

基于解域综合理论的八杆机构综合方法

崔光珍, 韩建友, 杨 通

(北京科技大学 机械工程学院, 北京 100083)

摘 要: 根据解域综合理论给出了一种单自由度八杆机构的综合方法. 首先, 在对机构设计要求进行分析的基础上给定 4R 开链的 4 个位置. 然后, 为综合生成单自由度八杆机构在 4R 开链上添加 3 个 RR 杆, 同时根据添加 RR 杆时所得解曲线建立解域. 最后, 剔除解域中不满足设计要求的机构解, 形成最终的可行解域. 设计者可以直观准确地可行解域内选取可行机构, 这有效地解决了四位置综合机构选取的盲目性问题. 综合示例表明, 解域综合理论与方法为快速设计出满足要求的八杆机构提供了一个简单有效的途径.

关 键 词: 八杆机构; 四位置综合; 4R 开链; 解曲线; 解域

中图分类号: TH 112.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-3026(2015)07-1010-05

The Synthesis Method of Eight-Bar Linkage Based on Solution Region Synthesis Theory

CUI Guang-zhen, HAN Jian-you, YANG Tong

(School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China.
Corresponding author: HAN Jian-you, E-mail: jyhan@ustb.edu.cn)

Abstract: An approach to synthesize a 1-DOF eight-bar linkage was given based on solution region synthesis theory. Firstly, the 4-positions of a 4R open chain were found by analyzing the design requirements. Secondly, for synthesizing the eight-bar linkage, three RR links were added to the 4R open chain. Meanwhile, the solution region could be built by the solution curves, which were gotten when RR links were added. Finally, the feasible solution region was gotten by removing the linkages, which did not meet the design requirements. The designers could directly and accurately choose the linkage from the feasible solution region, and solved the problem of blind choice. The example shows that the solution region theory and method offers a simple and effective way for the rapid design of an eight-bar linkage with meeting the requirements.

Key words: eight-bar linkage; 4-positions synthesis; 4R open chain; solution curve; solution region

四杆和六杆机构已在军事、航空、工业生产和医疗中有着广泛的应用, 而今越来越多的学者关注于单自由度八杆机构的应用并在该领域取得不少成果^[1-2]. 八杆机构虽然有着较广的应用范围和较好的机械性能, 但是由于八杆机构的设计相对四杆和六杆机构较为困难, 从而导致八杆机构在实际应用中并不是十分广泛. 有关八杆机构位置综合设计的文献相对较少, 其中文献[3]给出了五位置八杆机构综合方法, 通过综合设计出单

自由度八杆多功能轮椅. 而本文将根据四杆和六杆的四位置解域综合理论^[4-7], 给出单自由度八杆机构的四位置综合设计方法, 该方法要求首先给定一个 4R 开链的 4 个位置, 而后添加 3 个 RR 杆综合生成单自由度八杆机构.

由于单自由度机构降低了机构驱动和控制系统的复杂程度以及制造成本, 并因只需一个驱动而减轻机械产品的质量. 所以本文最终利用文中提出的八杆机构四位置综合方法综合出一个单自

收稿日期: 2014-06-27

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51275034).

作者简介: 崔光珍(1988-), 女, 河南新乡人, 北京科技大学博士研究生; 韩建友(1956-), 男, 吉林洮南人, 北京科技大学教授, 博士生导师.

由度的机械手指来模拟人的掌骨、近节指骨、中节指骨和远节指骨在抓取东西时的运动. 本文采用的解域综合理论对其他机械产品的设计及多杆机构的综合利用有指导和借鉴意义.

1 添加 RR 杆

在分析机构设计要求后可以确定 4R 开链的 4 个位置. 例如, 为设计一个能够模拟人类手指抓取物品运动的机械手指, 在对机械手指设计要求分析后, 确定 4R 开链的 4 个位置. 其中 4R 开链的杆 a_0a, ab, bc 和 cp 依次代表人的掌骨、近节指骨、中节指骨和远节指骨, 而 4 个位置近似模仿人的手指抓取动作, 如图 1 所示. 为综合设计出一个单自由度八杆机构, 需依次添加 3 个 RR 杆在 4R 开链上, 其中添加的 3 个 RR 杆依次为 gd, he 和 b_0f , 如图 2 所示.

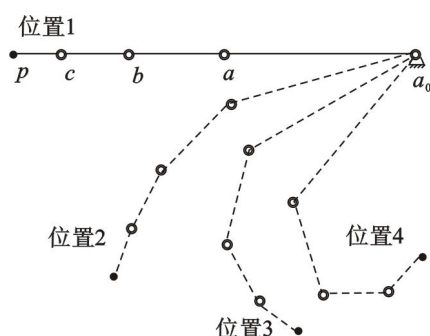


图 1 4R 开链示意图

Fig. 1 A diagram of a 4R open chain

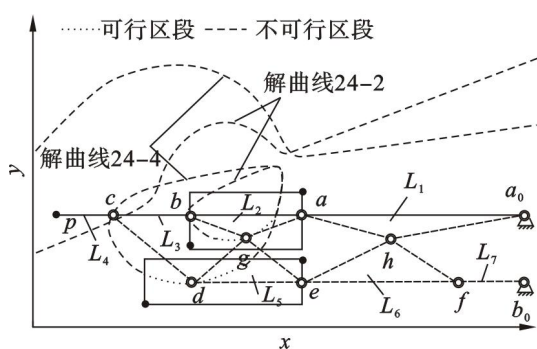


图 2 八杆机构和解曲线示意图

Fig. 2 An eight-bar linkage and solution curves

在添加杆 gd 时, 根据杆长不变条件, 可以得到下述约束方程^[7]:

$$[\mathbf{g}_i - \mathbf{d}_i]^T [\mathbf{g}_i - \mathbf{d}_i] = [\mathbf{g}_1 - \mathbf{d}_1]^T [\mathbf{g}_1 - \mathbf{d}_1] \quad (i=2,3,4) \quad (1)$$

其中 $\mathbf{g}_i = (x_{gi}, y_{gi})^T$ 和 $\mathbf{d}_i = (x_{di}, y_{di})^T$ 分别代表被求铰链点 g 和 d 在位置 $i (i=2,3,4)$ 的矢量坐标. 消去式(1)中 d 点坐标, 可以得到关于铰链点 g

的方程:

$$M_1(x_{g1}^3 + x_{g1}y_{g1}^2) + M_2(y_{g1}^3 + x_{g1}^2y_{g1}) + M_3x_{g1}^2 + M_4y_{g1}^2 + M_5x_{g1}y_{g1} + M_6x_{g1} + M_7y_{g1} + M_8 = 0 \quad (2)$$

或消去式(1)中 g 点坐标, 得到关于铰链点 d 的方程:

$$N_1(x_{d1}^3 + x_{d1}y_{d1}^2) + N_2(y_{d1}^3 + x_{d1}^2y_{d1}) + N_3x_{d1}^2 + N_4y_{d1}^2 + N_5x_{d1}y_{d1} + N_6x_{d1} + N_7y_{d1} + N_8 = 0 \quad (3)$$

具体的方程推导过程见文献[7], 本文限于篇幅不再赘述. 由于杆 gd 连接了构件 L_2 和 L_4 , 并且铰链点 g 在构件 L_2 上, 因此关于铰链点 g 的三次曲线称为解曲线 24-2. 同理把关于铰链点 d 的解曲线记作解曲线 24-4. 解曲线 24-2 和 24-4 上的点具有一一对应关系. 根据机构的设计要求可以确定铰链点 g 和 d 的选取范围, 如图 2 所示的实线框分别限定了铰链点 g 和 d 的选取范围. 根据铰链点的限定范围可以确定解曲线的可行区段, 可行区段是由可行点组成的曲线段. 如解曲线 24-2 上的一点 g' 在铰链点 g 选取范围之内, 且解曲线 24-4 上与 g' 对应的点 d' 也在铰链点 d 的选取范围之内, 则称点 $g'(d')$ 为可行点. 在得到解曲线 24-2 和 24-4 后相继添加杆 he 和 b_0f , 根据上述方法可以得到解曲线 15-1, 15-5, 06-0 和 06-6 (机架为 L_0). 其中为得到解曲线 15-1 和 15-5 需在解曲线 24-2 (24-4) 上选择一点确定杆 gd , 在解曲线 24-2 (24-4) 上选取不同的点则得到不同的解曲线 15-1 和 15-5, 即解曲线 15-1 和 15-5 依赖于 24-2 和 24-4. 同时, 解曲线 06-0 和 06-6 依赖于解曲线 15-1 和 15-5.

2 建立解域

2.1 解域构建步骤

首先根据铰链点的限定范围和对杆 gd 的其他设计要求, 在解曲线 24-2 上选择合适的一点, 确定杆 gd 的长度和位置. 接着, 为确定另外两杆的长度和位置, 建立一个表示无穷多解的平面解域, 在该解域中任选一点即可确定另外两杆. 为了建立平面解域, 首先需使解曲线可行区段的点集合向解域坐标轴的坐标值集合进行映射^[6], 其映射准则为①解曲线的方程形式如式(2)或式(3)所示, 令 x 以适当的步长在其铰链点限定范围内连续取值, 得到一系列关于 y 的三次方程; ②当关于 y 的三次方程只有 1 个实根时将该点归为区段 1; ③当三次方程存在 3 个实根, 且无重根时, 按求得的 y 值从小到大将这些点依次归为区段 1, 2, 3

(存在重根时,将重根算作一个解,依次归为区段 1 和 2)。然后再将可行区段中的区段 1,2 和 3 依次排列。

构建解域时需将解曲线 15-1 按上述方法进行映射,并将解曲线 15-1 的可行区段映射得到的集合作为 x 轴,选择 x 轴上不同的 x 坐标值(即解曲线 15-1 可行区段上的点)则得到不同的解曲线 06-0,而后将解曲线 06-0 按上述方法映射所得到的集合作为所选 x 坐标值所对应的 y 直线。由于解曲线 15-1 可行区段内的每一点所对应的解曲线 06-0 不同,故 06-0 可行段所包含的元素个数不同,进而导致解域的一个边界呈曲线状。其中坐标轴 x 表示杆 he (即铰链点 h 的 x 坐标值),而 y 轴表示杆 b_0f (即铰链点 b_0 的 x 坐标值)。

2.2 建立可行解域

根据上节可知解域是由满足给定 4 个位置要求的机构所形成的一个集合,但是解域中的部分机构因存在回路或分支缺陷而不能连续运动通过给定的 4 个位置。回路缺陷是指机构在通过给定 4 个位置过程中出现不得不拆开进行重新装配的情况。分支缺陷是指机构在通过给定 4 个位置过程中出现死点(奇异位形)的情况。其中分支缺陷虽然不是机构运动的致命缺陷,但当机构运动到死点位置附近时机构的运动性能会很差,且机械效率几乎为零,所以本文将解域中存在分支缺陷的机构视为不可行机构解。确定机构的缺陷判断方法,剔除解域中存在回路和分支缺陷的机构是构建可行解域的关键步骤之一。

多杆机构运动缺陷判断相对四杆机构的运动缺陷判断的研究还不够完善。通过对文献[6-9]所提出的一些多杆机构运动缺陷判断方法的研究,给出对如图3所示类型的八杆机构四位置运

动缺陷的判断方法。具体判断步骤如下:

1) 对基础四杆环路进行运动缺陷判断。因为图3所示八杆机构可以看作由 1 个四杆机构 a_0hfb_0 和 2 个二级杆组 age 和 bcd 组成,所以首先应保证基础四杆机构 a_0hfb_0 在通过给定 4 个位置时不存在运动缺陷。具体的判断方法如下:①求出位置 1 时的四杆机构所在回路的运动范围;②判断 4 个位置的 $\vec{fh} \times \vec{fb}_0$ 符号是否同号,如果同号则无运动缺陷,反之存在运动缺陷。

2) 对二级杆组进行运动缺陷判断。判断在给定 4 个位置的 $\vec{ga} \times \vec{ge}$ 和 $\vec{cb} \times \vec{cd}$ 的符号是否分别保持同号,不同号则存在运动缺陷,同号则无运动缺陷。通常可以通过列环路方程,而后根据 Jacobian 矩阵行列式值的符号来进行该步的缺陷判断,但是由于该八杆机构由二级杆组组成,故可以简化为通过叉积的符号来进行缺陷判断。

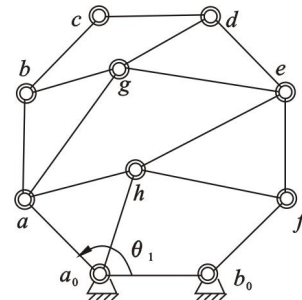


图3 八杆机构示意图

Fig. 3 A diagram of an eight-bar linkage

3 机械手指综合示例

设计一个单自由度的八杆机械手指,根据人手指抓取物品的运动过程及手指结构,首先确定 4R 开链的 4 个位置,如图 1 所示,其铰链点坐标见表 1。而后确定限定铰链点 g, d, h, e, b_0, f 的铰链点选取范围,见表 2。

表 1 4R 开链在 4 个位置的参数
Table 1 Parameters of 4R open chain for 4-positions

位置	a_0	a	b	c	p
1	(0.0,0.0)	(-100.0,0.0)	(-150.0,0.0)	(-185.0,0.0)	(-210.0,0.0)
2	(0.0,0.0)	(-96.59,-25.88)	(-132.47,-60.71)	(-148.75,-91.69)	(-158.36,-114.77)
3	(0.0,0.0)	(-86.60,-50.0)	(-99.74,-98.24)	(-81.62,-128.19)	(-62.42,-144.20)
4	(0.0,0.0)	(-64.28,-76.60)	(-50.44,-124.65)	(-15.46,-123.50)	(1.78,-105.39)

表 2 各铰链点选取范围
Table 2 The range of each joint

g	d	h	e	b_0	f
(-140,-15)	(-200,-10)	(-90,-15)	(-140,-15)	(-30,-20)	(-100,-20)
(-100,10)	(-150,10)	(0,10)	(-100,10)	(30,20)	(0,20)

根据前文介绍的 RR 杆的添加方法及给定参数, 首先综合杆 gd , 得到解曲线 24-2 和 24-4, 如图 4 所示. 由解曲线 24-2 的可行区段可以得到杆 gd 的杆长随解曲线 24-2 的可行区段 x 坐标值的变化图, 如图 5 所示. 根据设计要求, gd 杆的长度为 50 mm 左右, 故在图 5 上选择一点 $A(-125, 47)$, 即 gd 杆的杆长为 47 mm, 对应铰链点 g 的 x 坐标值为 -125. 而铰链点 g 在解曲线 24-2 上的具体位置为图 4 上的 A 点.

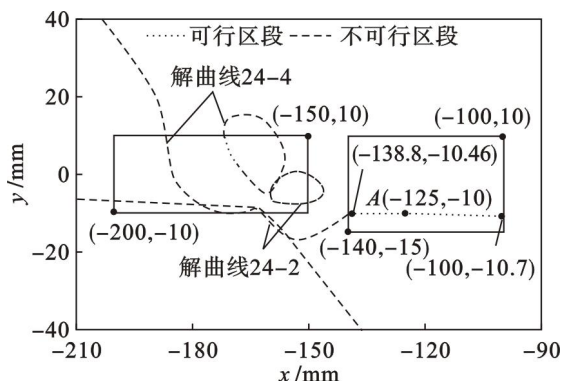


图 4 解曲线 24-2 和 24-4
Fig. 4 Solution curves 24-2 and 24-4

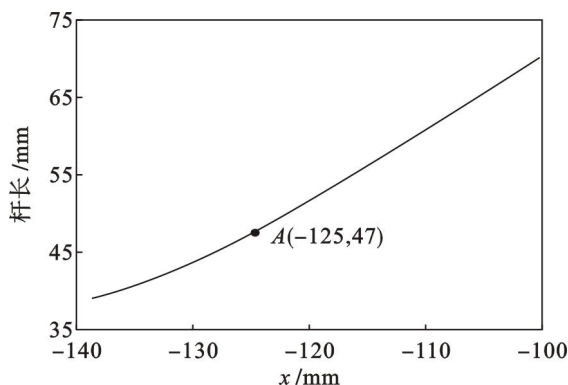


图 5 杆长曲线
Fig. 5 The link length curve

确定杆 gd 后再综合杆 he , 得到解曲线 15-1 和 15-5, 如图 6 所示. 选择解曲线可行区段内不同的点, 综合杆 b_0f 时可以得到不同的解曲线 06-0 和 06-6. 根据前文介绍的解域构建方法, 可以得到确定杆 gd 后的解域, 如图 7 所示. 在得到解域后剔除解域中存在运动缺陷的机构, 再根据其他附加条件如杆长比 (本文 $l_{\min}/l_{\max} \geq 0.08$) 等, 得到新的可行解域, 如图 8 所示. 在可行解域中任意选择一点 K , 通过 K 点确定杆 he 和杆 b_0f , 结合之前已经确定的杆 gd , 便可得到一个单自由度机械手指. 由于选择解曲线 15-1 上不同的点, 得到不同的解曲线 06-0, 且图 7 和图 8 中解域的 x 轴是由图 6 所示解曲线 15-1 的唯一一段可行区段映射而得. 所以得出该解域具有以下 3 个

特点: ①不同的 x 坐标值所对应的 y 直线是由不同的解曲线映射得到; ②所有的 y 直线长度不尽相等; ③ y 直线的起始与终止点也不尽相同. 因为解域具有以上特点, 所以不便标出解域中 y 轴坐标, 而图 8 中仅标注出 $x_K = -60$ 所对应的 y 直线坐标. 图 8 中 $x_K = -60$ 所对应的直线是由图 9 中的解曲线 06-0 映射得到, 其中 q_{1x} 所代表的数值为图 9 中 q_1 的 x 坐标. 具体映射过程为: 根据解曲线 (铰链点 b_0) 选取范围, 令 x_{b_0} 以步长 0.2 从 -30 连续变化到 30, 如果三次方程有 1 个根 (即 1 个 x_{b_0} 对应 1 个 y_{b_0}), 且点 (x_{b_0}, y_{b_0}) 为可行点, 则将该点归为区段 1, 如图 9 中的 $[q_1, q_2]$ 段即为区段 1 的一部分. 如果三次方程有 2 个实根, 且 x_{b_0} 与 2 个 y_{b_0} 组成的点都为可行点, 则根据 y_{b_0} 大小依次将这两点归为区段 1 和区段 2, 如图中的 $[r_1, r_2]$ 和 $[t_1, t_2]$ 分别归为区段 1 和区段 2. 依照映射准则解曲线可行区段的区段 1 由 $[q_1, q_2], [r_1, r_2], [s_1, s_2]$ 组成, 区段 2 由 $[t_1, t_2], [u_1, u_2], [v_1, v_2]$ 组成. 最后将区段 1 和 2 依次排列, 取其 x 坐标值得出 $x_K = -60$ 的 y 直线. 图 10 则表示通过综合在可行解域中选择一点 K 所得机械手指

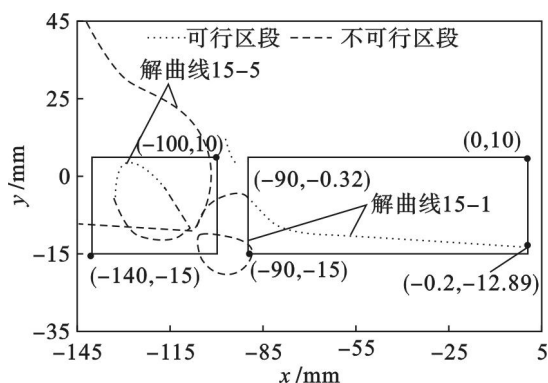


图 6 解曲线 15-1 和 15-5
Fig. 6 Solution curves 15-1 and 15-5

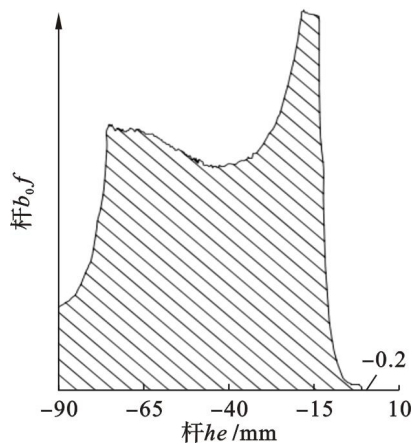


图 7 解域
Fig. 7 Solution region

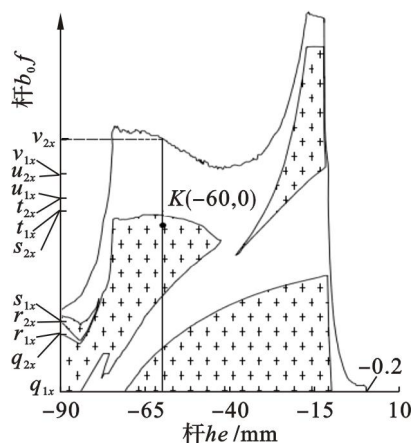


图 8 可行解域

Fig. 8 Feasible solution region

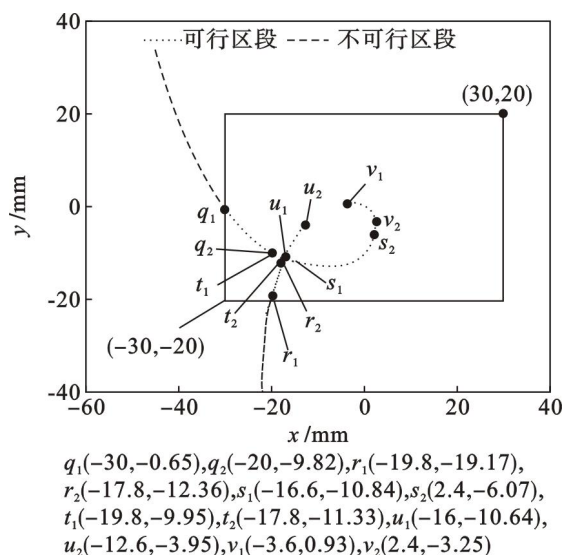


图 9 解曲线 06-0

Fig. 9 Solution curves 06-0

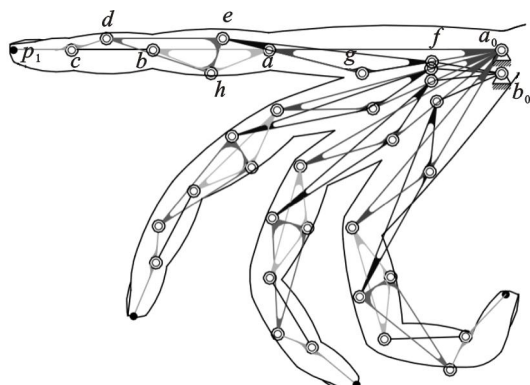


图 10 机构 AK

Fig. 10 Mechanism AK

在给定 4R 开链所在 4 个位置的装配构型. 当然, 通过本文的四位置综合方法得到的机械手指只是满足了一些初步的设计要求, 若希望该机械手指真正得到实际应用, 还有待进一步研究.

4 结 论

1) 由综合示例可以看出, 通过解域综合得到机械手指能较好地模拟人类手指的抓取功能, 进而验证了解域综合理论与方法的可行性和正确性.

2) 利用解域综合理论与方法可以将满足设计要求的机构直观地呈现在设计者面前, 便于设计者选择, 从而有效地降低了八杆机构的设计难度, 并缩短了八杆机构机械产品的设计周期.

3) 解域综合理论为八杆机构在实际中得到更广泛的应用奠定了基础.

参考文献:

- [1] Gu Y, Weng X H, Yang R Q, et al. Kinematic design of a radius-variable gripper with 1-DOF used in high-voltage hot-line cleaning robot [J]. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2008, 5(1): 107-114.
- [2] Wollbrecht E T, Reinkensmeyer D J, Perez-Gracia A, et al. Single degree-of-freedom exoskeleton mechanism design for finger rehabilitation [C]//2011 IEEE International Conference on Rehabilitation Robotics. New York: IEEE, 2011: 1-6.
- [3] Soh G S, Ying F T. Dimensional synthesis of planar eight-bar linkages based on a parallel robot with a prismatic base joint [C]//ASME 2013 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference. New York: ASME, 2013: 1-8.
- [4] Han J Y, Qian W X. On the solution of region-based planar four-bar motion generation [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2009, 44(2): 457-465.
- [5] Yang T, Han J Y, Yin L R. A unified synthesis method based on solution regions for four finitely separated and mixed point-order positions [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2011, 46(11): 1719-1731.
- [6] 韩建友, 崔光珍, 杨通. 六杆机构四位置运动生成的解域综合理论与方法 [J]. *北京航空航天大学学报*, 2014, 40(9): 1170-1175.
(Han Jian-you, Cui Guang-zhen, Yang Tong. The solution region synthesis theory and method of six-bar linkages with 4-position motion generation [J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2014, 40(9): 1170-1175.)
- [7] 杨通, 韩建友, 崔光珍, 等. 给定两连杆运动面的 Watt-I 六杆机构空间解域综合方法 [J]. *农业机械学报*, 2014, 45(10): 307-312.
(Yang Tong, Han Jian-you, Cui Guang-zhen, et al. Synthesis of Watt-I six-bar linkages based on spatial solution region for given two coupler planes [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2014, 45(10): 307-312.)
- [8] Tsai C C, Wang L C T. Branch identification and motion analysis of Stephenson type six-bar linkage [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2007, 221(5): 589-604.
- [9] Ting K L, Xue C Y, Wang J, et al. Stretch rotation and complete mobility identification of Watt six-bar chains [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2009, 44(10): 1877-1886.