

经验模态分解中一种改进的包络线拟合算法

吴贤规, 王安娜, 会国涛

(东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘 要: 针对经验模态分解(empirical mode decomposition, EMD)过程中存在的包络线拟合问题, 提出了一种精确消除欠冲现象的改进算法. 该算法首先确定利用三次样条插值(cubic spline interpolation, CSI)进行包络线拟合时所产生的欠冲区间, 然后通过单调分段三次多项式插值法对欠冲区间包络线进行补偿. 该改进的包络线能紧紧地包住原始信号, 而不影响信号本身的特征, 尽可能保持前包络线的平滑性. 仿真结果表明, 提出的方法可以有效地消除由 CSI 所造成的欠冲现象, 拟合出更好的包络线, 进一步提高 EMD 的分解精度.

关 键 词: 希尔伯特-黄变换; 经验模态分解; 欠冲现象; 包络线拟合; 单调分段三次多项式插值

中图分类号: TN 911.6

文献标志码: A

文章编号: 1005-3026(2015)11-1535-05

An Improved Envelope Fitting Algorithm for the Empirical Mode Decomposition

WU Xian-gui, WANG An-na, HUI Guo-tao

(School of Information Science & Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China. Corresponding author: WU Xian-gui, E-mail: ohk1980@126.com)

Abstract: Due to the envelope fitting problem exists in the process of empirical mode decomposition, an improved algorithm was proposed which could eliminate the undershoot phenomenon exactly. Firstly, in this improved algorithm, the cubic spline interpolation was used to determine the regions of undershoot which generated during the execution of envelope fitting. Secondly, the envelope intervals of undershoot regions were compensated by the monotone piecewise cubic polynomial interpolation. The original signal could be wrapped tightly by this modified envelope, which did not affect the characteristics of signal itself, and could keep the smoothness of previous envelope as well as possible. The simulation results showed that the undershoot phenomenon caused by cubic spline interpolation could be effectively eliminated and the envelope could be obtained better by this algorithm. In addition, the accuracy of empirical mode decomposition could be further improved.

Key words: Hilbert-Huang transform; empirical mode decomposition; undershoot phenomenon; envelope fitting; monotone piecewise cubic polynomial interpolation

Huang 等^[1]提出的希尔伯特-黄变换(Hilbert-Huang transform, HHT)是一种能分析和处理非线性、非平稳信号的时频局部化分析方法. HHT 是由 EMD 和希尔伯特变换(Hilbert transform, HT)组成的, 其中 EMD 是 HHT 的核心部分^[2-10].

采用 EMD 技术可以提取有限个具有原始信

号局部特征信息的固有模态函数(intrinsic mode function, IMF), 这些 IMF 分别对应于组成复杂信号的各次谐波分量^[3]. 因为在 EMD 过程中用 CSI 算法根据信号的极值点序列拟合包络线时产生较严重的欠冲现象, 对于包络线拟合算法的研究是决定信号分解收敛速度和准确度的关键问题^[4-5]. 包络线拟合的好坏直接关系到分解的结

收稿日期: 2014-11-12

基金项目: 国家自然科学基金青年基金资助项目(61403073).

作者简介: 吴贤规(1980-), 男, 朝鲜平壤人, 东北大学博士研究生; 王安娜(1956-), 女, 辽宁鞍山人, 东北大学教授, 博士生导师.

果,而且影响到 HHT 理论的推广和应用^[6].

因此,很多文献提出了不少改进方法,如 B 样条插值^[7]、分段幂函数插值^[8]、分段抛物线插值^[9]、分段三次 Hermite 插值^[3]和其他优化方法^[10].但有些方法的拟合特性没有明显提高或其包络线的平滑性不太好,有些方法的处理比较复杂且只是实验的结论,有些方法需要已知插值点处的一阶导数值.

本文提出了一种消除欠冲现象的改进算法,该算法采用单调分段三次多项式插值对由 CSI 所产生的欠冲区间包络线进行补偿,该算法得到的包络线不存在欠冲区间且具有很好的平滑性.

1 EMD 过程中包络线拟合

EMD 分解过程基于以下几个假定^[8]:①任何信号都是由有限个不同的 IMF 组成的.②一个 IMF 应该满足两个条件,一是极值点和过零点个数相同或最多相差一个;二是通过极大值点和极小值点得到的上、下包络线关于时间轴局部对称.

具体的分解过程如下:

①首先求得信号 $s(t)$ 的所有极值点,然后采用插值算法拟合出连接极大值点的上包络线 $ue(t)$ 和连接极小值点的下包络线 $le(t)$.

②求得上、下包络线的均值曲线 $m_1(t)$,将 $s(t)$ 减去 $m_1(t)$ 后可得到 $h_1(t)$.

$$m_1(t) = (ue(t) + le(t))/2, \quad (1)$$

$$h_1(t) = s(t) - m_1(t). \quad (2)$$

③ $h_1(t)$ 一般不是 IMF 分量.把 $h_1(t)$ 作为 $s(t)$,继续重复上述步骤,直到 $h_{1k}(t)$ 满足 IMF 条件(称为“筛选”过程):

$$h_{1k}(t) = h_{1(k-1)}(t) - m_{1k}(t). \quad (3)$$

这样得到第一个 IMF 分量 $c_1(t)$,它也是原始信号 $s(t)$ 中最高频率的分量, $c_1(t) = h_{1k}(t)$.

④将原始信号 $s(t)$ 减去 $c_1(t)$,得到剩余分量 $r_1(t)$:

$$r_1(t) = s(t) - c_1(t). \quad (4)$$

⑤把 $r_1(t)$ 作为原始信号 $s(t)$, n 次反复以上过程,直至 $r_n(t)$ 变成一个单调信号.

$$r_n(t) = r_{n-1}(t) - c_n(t). \quad (5)$$

⑥这样得到 n 个 IMF 分量 $c_1(t), c_2(t), \dots, c_n(t)$,把这些 IMF 分量合并,可以重构出原始信号 $s(t)$:

$$s(t) = \sum_{i=1}^n c_i(t) + r_n(t). \quad (6)$$

这样,EMD 通过多次筛选过程按频率从高到

低的顺序逐个提取出有限个 IMF 分量.对得到的所有 IMF 进行 HT 运算,可得每个分量的瞬时频率和瞬时幅值^[2,6].从上述分解过程可知,整个筛选过程中始终要进行包络线拟合,包络线拟合起着十分重要的作用.但是,在分解中采用 CSI 进行包络线拟合时不能很好地包住信号,欠冲现象容易出现.这个现象产生不希望的包络线拟合误差,也是应该避免的.如果不能有效地抑制这个现象,包络线拟合误差会随着重复筛选的进行而不断向信号内部传达,甚至使得 IMF 失去物理意义.

如何进行包络线拟合是决定分解正确性的重要因素,也是不可回避的问题.因此,本文重点研究消除欠冲现象的改进包络线拟合算法.

2 包络线拟合的改进算法

因为 CSI 算法不但可以避免高次多项式插值的缺点,并且能够保证很好的平滑性,EMD 的包络线拟合中常用该方法.但是,当相邻极值点之间存在较大变化,其分布不均匀时,欠冲现象容易出现.其主要原因在于 CSI 在两个相邻插值点之间不具有单调性.所谓欠冲现象就是由插值算法拟合的包络线在一些极值点附近不完全包住信号.

为了更直观地解释这个现象和包络线拟合的改进算法,采用 CSI 对信号 $s(t) = 3\cos(\pi t) + \cos(4\pi t)$ 的所有极大值进行上包络线拟合,如图 1 所示.

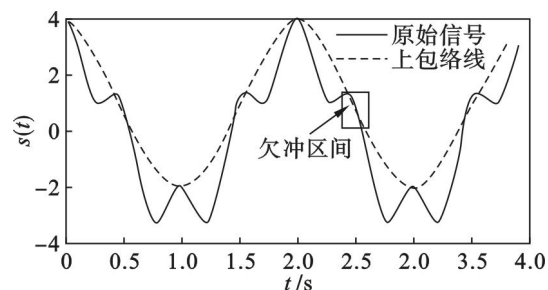


图 1 包络线拟合的欠冲现象

Fig. 1 The undershoot phenomenon of envelope fitting

图 1 中存在一些明显的欠冲区间,其中一个区间(矩形里面的部分)的细节放大如图 2 所示.

从图 1、图 2 可知,包络线 $ue_0(t)$ 在一些区间 $[t_{ai}, t_{bi}]$ 小于原始信号 $s(t)$,必须补偿这些包络线拟合误差.

为了改进包络线,首先通过式(7)、式(8)确定整个包络线的欠冲区间.

$$s_1(t) = s(t) - ue_0(t) > 0, \quad (7)$$

$$\{(t_{ai}, t_{bi}) : s_1(t_{ai}) = s_1(t_{bi}) = 0, s_1(t) > 0,$$

$$t \in (t_{ai}, t_{bi}), i \in \mathbb{N} \quad (8)$$

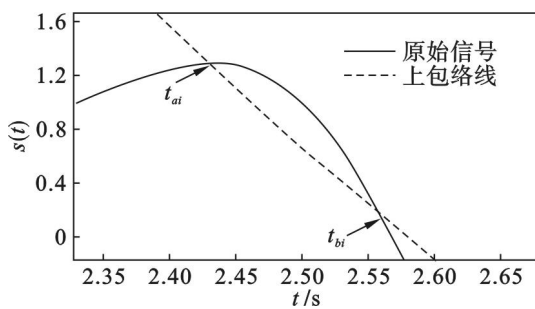


图 2 包络线的一个欠冲区间

Fig. 2 An undershoot interval of the envelope

然后,对这些欠冲区间的包络线进行补偿,以使得改进包络线更紧紧地包住 $s(t)$ 和尽可能不影响其他区间. 求得差曲线 $s_1(t)$ 的所有极大值点,拟合出连接这些点的包络线 $ue_1(t)$,如图 3 所示.

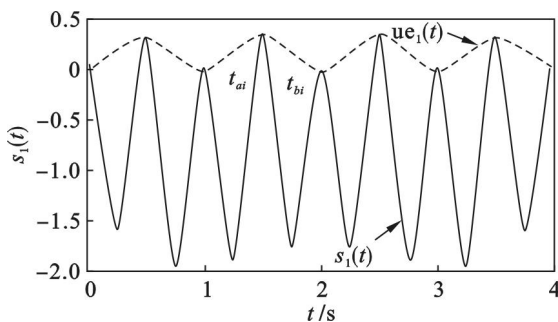


图 3 单调分段三次多项式插值的包络线

Fig. 3 The envelope of monotone piecewise cubic polynomial interpolation

图 3 中, $s_1(t) \leq 0$ 不是欠冲区间, $ue_1(t)$ 的补偿对这些区间的影响应该很小,以这些区间继续保持非欠冲特点;另一方面,这个补偿应使欠冲区间变成非欠冲区间. 为了满足以上要求,在相邻极大值点之间不应该存在 $ue_1(t)$ 的较大变化,具有单调性最合适. 采用高次插值法一般不能保证曲线的单调性,但是通过适当地选取插值点的导数值可以保证其单调性. 如果插值点的一阶导数值为零,采用单调分段三次多项式插值法拟合的曲线在相邻插值点之间具有单调性^[11]. 曲线 $s_1(t)$ 的所有极大值点就是待拟合的点,这些点处的一阶导数值无疑是零.

所以,本文采用单调分段三次多项式插值拟合经过 $s_1(t)$ 所有极大值点的包络线 $ue_1(t)$,它具有一阶导数连续性和每段相邻插值点之间的单调性. 用 $ue_1(t)$ 对包络线 $ue_0(t)$ 进行补偿,可以得到改进的包络线 $ue(t)$.

$$ue(t) = ue_0(t) + ue_1(t) \quad (9)$$

改进的包络线 $ue(t)$ 关于所有 t 不小于原始信号 $s(t)$, 满足:

$$s_2(t) = s(t) - ue(t) \leq 0 \quad (10)$$

因为 $ue_0(t)$ 和 $ue_1(t)$ 都具有一阶导数连续性, $ue(t)$ 也具有一阶导数连续性和很好的平滑性.

采用改进的算法对信号 $s(t)$ 进行包络线拟合,如图 4 所示.

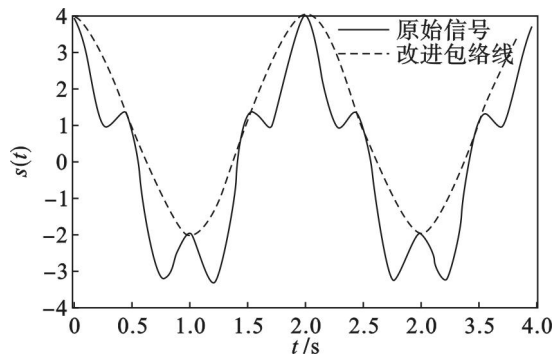


图 4 改进的包络线

Fig. 4 The improved envelope

从图 1、图 4 可以清楚地看出,改进的包络线具有不产生任何欠冲区间、它的平滑性很好、能完全包住信号的优点. 同样,对于下包络线的拟合也可以进行改进.

3 改进算法仿真及结果分析

为了验证在 EMD 过程中本文提出的改进包络线拟合算法的可用性和有效性,把以下信号作为实例进行了对比分析. 该仿真信号为

$$s(t) = \sin(100\pi t) + \sin(230\pi t) + \sin(480\pi t) + \sin(800\pi t) \quad (11)$$

采用 CSI 和改进包络线拟合算法对原始信号 $s(t)$ 进行包络线拟合,分别如图 5、图 6 所示. 为了便于对两种方法进行比较,表示上包络线的局部放大图.

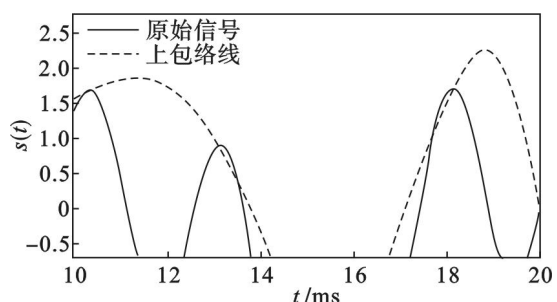


图 5 三次样条插值的包络线

Fig. 5 The envelope of cubic spline interpolation

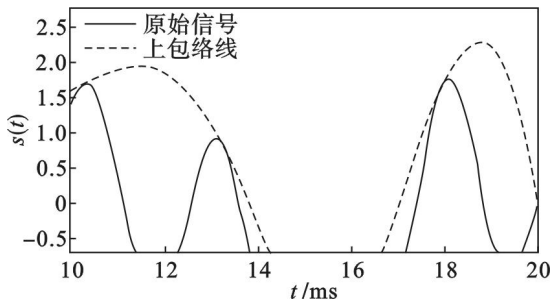


图 6 改进包络线拟合算法的包络线

Fig. 6 The envelope of improved envelope fitting algorithm

从两种方法的结果比较可知, CSI 方法得到的包络线在一些区间中存在明显的欠冲现象,但改进包络线拟合算法不产生任何欠冲现象. 另外,改进算法的包络线平滑性与 CSI 的包络线差不多,也就是说,采用改进算法对由 CSI 所造成的欠冲区间进行补偿几乎不影响到非欠冲区间. 虽然 CSI 方法的平滑性最好,但也最容易产生欠冲现象,改进算法很好地克服了这个包络线拟合问题.

为了进行 EMD 的结果分析,采用改进包络线拟合算法和在多种端点效应处理方法中常用的极值点对称延拓法分解出所有 IMF 分量,如图 7 所示.

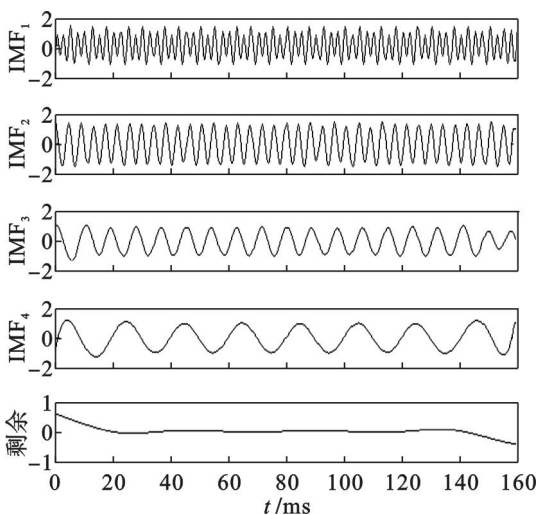


图 7 EMD 的分解结果

Fig. 7 The decomposition results of EMD

从图中可以明显地看出,所有 IMF 分量和一个剩余分量都符合自己的定义要求,采用本文方法分解出来的所有 IMF 分量很好地接近原始信号的对应组成分量. 但是,每个 IMF 分量在两端处出现了较明显的波形失真,这种情况主要是由端点效应所造成的. 这说明,虽然改进包络线拟合算法有效地克服了欠冲现象,但所用的极值点对称延拓法不能完全消除端点效应. 因此,当求得每

个 IMF 分量含有的瞬时参数时会带来一些误差.

通过对每个 IMF 分量的 HT 运算,求得原始信号的各次谐波分量参数,如表 1 所示.

表 1 谐波分量参数

Table 1 The parameters of harmonic components

| 原始信号 | 幅值/V | | 频率/Hz | | |
|------|--------|--------|-------|----------|----------|
| | CSI 方法 | 本文方法 | 原始信号 | CSI 方法 | 本文方法 |
| 1. 0 | 1. 068 | 1. 002 | 50 | 49. 913 | 50. 008 |
| 1. 0 | 1. 104 | 0. 991 | 115 | 114. 684 | 114. 966 |
| 1. 0 | 0. 963 | 0. 993 | 240 | 239. 597 | 239. 974 |
| 1. 0 | 0. 978 | 0. 997 | 400 | 400. 628 | 399. 992 |

显然,用本文提出的改进算法分解出 IMF 分量时谐波分量参数的检测精度更高.

从以上分析可以知道,根据信号极值点进行包络线拟合贯穿于整个 EMD 过程,包络线拟合算法的好坏对检测结果起着决定性作用,是 EMD 的关键问题之一.

4 结 语

本文采用单调分段三次多项式插值法对含有欠冲区间的包络线进行了补偿. 补偿过程对前包络线非欠冲区间的影响很少,得到的改进包络线保持很好的平滑性. 仿真分析验证了改进包络线拟合算法在 EMD 过程中具有适用性和有效性.

参考文献:

- [1] Huang N E, Shen Z, Long S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis [J]. *Proceedings of the Royal Society of London Series A*, 1998, 454: 903 - 993.
- [2] 李天云, 高磊, 赵妍. 基于 HHT 的电力系统低频振荡分析 [J]. *中国电机工程学报*, 2006, 26(14): 24 - 30. (Li Tian-yun, Gao Lei, Zhao yan. Analysis of low frequency oscillations using HHT method [J]. *Proceedings of the CSEE*, 2006, 26(14): 24 - 30.)
- [3] 李天云, 程思勇, 杨梅. 基于希尔伯特-黄变换的电力系统谐波分析 [J]. *中国电机工程学报*, 2008, 28(4): 109 - 113. (Li Tian-yun, Cheng Si-yong, Yang Mei. Power system harmonic analysis based on Hilbert-Huang transform [J]. *Proceedings of the CSEE*, 2008, 28(4): 109 - 113.)
- [4] Rato R T, Ortigueira M D, Batista A G. On the HHT, its problems, and some solutions [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2008, 22(6): 1374 - 1394.

(下转第 1547 页)