

立轧对称-反对称抛物线狗骨 模型轧制力的解析

张殿华, 刘元铭, 赵德文, 金成俊

(东北大学 轧制技术及连轧自动化国家重点实验室, 辽宁 沈阳 110819)

摘 要: 为提高热轧产品质量, 必须保证热轧带钢宽度尺寸精度, 生产中多采用在粗轧机组处安装立辊轧机来进行控制, 但立轧后板坯横断面会产生狗骨形状. 首次建立了立轧对称-反对称抛物线狗骨函数模型和运动许可速度场. 使用刚塑性第一变分原理, 采用变上限积分得到立轧时总功率泛函和轧制力的解析解. 将轧制力解析结果与有限元仿真值进行比较, 误差在3%以内, 与Yun模型比较误差不大于6.3%. 采用本文模型预测现场轧制力的精度良好, 可以满足现场控制要求.

关 键 词: 立轧轧制力; 反对称抛物线; 狗骨模型; 解析解

中图分类号: TG 335.51

文献标志码: A

文章编号: 1005-3026(2015)12-1710-05

Analysis of Rolling Forces About Symmetric and Anti-Symmetric Parabola Dog-Bone Model in Vertical Rolling

ZHANG Dian-hua, LIU Yuan-ming, ZHAO De-wen, JIN Cheng-jun

(State Key Laboratory of Rolling and Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China.
Corresponding author: LIU Yuan-ming, E-mail: lymneu@163.com)

Abstract: To improve the quality of hot rolling products, the width precision of the hot rolling strip must be guaranteed. Vertical mill is usually installed in the roughing trains to control the width in actual production processing, but the cross section of the strip formed as a dog-bone shape after vertical rolling. The symmetric and anti-symmetric parabola dog-bone function model and kinematically admissible velocity field in the vertical rolling are firstly proposed in present paper. Using the first variation principle of rigid-plastic material, analytical solutions of the total power functional and rolling force for the vertical rolling are obtained using variable upper limit integration. The error of the rolling force obtained above compared with that of FEM simulation result is within 3%, while is less than 6.3% compared with that obtained by Yun's model. The precision can satisfy the requirement of production control using this anti-symmetric parabola model to predict the rolling force in a strip rolling plant.

Key words: vertical rolling force; anti-symmetric parabola; dog-bone model; analytical solution

为解决连铸坯尺寸种类少, 产品规格多的问题, 粗轧机组常采用立-平轧方式来调整板坯宽度. 由于轧件宽厚比大, 立轧变形仅集中在板坯边部导致局部呈现明显的“狗骨”形状^[1].

Okado^[2]首先提出描述狗骨特征参数的经验公式, 但只考虑了板厚和侧压量两个因素的影响. Tazoe^[3]得出了增加立辊直径和板宽的狗骨高度

经验公式, 后来 Ginzburg 等^[4]对其进行了修正. Xiong 等^[5]采用 FEM 方法, 得出轧件形状参数和轧制力矩变化规律. Yun 等^[6]建立了抽象的狗骨数学模型(里面包含多个未知参量), 最终通过 FEM 模拟拟合轧制力和形状参数的表达式, 并没有得到解析解. 这些模型通过回归拟合物理模拟或 FEM 模拟的数据得到的, 大多忽略了摩擦因子

收稿日期: 2014-11-03

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51074052); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(N140704001).

作者简介: 张殿华(1963-), 男, 内蒙古赤峰人, 东北大学教授, 博士生导师; 赵德文(1946-), 男, 辽宁沈阳人, 东北大学教授, 博士生导师.

3 立轧变形区总功率泛函

若不考虑变形区前后张应力的作用,使用刚塑性第一变分原理,则相应的总功率泛函为

$$J^* = \dot{W}_i + \dot{W}_f + \dot{W}_s. \quad (8)$$

式中, \dot{W}_i , \dot{W}_f , \dot{W}_s 分别为内部塑性变形功率、摩擦功率和剪切功率。

3.1 内部塑性变形功率

本文采用考虑中间主应力影响并逼近 Mises 准则的 EA(等面积)线性屈服准则来求解内部变形功率. EA 屈服准则已在平轧^[8]和断裂力学裂尖塑性区解析^[9]等诸多领域获得应用. 由该准则可以得出单位体积的比塑性功率为

$$D(\varepsilon_{ij}) = \sqrt{3}/9 \pi \sigma_s (\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}). \quad (9)$$

式中 σ_s 为材料的变形抗力,则内部变形功为

$$\dot{W}_i = 4 \sqrt{3}/9 \pi \sigma_s \int_0^l \int_0^{W_E} \int_0^{h_x} (\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}) dx dy dz. \quad (10)$$

注意到 $\dot{\varepsilon}_{\max} = \dot{\varepsilon}_y$, $\dot{\varepsilon}_{\min} = \dot{\varepsilon}_z$, 代入式(2)~式(4)可得

$$\dot{W}_{iI} = 0, \quad (11)$$

$$\dot{W}_{iII} = \frac{8 \sqrt{3} \pi \sigma_s}{9} \int_0^l \int_{W_E-3A}^{W_E-2A_x} \int_0^{h_{II}} \varepsilon_y dy dz dx, \quad (12)$$

$$\dot{W}_{iIII} = \frac{8 \sqrt{3} \pi \sigma_s}{9} \int_0^l \int_{W_E-2A_x}^{W_E} \int_0^h \varepsilon_y dy dz dx, \quad (13)$$

$$\dot{W}_i = \dot{W}_{iI} + \dot{W}_{iII} + \dot{W}_{iIII} = \frac{8 \sqrt{3} \pi v_0 \sigma_s h_0}{45} \cdot$$

$$\left[\frac{98 \Delta W}{11} + 198 A_0 \ln \left(\frac{3 \Delta W}{11 A_0} + \frac{A}{A_0} \right) + \frac{267 A_0}{11} \ln \left(\frac{A_0}{A} \right) \right]. \quad (14)$$

3.2 剪切功率

根据速度场可知,在入口处($x=0$)存在速度不连续面,速度不连续量为

$$v_y|_{x=0} = -\frac{v_0 \tan \theta}{3 A_0} y, v_z|_{x=0} = \frac{v_0 \tan \theta}{3 A_0} (z - W_E + 3A). \quad (15)$$

屈服剪切应力 $\tau_s = k = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}}$, 为了计算方便,将

入口塑性区分为图 3 上下两个部分,则剪切功率

$$\dot{W}_{sl} = 4 \int_{W_E-3A}^{W_E} \int_0^{h_0} k \sqrt{(v_y|_{x=0})^2 + (v_z|_{x=0})^2} dy dz = \frac{4 k v_0 \tan \theta}{3 A_0} (I_{su} + I_{sd}). \quad (16)$$

$$I_{su} = \int_0^{h_0} \int_{W_E-3A}^{\frac{\Delta W+3A}{h_0} y + W_E-3A} \sqrt{y^2 + (z - W_E + 3A)^2} dz dy,$$

$$I_{sd} = \int_{W_E-3A}^{W_E} \int_0^{\frac{h_0}{\Delta W+3A} (z - W_E + 3A)} \sqrt{y^2 + (z - W_E + 3A)^2} dy dz. \quad (18)$$

求解式(17),式(18),并代入式(16)可得

$$\dot{W}_{sl} = \frac{2 k v_0 \tan \theta}{9 A_0} \left\{ i_0^3 \ln \left(\frac{\Delta W + 3A}{h_0} + \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta W + 3A}{h_0} \right)^2} \right) + 2 h_0 (\Delta W + 3A) \sqrt{h_0^2 + (\Delta W + 3A)^2} + (\Delta W + 3A)^3 \cdot \ln \left(\frac{h_0}{\Delta W + 3A} + \sqrt{1 + \left(\frac{h_0}{\Delta W + 3A} \right)^2} \right) \right\} \quad (19)$$

I 区和 II 区分界面上的剪切功率为

$$\dot{W}_{s2} = 4k \int_0^l \int_0^{h_0} v_y|_{z=W_E-3A} dy dx = -11 k h_0^2 v_0 \ln \left(\frac{3 \Delta W}{11 A_0} + \frac{A}{A_0} \right). \quad (20)$$

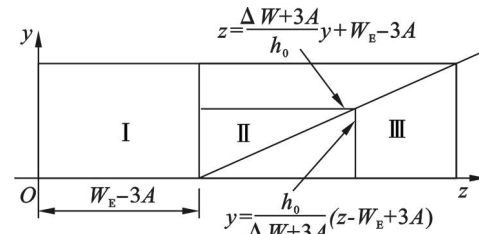


图 3 入口横断面图

Fig. 3 The cross-section drawing of the entrance section

3.3 摩擦功率

摩擦力作用在轧件与立辊接触面上($z = W_x$):

$$\Delta v_y = -v_0 W'_x y / (3 A_x). \quad (21)$$

轧件与立辊的相对速度为

$$\Delta v_t = v_R - v_0 / \cos \alpha. \quad (22)$$

在积分区域上采用中值定理求 Δv_t , h_r 和 v_y 的平均值.

$$\Delta \bar{v}_t = v_R - \frac{v_0}{2\theta} \ln \left(\frac{R+l}{R-l} \right). \quad (23)$$

$$\bar{h}_r = \frac{h_{rl} + h_0}{2} = h_0 + \frac{3 h_0 \Delta W}{22 A}. \quad (24)$$

$$\Delta \bar{v}_y = \frac{1}{l h_r} \int_0^l \int_0^{\bar{h}_r} v_y dy dx = \frac{v_0 \bar{h}_r}{2l} \ln \left(\frac{A_0}{A} \right). \quad (25)$$

摩擦剪切应力 $\tau_f = mk$, m 为常摩擦因子. 注

意到 τ_f 与 $\Delta v_f = \sqrt{\Delta v_y^2 + \Delta v_t^2}$ 为共线矢量^[10].

$$\dot{W}_f = 4 \int_0^l \int_0^{h_{rx}} \tau_f |\Delta v_f| ds = 4 \tau_f \int_0^l \int_0^{\bar{h}_r} \sqrt{\Delta v_y^2 + \Delta v_t^2} \frac{dy dx}{\cos \alpha} = 4 m k \bar{h}_r R \theta \sqrt{\left[\frac{v_0 \bar{h}_r}{2l} \ln \left(\frac{A_0}{A} \right) \right]^2 + \left[v_R - \frac{v_0}{2\theta} \ln \left(\frac{R+l}{R-l} \right) \right]^2}. \quad (26)$$

3.4 变形区总功率泛函及其最小化

将式(14), (19), (20)和(26)代入式(8)可得到变形区总功率泛函:

$$J^* = \dot{W}_i + \dot{W}_{sl} + \dot{W}_{s2} + \dot{W}_f. \quad (27)$$

将 J^* 对任意的 A 求导, 并令其等于零, 可解得 A 值.

$$\frac{dJ^*}{dA} = \frac{d\dot{W}_i}{dA} + \frac{d\dot{W}_{sl}}{dA} + \frac{d\dot{W}_{s2}}{dA} + \frac{d\dot{W}_f}{dA} = 0. \quad (28)$$

将 A 值代入式(27)可以得到总功率的最小值 J_{\min}^* . 设 M 为轧制力矩, ω 为立辊转速, \bar{P} 为单位厚度和宽度上的轧制力, 则有如下关系^[10]:

$$J_{\min}^* = 2M\omega = 4(h_0 W_0 \bar{P})\chi l \omega. \quad (29)$$

式中, χ 为力臂系数, 则可以求得轧制力 \bar{P} .

4 结果与讨论

结合某厂设备和工艺参数, $2W_0 = 900 \sim 1500$ mm, $2h_0 = 150 \sim 300$ mm, $R = 525 \sim 600$ mm, $\omega = 2 \sim 6$ rad/s, $m = 0.6$, 得到取不同的减宽率 $\varepsilon_z = \Delta W/W_0$, 轧件半厚度 h_0 和立辊半径 R 时轧制力 \bar{P} 的变化, 并与 Yun^[6] 模型进行比较, 见图4~图6. 从图中可以看出本文模型计算得到的轧制力与 FEM 仿真的误差很小, 在 3% 以内; 与 Yun 的模型预测值误差小于 6.3%. 此外, 本文中给出总功率泛函的解析式, 可以更快地得到不同生产条件下的力能参数.

图4中轧制力随着减宽率 ε_z 的增加显著增加, 这是由于 ΔW 增加, 变形区向中心渗透, 变形金属增加, 轧制力增加. 图5为不同 h_0 对应的轧制力, 随着轧件初始厚度的增加, 轧件与立辊接触面积和变形区体积增加, 则轧制力增加. 图6为 R 对轧制力的影响, 当立辊半径增加时, 立辊与轧件接触区域弧长和面积增加, 塑性变形区增加, 所以轧制力增加.

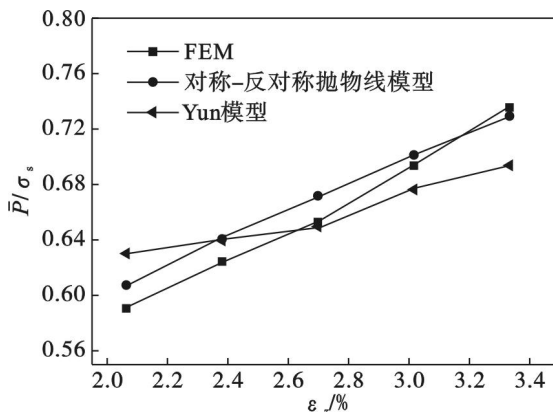


图4 不同减宽率 ε_z 对应的轧制力 \bar{P}

Fig. 4 The corresponding rolling forces \bar{P} of different width reduction ratios ε_z

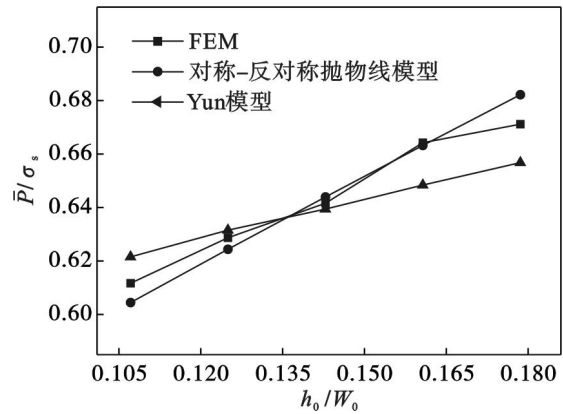


图5 不同轧件半厚度 h_0 对应的轧制力 \bar{P}

Fig. 5 The corresponding rolling forces \bar{P} of various plate half thicknesses h_0

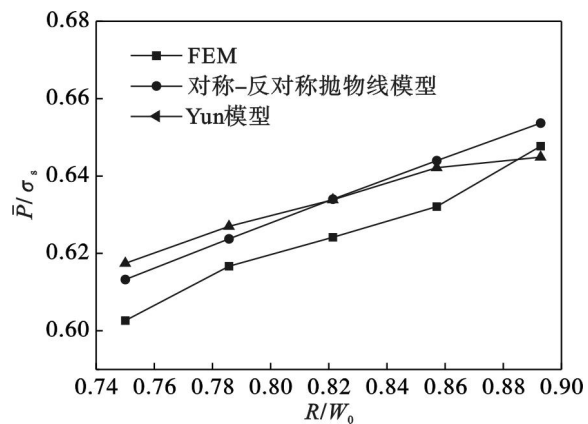


图6 不同立辊半径 R 对应的轧制力 \bar{P}

Fig. 6 The corresponding rolling forces \bar{P} of different vertical roll radii R

选取现场某道次工艺参数, 采用本文模型计算得到轧制力与现场通过压头测得轧制力随时间变化曲线进行对比, 见图7. 由于采用上界法, 本文模型预测的轧制力 (880 kN) 比现场实测平均值 (831 kN) 略大. 采用图7数据采样方法, 分别计算和统计 100 次变换钢种和规格后, 模型预报值与实测值比较, 如图8中▲所示, 预报值最大误

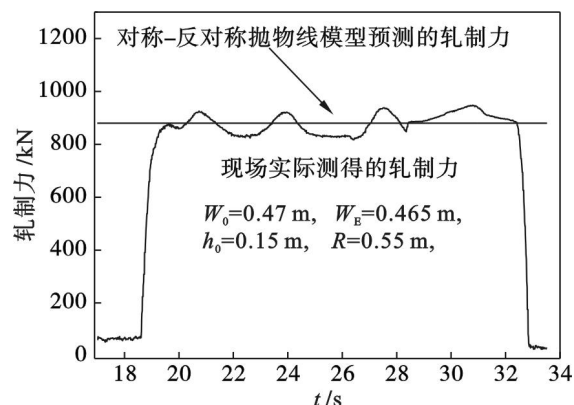


图7 预测轧制力与现场实测值对比

Fig. 7 Comparison of rolling force between prediction and measured value

差不超过 10%, 因此本文模型可以满足现场粗轧立辊轧制力设定值的精度。

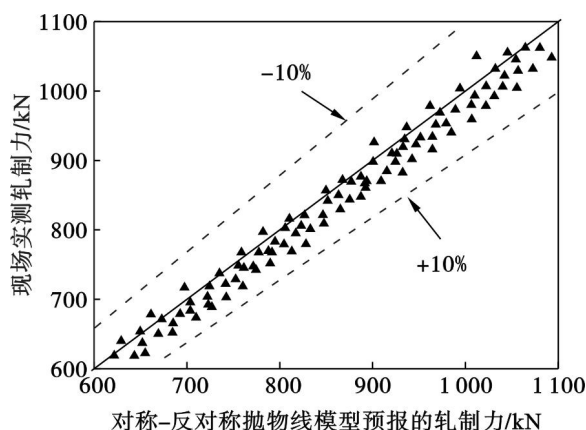


图 8 轧制力预报值的比较

Fig. 8 Comparison of predicted and actual rolling forces

选取图 9 工艺参数, 代入对称 - 反对称抛物线模型式(2) ~ 式(4)中得到轧件出口处的轮廓线, 并与 FEM 仿真、Yun^[6] 和 Okado^[2] 的模型对比。从图中可以看出, 本文狗骨模型计算得到的半厚度值与 FEM 仿真结果的偏差很小, 在 2.7% 以内; 与 Yun 和 Okado 的模型预测值的偏差较大, 但在 9.5% 以内, 这是由于本文模型考虑到轧件宽厚比大、变形区小的特点, FEM 仿真也验证了这一点。此外, 本文狗骨模型给出轧件变形过程中整个断面完整轮廓线的函数表达式, 而 Yun 和 Okado 的模型只给出了某些狗骨参数 (h_{rl} 和 h_{bl} 等) 的表达式, 所以本文模型可以更完整、更容易得到不同生产条件下的狗骨断面形状及其参数, 普适性广。

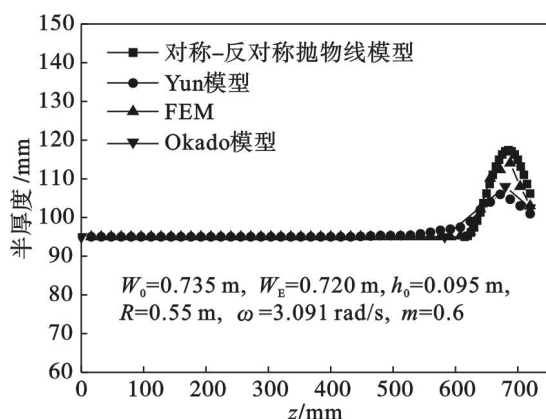


图 9 狗骨形状预测值的比较

Fig. 9 Comparison of predicted values of dog-bone shapes under different models

5 结 论

1) 根据体积不变原理首次提出立轧对称 - 反对称抛物线狗骨模型, 给出狗骨轮廓线完整的

数学表达式, 对应的轧件厚度解析结果与 FEM 仿真结果吻合很好, 与 Yun 和 Okado 模型计算结果的偏差在 9.5% 以内。

2) 利用刚塑性第一变分原理, 采用 EA 准则求得内部塑性变形功率, 最终得出的总功率泛函和轧制力解析解。轧制力解析结果与 FEM 仿真值和 Yun 模型吻合良好。

3) 得到预测立轧力能和形状参数的表达式, 易于求解不同生产条件下参数, 预测精度良好, 为制定合理的轧制规程和计算机控制提供可靠的依据。

参考文献:

- [1] Du X Z, Yang Q, Lu C, et al. Optimization of short stroke control preset for automatic width control of hot rolling mill [J]. *Journal of Iron and Steel Research, International*, 2010, 17(6): 16-20.
- [2] Okado M, Ariizumi T, Noma Y, et al. Width behaviour of the head and tail of slabs in edge rolling in hot strip mills [J]. *Journal of the Iron and Steel Institute of Japan*, 1981, 67(15): 2516-2525.
- [3] Tazoe N. New forms of hot strip mill width rolling installations [C] // AISE Spring Conference. Dearborn, 1984: 85-88.
- [4] Ginzburg V B, Kaplan N, Bakhtar F, et al. Width control in hot strip mills [J]. *Iron and Steel Engineer*, 1991, 68: 25-39.
- [5] Xiong S W, Rodrigues J M C, Martins P A F. Three-dimensional modelling of the vertical-horizontal rolling process [J]. *Finite Elements in Analysis and Design*, 2003, 39(11): 1023-1037.
- [6] Yun D, Lee D, Kim J, et al. A new model for the prediction of the dog-bone shape in steel mills [J]. *ISIJ International*, 2012, 52(6): 1109-1117.
- [7] 熊尚武, 刘相华, 王国栋, 等. 板坯稳态立轧时的三维刚塑性有限元模拟 [J]. *钢铁研究学报*, 1998, 10(2): 23-28. (Xiong Shang-wu, Liu Xiang-hua, Wang Guo-dong, et al. Full 3D rigid-plastic FEM in steady state edge slab rolling [J]. *Journal of Iron and Steel Research*, 1998, 10(2): 23-28.)
- [8] Zhao D W, Fang Q, Li C M, et al. Derivation of plastic specific work rate for equal area yield criterion and its application to rolling [J]. *Journal of Iron and Steel Research, International*, 2010, 17(4): 34-38.
- [9] Lan L Y, Li C M, Zhao D W, et al. Derivation of equal area criterion and its application to crack tip plastic zone analysis [J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2012, 110: 2918-2925.
- [10] Liu Y M, Ma G S, Zhao D W, et al. Analysis of hot strip rolling using exponent velocity field and MY criterion [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2015, 98: 126-131.