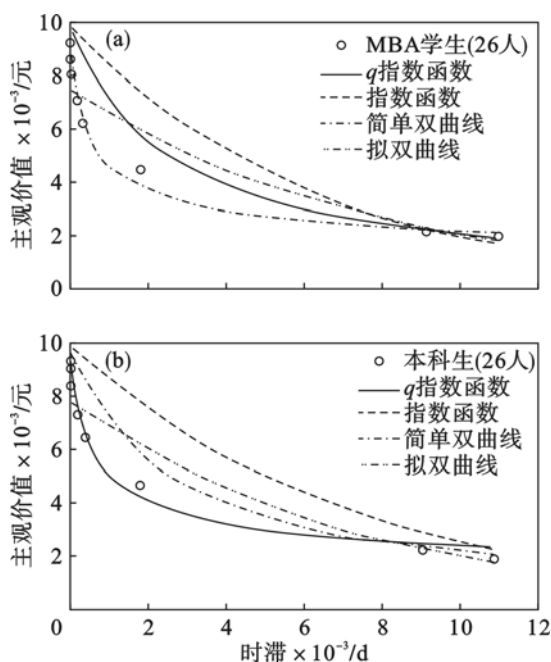


图1 MBA和本科生的拟合曲线  
Fig. 1 Fitted curves of MBA and undergraduates  
(a)—MBA; (b)—本科生.

### 3 对动态不一致性程度的分析

由于 $q$ 指数贴现函数为最优贴现函数,因此不考虑其他备选贴现函数,仅根据 $q$ 指数贴现函数分析实验对象的动态不一致性程度.根据 $q$ 指数贴现函数的定义(式(4))可得其瞬时贴现率

$r_q(1-q)D$ .图2为MBA和本科生的瞬时贴现率曲线,由于两条曲线非常接近且不相交,因此需要一种数量指标或测量方法对动态不一致性的程度进行比较和分析.

动态不一致性程度即瞬时贴现率的变化率, $1-q$ 是用来描述动态不一致性程度的常用指标<sup>[7-8,10]</sup>, $1-q$ 越大,动态不一致性程度越高.根据表1可得,本科生的动态不一致性程度更高.

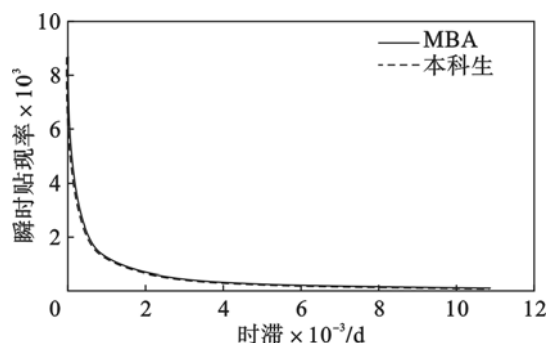


图2 MBA和本科生的瞬时贴现率曲线  
Fig. 2 Instantaneous discount rates of MBA and undergraduates

但也有学者认为 $1-q$ 仅是对动态不一致性程度的粗略估计,同时也无法反应任何经济含义.一些学者认为动态不一致性是由心理时间的变化规律所引发,因此可依照心理时间理论来推算人们对远期报酬的贴现率<sup>[20-21]</sup>.根据对数时间理论(Weber-Fechner law),心理时间 $\tau$ 可表示为

$$\tau(D) = a \ln(1 + bD). \quad (5)$$

Prelec<sup>[20]</sup>曾提出使用 $DI(D) = -\ln''(\theta)/\ln'(\theta)$ 作为测量动态不一致性程度的指标,其中 $\theta = K(D)/A$ .根据 $DR(D)$ 的定义可知, $DR(D) = -K'(D)/K(D) = -\theta'(D)/\theta(D)$ .因此有, $DI(D) = -DR'(D)/DR(D)$ .另外,根据 $DI(D)$ 的定义及式(5)可知:

$$DI(D) = -\tau''(D)/\tau'(D). \quad (6)$$

把式(5)代入式(6)可得:

$$DI(D) = b/(1 + bD). \quad (7)$$

若把 $q$ 指数函数代入 $DI(D) = -DR'(D)/DR(D)$ 可得,

$$DI(D) = r_q(1-q)/(1+r_q(1-q)D) \quad (8)$$

比较式(7)与式(8)可发现, $q$ 指数函数实际上隐含了对数时间理论,即当 $b = r_q(1-q)$ 时,式(7)等于式(8).式(8)为 $r_q(1-q)$ 的单调增函数,根据表1可知,MBA学生的动态不一致性程度高于本科生(MBA学生的 $r_q(1-q) = 0.007 >$ 本科生的 $r_q(1-q) = 0.0059$ ),注意到这一结论与使用 $1-q$ 作为度量指标的结论刚好相反.根据对数时间理论, $q$ 指数贴现函数的动态不一致性程度即等于其瞬时贴现率的变化率,而通过式(8)所得结论即表明MBA学生贴现率的下降速度快于本科生,故MBA学生的动态不一致性程度更高.与 $1-q$ 相比较,该解释更符合动态不一致性的定义,因此式(8)是测量动态不一致性程度的最优方法.

## 4 结 论

1)  $q$ 指数贴现函数是描述远期报酬贴现率的最佳贴现函数.

2) 基于对数时间理论的方法捕获了动态不一致性的本质,是测量动态不一致性程度的最优方法.即对于 $q$ 指数贴现函数, $r_q(1-q)$ 越高,动态不一致性程度越高.

### 参考文献:

- [1] Loewenstein G F, Prelec D. Anomalies in intertemporal choice: evidence and an interpretation [J]. *Quarterly Journal of Economics*, 1992, 57(1): 573-598.
- [2] Laibson D. Golden eggs and hyperbolic discounting [J]. *Quarterly Journal of Economics*, 1997, 62(1): 443-478.
- [3] Diamond P, Koszegi B. Quasi-hyperbolic discounting and retirement [J]. *Journal of Public Economics*, 2003, 87(9): 1839-1872.
- [4] Angeletos G, Laibson D, Repetto A, et al. The hyperbolic consumption model: calibration, simulation, and empirical evaluation [J]. *Journal of Economic Perspectives*, 2001, 15(3): 47-68.
- [5] Keller L R, Strazzera E. Examining predictive accuracy among discounting models [J]. *Journal of Risk and Uncertainty*, 2002, 24(2): 143-160.
- [6] Kirby K N, Marakovic N N. Modeling myopic decisions: evidence for hyperbolic delay-discounting within subjects and amounts [J]. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 1995, 64(1): 22-30.
- [7] Takahashi T, Oono H, Radford M H B. Psychophysics of time perception and intertemporal choice models [J]. *Physica A*, 2008, 387(1): 2066-2074.
- [8] Ruokang H, Takahashi T. Psychophysics of time perception and valuation in temporal discounting of gain and loss [J]. *Physica A*, 2012, 391(1): 6568-6576.
- [9] Gustman A L, Steinmeier T L. Policy effects in hyperbolic vs. exponential models of consumption and retirement [J]. *Journal of Public Economics*, 2012, 96(5/6): 465-473.
- [10] Takahashi T. A comparison of intertemporal choices for oneself versus someone else based on Tsallis' statistics [J]. *Physica A*, 2007, 385(2): 637-644.
- [11] Kapteyn A, Teppa F. Hypothetical intertemporal consumption choices [J]. *The Economic Journal*, 2003, 113(486): 140-152.
- [12] Rambaud S C, Torrecillas M J. A generalization of the  $q$ -exponential discounting function [J]. *Physica A*, 2013, 392(14): 3045-3050.
- [13] Strotz R H. Myopia and inconsistency in dynamic utility maximization [J]. *Review of Economic Studies*, 1955, 23(3): 165-180.
- [14] Benhabib J, Bisin A, Schotter A. Present-bias, quasi-hyperbolic discounting, and fixed costs [J]. *Games and Economic Behavior*, 2010, 69(2): 205-223.
- [15] Salois M J, Moss C B. A direct test of hyperbolic discounting using market asset data [J]. *Economics Letters*, 2011, 112(3): 290-292.
- [16] Wigniolle B. Savings behavior with imperfect capital markets: when hyperbolic discounting leads to discontinuous strategies [J]. *Economics Letters*, 2012, 116(2): 186-189.
- [17] Tsallis C. What are the numbers that experiments provide? [J]. *Qui'mica Nova*, 1994, 17(6): 468-471.
- [18] Cajueiro D O. A note on the relevance of the  $q$ -exponential function in the context of intertemporal choices [J]. *Physica A*, 2006, 364(1): 385-388.
- [19] Takahashi T. Theoretical frameworks for neuroeconomics of intertemporal choice [J]. *Journal of Neuroscience, Psychology, and Economics*, 2009, 2(1): 75-90.
- [20] Prelec D. Decreasing impatience: a criterion for non-stationary time preference and hyperbolic discounting [J]. *Scandinavian Journal of Economics*, 2004, 106(3): 511-532.
- [21] Destefano N, Martinez A S. The additive property of the inconsistency degree in intertemporal decision making through the generalization of psychophysical laws [J]. *Physica A*, 2011, 390(1): 1763-1772.