

## 基于组合导航与 EKPF 飞行器的 地形边界与面积估计

史添玮, 王 宏, 孙明星

(东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819)

**摘 要:** 提出了一种使用四旋翼飞行器作为测量平台的地形边界与面积估计算法. 该算法采用紧耦合闭环组合导航系统(捷联惯性导航系统与全球卫星定位系统)获取待测地形边界点的定位数据, 分别使用 Pauta 准则与扩展卡尔曼粒子滤波方法剔除异常数据与处理定位数据. 算法在得到的最终定位数据的基础上, 估算待测地形与面积. 飞行器使用前视和下视摄像头确定飞行方向和选择边界点. 使用该算法可以实现不规则的凸多边形、凹多边形和弧段等地形的精确估计, 估计误差可以在  $\pm 1.2\%$  以内. 实际飞行实验结果验证了该算法的可行性和准确性.

**关 键 词:** 四旋翼飞行器; 组合导航; 边界与面积估计; Pauta 准则; 扩展卡尔曼粒子滤波

中图分类号: V 279; TP 274

文献标志码: A

文章编号: 1005-3026(2015)08-1069-05

## Estimation of Boundary and Area Using Aircraft with Integrated Navigation and EKPF

SHI Tian-wei, WANG Hong, SUN Ming-xing

(School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China.  
Corresponding author: WANG Hong, professor, E-mail: hongwang@mail.neu.edu.cn)

**Abstract:** An algorithm was proposed to estimate the boundary and area of terrains with the quadrotor aircraft as the measuring instrument. The tightly coupled closed-loop integrated navigation system (strap-down inertial navigation system and global positioning system) was used to collect the positioning data. The Pauta criterion and EKPF (extended Kalman particle filter) were used to exclude the anomalous positioning data and dispose the remaining positioning data respectively. The boundary and area were estimated using the proposed algorithm based on the final positioning data. The front facing and bottom facing cameras of the aircraft were used to determine the flight direction and select the boundary points. This algorithm could be used to estimate irregular convex polygons, concave polygons and segmental arcs. The estimation error was limited within  $\pm 1.2\%$ . The actual flight test results indicated the feasibility and accuracy of the proposed algorithm.

**Key words:** quadrotor aircraft; integrated navigation; boundary and area estimation; Pauta criterion; extended Kalman particle filter

随着技术的不断发展,多旋翼飞行器成为诸多应用领域的理想解决方案,如:交通监控、搜索及救援、航空测绘等.实现多旋翼飞行器的稳定控制,需要实时获取其位置及姿态数据.它们可以通过不同的方式获取,如捷联惯性导航系统(SINS)与全球卫星定位系统(GPS).现代微机电系统

(MEMS)技术可以提供适合飞行器使用的惯性测量单元(IMU)<sup>[1]</sup>与GPS模块等.

SINS具有较强的自主性和全面的信息,但定位误差随时间而积累,因此很难独立完成高精度和长航时任务. GPS可以在全球范围内、各种天气条件下,实现高精度三维定位和速度测量,并且

收稿日期: 2014-04-30

基金项目: 辽宁省高校创新团队项目(LT2014006); 国家自然科学基金资助项目(51405073,61071057).

作者简介: 史添玮(1982-),男,辽宁鞍山人,东北大学博士研究生; 王宏(1960-),女,辽宁沈阳人,东北大学教授,博士生导师.

其位置误差不随时间而积累;但是, GPS 卫星不完全覆盖地球,特别是在中纬度的所谓“间隙区域”处. SINS 和 GPS 具有互补性,并且两种系统的协同应用已被广泛研究<sup>[2-7]</sup>. 应用低成本的 SINS/GPS 组合导航,定位精度可以达到米级.

为提高组合导航系统的定位精度,常采用不同的滤波方法处理定位数据. 无味滤波(UKF)具有较高的精度,但计算复杂<sup>[8]</sup>;粒子滤波(PF)选择先验概率密度函数作为重要密度函数,但其没有考虑当前测量值,并且样本的重要性概率密度和真实的后验概率密度有很大不同<sup>[9-10]</sup>;扩展卡尔曼滤波(EKF)是一种次优滤波,其与最新的测量值相结合,通过连续的高斯估计更新后验分布,实现递归估计.

目前获取地形边界与面积的常用方法有:采用卫星或飞机远程拍摄高分辨率图像;使用 Google Earth 或 Google Map 等软件;使用设备实地测量等. 这些方法成本高,估计精度低,效率低. 本文提出一种以四旋翼飞行器作为测量平台,实时且低成本的不规则地形边界与面积估计算法. 使用飞行器的前视和下视摄像头确定飞行方向和选择边界点;采用 SINS/GPS 组合导航系统获取地形边界点的定位数据;应用 Pauta 准则剔除异常定位数据;使用扩展卡尔曼粒子滤波(EKPF)方法提高定位数据精度,并将估计后的定位数据作为边界点的最终位置,其结合了 EKF 与 PF 的优点. 经过滤波处理后,定位精度可达亚米级. 实际飞行试验结果验证了该算法的可行性和准确性,估计误差小于  $\pm 1.2\%$ . 与类似方法相比<sup>[11]</sup>,该算法精度提高  $0.8\% \sim 3.4\%$ .

## 1 定位数据处理方法

为得到更精确的初始边界点定位数据,本文算法采用 SINS/GPS 紧耦合的组合导航方式. 为确保导航系统的可靠性, GPS 模块至少要同步观测到四颗卫星,飞行器在边界点悬停并获取该点的定位数据,算法分别使用 Pauta 准则与 EKPF 方法剔除异常定位数据和进一步优化、估计该点的最终位置. 算法按照上述过程依次获取全部边界点的定位数据,并依据边界点的最终位置自动估计地形的边界与面积. 算法执行过程中,飞行器通过机身自带的前视与下视摄像机确定飞行方向与选择边界点. 图 1 为简化的系统结构.

### 1.1 基于 Pauta 准则剔除异常定位数据

Pauta 准则( $3\sigma$  准则)是常用的简单、有效的

粗大误差判别准则. 其假设待检测数据中只含有随机误差,据此计算得到标准偏差;按一定概率确定一个区间,超过这个区间的误差为粗大误差.

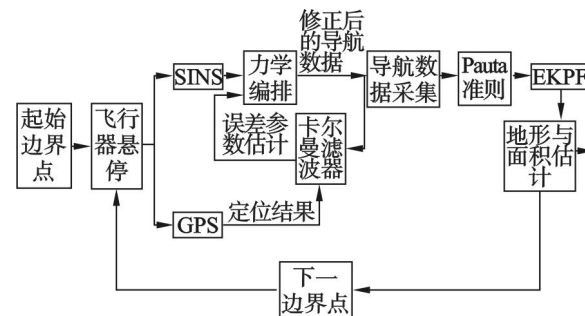


图 1 简化的系统结构

Fig. 1 Simplified structure of system

差并予以剔除. 通常,在飞行器悬停获取定位数据时,由于飞行器悬停稳定性及其他因素的影响,定位数据中可能会存在异常数据,因此在使用 EKPF 前,本算法使用 Pauta 准则剔除异常定位数据. 假设采集到的定位数据为独立样本数据  $X_i (i=1, 2, \dots, n)$ . 定义样本的算数平均值为  $\bar{x}$ , 残差为  $E_i = X_i - \bar{x}$ , 样本的标准偏差为  $S$ . 如果样本中数据  $X_i$  的残差满足:

$$|E_i| = 3S = 3 \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^2}, \quad (1)$$

则算法认定该样本为异常数据并剔除. 剔除异常数据后,算法需要重新计算剩余数据的算数平均值、残差与标准偏差,导致算法的计算量较大,因此需要优化. 选择最接近算数平均值的一个原始样本数据为常数  $a_0$ , 将每个样本点改写为  $X_i = a_0 + y_i$ .  $y_i$  为每个样本点数据与常数  $a_0$  的差值,则样本的算数平均值改写为

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i + a_0) = a_0 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i. \quad (2)$$

将式(2)代入贝塞尔公式得到优化后的标准偏差:

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left[ \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n y_i \right)^2 \right]}. \quad (3)$$

### 1.2 利用 EKPF 提高定位精度

剔除异常定位数据后,使用 EKPF 方法进一步提高定位精度. 定义 EKPF 的重要概率密度函数为

$$q(\mathbf{X}_k^i | \mathbf{X}_{k-1}^i, \mathbf{Z}_k) = N(\hat{\mathbf{X}}_k^i, \hat{\mathbf{P}}_k^i). \quad (4)$$

式中:  $\hat{\mathbf{X}}_k^i$  是时间  $k$  处的状态估计;  $\hat{\mathbf{P}}_k^i$  是时间  $k$  处的方差估计;  $\mathbf{Z}_k$  为时间  $k$  处的量测值. 与粒子滤波

相比, EKPF 可以得到较好的重要性密度函数, 并将先验分布向高可能性的区域移动. 对于具有高斯白噪声和量测噪声的弱非线性系统, EKPF 克服了现有的经典粒子滤波的问题.

定义 EKPF 的系统状态方程为

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{F}(t)\mathbf{X}(t) + \mathbf{G}(t)\mathbf{W}(t) = \mathbf{f}[\mathbf{X}(t), t] + \mathbf{G}(t)\mathbf{W}(t). \quad (5)$$

式中:  $\mathbf{X}(t)$  为  $6 \times 1$  的系统状态向量;  $\mathbf{W}(t)$  为系统噪声向量;  $\mathbf{F}(t)$  为系统动态矩阵;  $\mathbf{G}(t)$  为系统噪声矩阵. 将剔除异常定位数据后的飞行器位置和速度定位数据作为 EKPF 的输入状态变量:  $\mathbf{X}(t) = [x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]^T$ . 式中  $x, y, z$  为经、纬度与高度数据;  $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$  为经、纬度与高度方向的速度分量.

定义 EKPF 的系统量测方程为

$$\mathbf{Z}(t) = \mathbf{H}(t)\mathbf{X}(t) + \mathbf{v}(t) = h[\mathbf{X}(t), t] + \mathbf{v}(t). \quad (6)$$

式中:  $\mathbf{Z}(t)$  为观测向量;  $\mathbf{H}(t)$  为量测矩阵;  $\mathbf{v}(t)$  为观测噪声. 离散化以后的 EKPF 状态与量测方程为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{X}_k &= \mathbf{f}[\mathbf{X}_{k-1}, k-1] + \mathbf{F}_{k-1}\mathbf{W}_{k-1} = \\ &\quad \phi_{k,k-1}\mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{F}_{k-1}\mathbf{W}_{k-1}, \\ \mathbf{Z}_k &= h[\mathbf{X}_k, k] + \mathbf{V}_k = \mathbf{H}_k\mathbf{X}_k + \mathbf{V}_k. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中:  $\phi_{k,k-1}$  为状态转移矩阵;  $\mathbf{F}_{k-1}$  为噪声驱动矩阵;  $\mathbf{W}_{k-1}$  为系统噪声, 其相应的协方差矩阵为  $\mathbf{Q}_{k-1}$ ;  $\mathbf{V}_k$  为观测噪声, 其相应的协方差矩阵为  $\mathbf{R}_k$ . 观测值中只获取位置信息, 因此,  $\mathbf{H}_k = [\mathbf{I}_{3 \times 3}, \mathbf{O}_{3 \times 3}]^T$ ,  $\mathbf{I}$  为单位矩阵,  $\mathbf{O}$  为零矩阵. EKPF 的输出即为滤波优化后的定位数据.

EKPF 算法流程如下.

①初始化: 对先验概率采样并生成粒子  $\mathbf{X}_0^i (i=1, \dots, N)$ . 所有粒子都服从先验概率分布  $p(\mathbf{X}_0)$ , 即  $\mathbf{X}_0^i \sim p(\mathbf{X}_0)$ . 设置粒子的权重为  $\omega_0^i = 1/N$  且  $\hat{\mathbf{P}}_0^i = \text{var}(\mathbf{X}_0)$ .

②使用 EKF 更新粒子: 离散的非线性 EKF 方程为式(8), 其中  $T$  为采样周期.

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}_{k,k-1} &= \hat{\mathbf{X}}_{k-1} + \{f[\hat{\mathbf{X}}_{k-1}, t_{k-1}]\}T, \\ \hat{\mathbf{X}}_k &= \hat{\mathbf{X}}_{k,k-1} + \mathbf{K}_k\{\mathbf{Z}_k - h[\hat{\mathbf{X}}_{k,k-1}, k]\}, \\ \mathbf{K}_k &= \mathbf{P}_{k,k-1}\mathbf{H}_k^T[\mathbf{H}_k\mathbf{P}_{k,k-1}\mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k]^{-1}, \\ \mathbf{P}_{k,k-1} &= \phi_{k,k-1}\mathbf{P}_{k-1}\phi_{k,k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1}, \\ \mathbf{P}_k &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_k)\mathbf{P}_{k,k-1}(\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_k)^T + \mathbf{K}_k\mathbf{R}_k\mathbf{K}_k^T. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

③生成新粒子:  $\mathbf{X}_k^i \sim q(\mathbf{X}_k^i | \mathbf{X}_{k-1}^i, \mathbf{Z}_k) = N(\hat{\mathbf{X}}_k^i, \mathbf{P}_k^i)$ .

④计算新粒子权重:

$$\omega_k^i = \omega_{k-1}^i \frac{p(\mathbf{Z}_k | \mathbf{X}_k^i)p(\mathbf{X}_k^i | \mathbf{X}_{k-1}^i)}{q(\mathbf{X}_k^i | \mathbf{X}_{k-1}^i, \mathbf{Z}_k)}.$$

⑤归一化权重:  $\tilde{\omega}_k^i = \omega_k^i (\sum_{j=1}^N \omega_k^j)^{-1}$ .

⑥状态估计:  $\hat{\mathbf{X}}_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tilde{\omega}_k^i \mathbf{X}_k^i$ .

## 2 估计算法分析

在高斯平面坐标系中, 算法定义所有边界点的位置数据格式为  $\text{pd}_i = (x_i, y_i, \text{yaw}_i, \text{mark}_i)$ ,  $i=0, 1, \dots, N$ .  $x_i$  与  $y_i$  分别为高斯平面坐标系中的位置;  $\text{yaw}_i$  为飞行器由边界点  $i$  到  $i+1$  的偏航角;  $\text{mark}_i$  为边界点  $i$  的凹、凸点标记. 图 2 为估计算法的流程图.

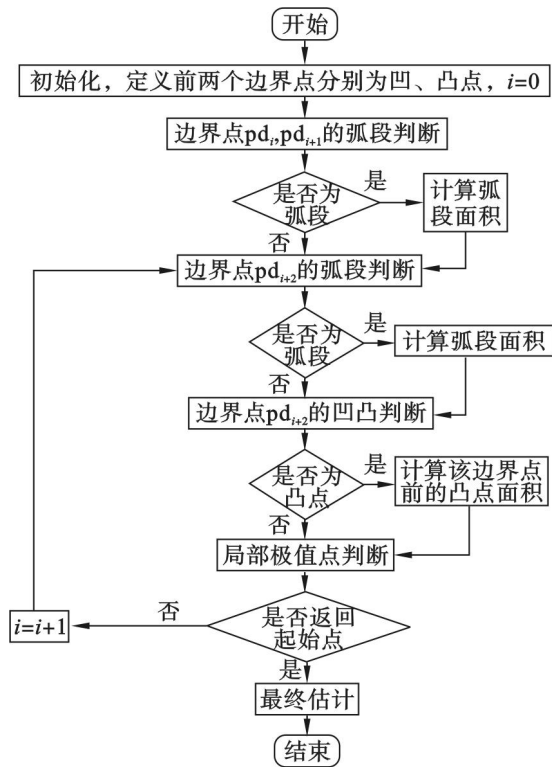


图 2 估计算法流程图

Fig. 2 Flow chart of estimation algorithm

本文提出的边界与面积估计算法主要流程为: 弧段起始点与结束点判断; 待估计地形的凹凸点判断; 局部极值点判断; 最终面积估计过程中的二次凹凸点判断. 由于边界点分为顺时针选择与逆时针选择两种, 因此, 在弧段判断及最终面积估计的过程中, 分别引入了各自的判断规则. 图 3 与图 4 分别为简化的算法演示图.

## 3 实验过程及结果

### 3.1 实验过程

本文通过实际的飞行测试, 验证了 EKPF 方



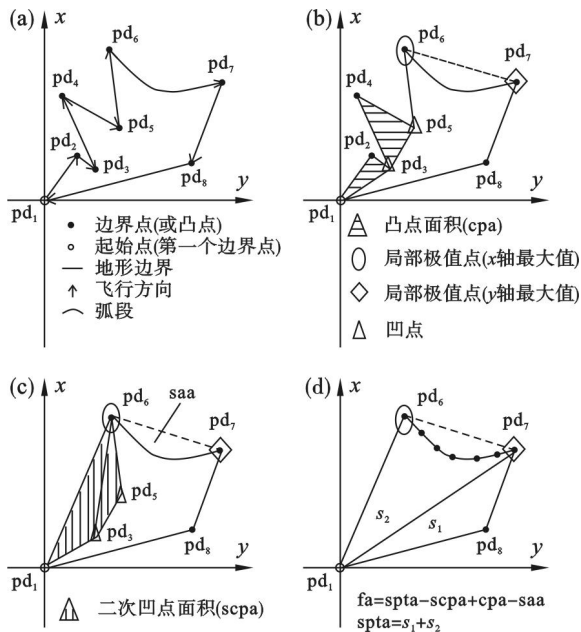


图 3 简化的顺时针估计演示

Fig. 3 Simplified demo of clockwise estimation

(a)—待估计地形; (b)—凹凸点判断后;  
(c)—预估计地形; (d)—二次预估计地形 (spta).

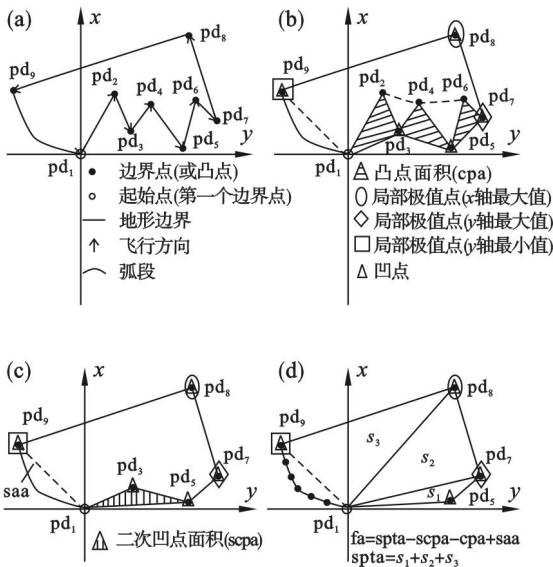


图 4 简化的逆时针估计演示

Fig. 4 Simplified demo of counterclockwise estimation

(a)—待估计地形; (b)—凹凸点判断后;  
(c)—预估计地形; (d)—二次预估计地形 (spta).

法的有效性, 及地形边界与面积估计算法的准确性. 表 1 为待估计地形边界点的位置数据 (源自 Google Earth). 测试当天南风, 风速  $0.8 \sim 3.6 \text{ m/s}$ , 待估计地形周围无任何障碍物; 飞行器飞行高度  $3 \text{ m}$ , 速度  $2 \sim 4 \text{ m/s}$ ; 飞行器在每个边界点悬停  $1 \text{ min}$ , 获取 240 个定位数据; EKPF 采样周期  $T = 250 \text{ ms}$ ; 考虑算法精度、速度与方便实际应用, 选择粒子数  $N = 500$ ,

$$Q_{k-1} = \begin{bmatrix} 0.0002 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0002 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0002 \end{bmatrix},$$

$$R_k = \begin{bmatrix} 0.0009 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0008 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0003 \end{bmatrix},$$

$$\phi_{k,k-1} = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} \\ O_{3 \times 3} & T \cdot I_{3 \times 3} \end{bmatrix}, F_{k-1} = \begin{bmatrix} T \cdot I_{3 \times 3} \\ \frac{T^2}{2} \cdot I_{3 \times 3} \end{bmatrix}.$$

表 1 边界点位置数据

Table 1 Positioning data of boundary points

边界点	纬度	经度
$pd_1$	$41^\circ 16' 00.09''$	$123^\circ 02' 44.18''$
$pd_2$	$41^\circ 16' 03.85''$	$123^\circ 02' 46.90''$
$pd_3$	$41^\circ 16' 04.50''$	$123^\circ 02' 42.47''$
$pd_4$	$41^\circ 16' 06.73''$	$123^\circ 02' 42.49''$
$pd_5$	$41^\circ 16' 02.38''$	$123^\circ 02' 35.94''$
$pd_6$	$41^\circ 15' 59.22''$	$123^\circ 02' 33.62''$
$pd_7$	$41^\circ 15' 56.78''$	$123^\circ 02' 38.42''$
弧段起点	$41^\circ 15' 59.22''$	$123^\circ 02' 33.62''$
弧段终点	$41^\circ 15' 56.78''$	$123^\circ 02' 38.42''$

### 3.2 EKPF 滤波后定位精度测试

图 5 给出了 EKPF 方法滤波前后经、纬度定位数据的对比. 由于不知道当前边界点的实际精确位置, 因此, 将定位数据的经、纬度平均值作为该点的参考位置. 图中实线为滤波前的定位数据相对于参考位置的绝对误差; 虚线为使用 EKPF 优化后的各点绝对误差. 经过 EKPF 方法后, 修正的绝对误差显著减小, 定位精度达到亚米级.

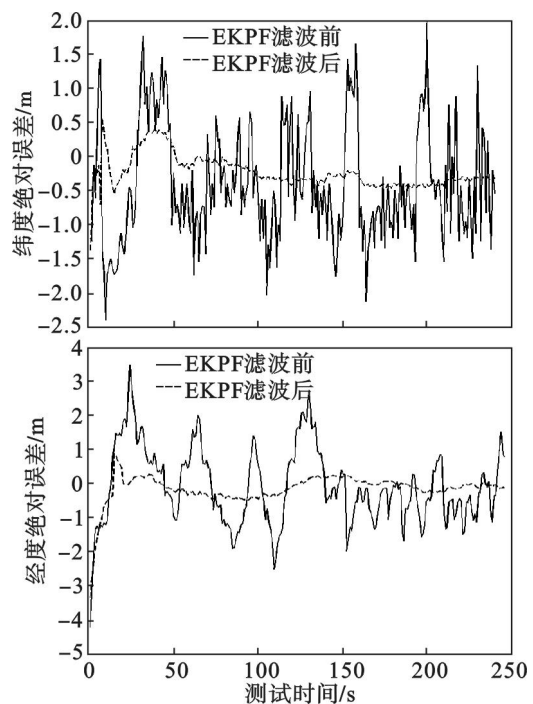


图 5 EKPF 滤波前后定位对比

Fig. 5 Positioning before and after EKPF filtering

### 3.3 地形边界与面积估计算法精度测试

算法采用航线法获取最终的地形边界估计与面积估计. 图6与图7分别给出了实际飞行测试的结果. 经过实地测量, 待估计地形的实际面积为  $34\,845.471\,3\text{ m}^2$ , 算法经过计算后得出的结果是  $35\,227.970\,0\text{ m}^2$ , 误差为  $+1.097\,7\%$ .

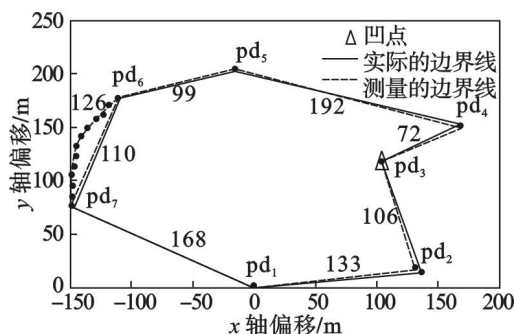


图6 实际飞行测试结果  
Fig. 6 Actual flight test result



图7 Google Earth 中的实际飞行测试结果  
Fig. 7 Actual flight test result in Google Earth

## 4 结 论

通过实际飞行测试可以验证: 在使用 Pauta 准则剔除异常数据后, EKPF 对提高定位精度非常有效; 与只使用 SINS/GPS 组合导航系统相比, 定位精度由米级提高至亚米级; 地形边界与面积估计算法的精度达到设计要求, 估计误差小于  $\pm 1.2\%$ . 与使用 Google Earth 与 Google Map 等方法相比, 该算法精度较高, 精度提高约  $5.5\%$ ; 与

王陈陈等<sup>[11]</sup>提出的类似方法相比, 该算法精度提高  $0.8\% \sim 3.4\%$ . 综上所述, 本文采用的 EKPF 方法、地形边界与面积估计算法是可行、准确的.

### 参考文献:

- [1] de Marina H G, Pereda F J, Giron-Sierra J M, et al. UAV attitude estimation using unscented Kalman filter and TRIAD [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2012, 59 (11): 4465–4474.
- [2] Brown R G, Hwang P Y C. Introduction to random signals and applied Kalman filtering [M]. New York: John Wiley & Sons, 1992.
- [3] Jwo D J, Yang C F, Chuang C H, et al. A novel design for the ultra-tightly coupled GPS/INS navigation system [J]. *Journal of Navigation*, 2012, 65 (4): 717–747.
- [4] Li Y, Efataneshnik M, Dempster A G. Attitude determination by integration of MEMS inertial sensors and GPS for autonomous agriculture applications [J]. *GPS Solutions*, 2012, 16 (1): 41–52.
- [5] Wang W, Liu Z, Xie R. Quadratic extended Kalman filter approach for GPS/INS integration [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2006, 10 (8): 709–713.
- [6] 韩厚增, 王坚, 李增科, 等. 基于 EKPF 的 GPS 导航模型研究 [J]. 大地测量与地球动力学, 2013, 33 (2): 139–142. (Han Hou-zeng, Wang Jian, Li Zeng-ke, et al. Study on GPS navigation model based on EKPF [J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2013, 33 (2): 139–142.)
- [7] 吴平, 雷虎民, 邵雷. 捷联惯性导航系统加速度计误差建模与标定补偿 [J]. 弹箭与制导学报, 2010, 30 (5): 5–8. (Wu Ping, Lei Hu-min, Shao Lei. Error modeling and calibration of accelerometer in strapdown inertial navigation system [J]. *Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance*, 2010, 30 (5): 5–8.)
- [8] Julier S J, Uhlmann J K, Durrant-Whyte H F. A new approach for filtering nonlinear systems [C]// Proceedings of the 1995 American Control Conference. Seattle, 1995: 1628–1632.
- [9] Gordon N J, Salmond D J, Smith A F M. Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation [J]. *Radar and Signal Processing*, 1993, 140 (2): 107–113.
- [10] Rigatos G G. Nonlinear Kalman filters and particle filters for integrated navigation of unmanned aerial vehicles [J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2012, 60 (7): 978–995.
- [11] 王陈陈, 马明建, 马娜, 等. 基于 GPS 的土地面积测量算法 [J]. 山东理工大学学报: 自然科学版, 2013, 27 (4): 64–68. (Wang Chen-chen, Ma Ming-jian, Ma Na, et al. Error research of area measurement algorithm based on GPS [J]. *Journal of Shandong University of Technology: Natural Science Edition*, 2013, 27 (4): 64–68.)