

双质体振动系统的动力学参数设计方法

贺斌¹, 赵春雨¹, 韩彦龙², 闻邦椿¹

(1. 东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819; 2. 承德石油高等专科学校, 河北 承德 067000)

摘 要: 通过对双质体振动系统的理论分析, 得到了振动系统对基础的力传递系数和工作质体的特征幅值与系统动力学参数之间的关系. 提出了参振物料系数、临界频率比、临界频率比差和特征幅值增幅度的定义. 通过数值分析, 确定了满足力传递系数小于 10% 的参数设计空间. 结果表明, 隔振频率比越大, 力传递系数越小, 工作质体的特征幅值越大; 当工作质体质量比大于 0.57 时, 特征幅值不会随参振物料增加而增大; 工作质体质量比越小, 实现低传递系数、高特征幅值及增幅度的参数设计空间越大. 最后提出了保证隔振效果、特征幅值及增幅度的动力学参数确定方法.

关 键 词: 双质体; 隔振; 力传递系数; 特征幅值; 参振物料

中图分类号: TH 113

文献标志码: A

文章编号: 1005-3026(2016)01-0127-06

Design Method of Dynamic Parameters for a Dual-Mass Vibrating System

HE Bin¹, ZHAO Chun-yu¹, HAN Yan-long², WEN Bang-chun¹

(1. School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China; 2. Chengde Petroleum College, Chengde 067000, China. Corresponding author: ZHAO Chun-yu, E-mail: chyzhao@mail.neu.edu.com)

Abstract: The relations between force transmission coefficient of the system to its foundation, the characteristic amplitude of the working mass and the system dynamics parameters were deduced by theoretically analyzing a vibrating system with dual masses. Coefficient of vibrating material, critical frequency ratio and its difference, and the increase in characteristic amplitude were defined. Through numeric analysis, the domain where the force transmission coefficient was less than 10% was determined. The conclusions show that with isolation frequency ratio increasing, force transmission coefficient reduces and characteristic amplitude increases. And characteristic amplitude does not increase with adding of vibrating material mass when the mass ratio is more than 0.57. The less mass ratio of the working body is, the larger the possibility of domain with the low force transmission coefficient and large characteristic amplitude is realized. The method to determine the system dynamics parameters is proposed to ensure the vibration isolation effect, the vibrating material of maximum coefficient, the characteristic amplitude and the increase in characteristic amplitude.

Key words: dual-mass; vibration isolation; force transmission coefficient; characteristic amplitude; vibrating material

振动机械广泛应用于各工业生产部门中, 而其工作过程对基础的动态作用力会引起附近建筑物振动, 严重影响周围环境, 因此有效的隔振是振动机械设计需要解决的关键问题之一^[1-4]. 二次

隔振及反共振是实现隔振的方法, 而且隔振效果取决于系统动力学参数的匹配性^[5-6]. 但在振动机工作过程中, 随物料参振质量增加, 系统动力学参数是变化的, 使现有的设计方法很难达到理想

收稿日期: 2014-11-30

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51375081); 辽宁省高等学校创新团队项目(LT2014006).

作者简介: 贺斌(1988-), 男, 安徽潜山人, 东北大学博士研究生; 赵春雨(1963-), 男, 辽宁黑山人, 东北大学教授, 博士生导师; 闻邦椿(1930-), 男, 浙江温岭人, 东北大学教授, 博士生导师, 中国科学院院士.

隔振效果. 另外, 在激励一定条件下, 振动系统响应振幅是随激励频率比变化的, 在振动机工作过程中, 随物料参振质量的增加, 激励频率比增大. 若能利用这一特性, 使振动机械响应幅值随参振物料质量增加而增大, 可以起到节约能源、提高生产率的作用. 但至今国内外尚未发现这方面研究工作. 本文主要研究系统动力学参数及参振物料对系统响应幅值及隔振效果的影响规律, 进而提出选择振动系统工况点的规则, 以使振动机在物料加入后其振幅随给料量增加而增大, 且保证隔振指标满足工程要求.

1 系统的运动微分方程

图 1 为平面运动双质体振动系统的动力学模型. 由工作质体 m_1 , 隔振质体 m_2 以及两偏心转子 m_0 组成. 选择 m_1 在 y 方向的运动为 y_1 , m_2 在 x 和 y 方向的运动为 x_2, y_2 , 两偏心转子相位角 φ_1 和 φ_2 为广义坐标, 利用拉格朗日方程得到系统的动力学方程为

$$\left. \begin{aligned} M_1 \ddot{x} + f_{2x} \dot{x} - f_{2xy} \dot{y} + k_{2x} x - k_{2xy} y &= \\ r \sum_{i=1}^2 (-1)^{i+1} m_0 (\dot{\varphi}_i^2 \cos \varphi_i + \ddot{\varphi}_i \sin \varphi_i), \\ m_1 \ddot{y}_1 - f_y (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - k_y (y_2 - y_1) &= 0, \\ M_2 \ddot{y}_2 + f_{2y} \dot{y}_2 + f_y (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + k_{2y} y_2 + \\ k_y (y_2 - y_1) &= r \sum_{i=1}^2 m_0 (\dot{\varphi}_i^2 \sin \varphi_i - \ddot{\varphi}_i \cos \varphi_i). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: M_1 为系统的总质量, $M_1 = 2m_0 + m_1 + m_2$; M_2 为隔振质体的总质量, $M_2 = 2m_0 + m_2$; r 为偏心转子半径.

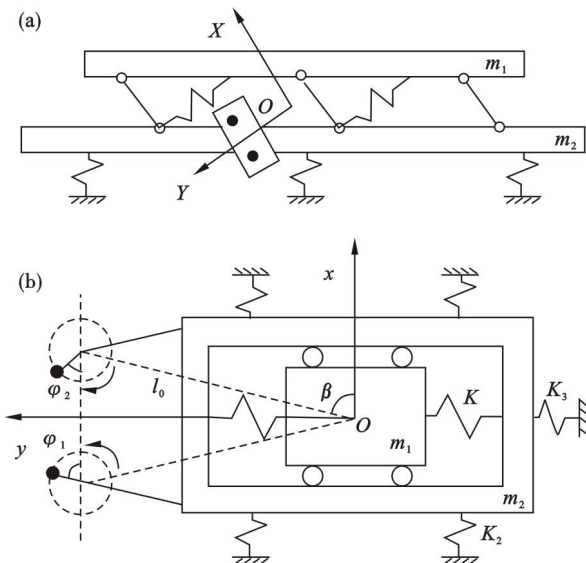


图 1 振动系统的动力学模型

Fig. 1 The dynamic model of the vibrating system

(a) — 振动系统结构图; (b) — 振动系统动力学模型.

振动系统的稳态响应解为

$$\left. \begin{aligned} x &= rr_m \mu_{1x} [\cos(\varphi + \alpha - \gamma_{1x}) - \cos(\varphi - \alpha - \gamma_{1x})] + \\ &rr_m \mu_{2x} [\sin(\varphi + \alpha + \beta - \gamma_{2x}) - \sin(\varphi - \alpha + \beta - \gamma_{2x})], \\ y_1 &= rr_m \mu_{y1} [\sin(\varphi + \alpha - \gamma_{y1}) + \sin(\varphi - \alpha - \gamma_{y1})], \\ y_2 &= rr_m \mu_{y2} [\sin(\varphi + \alpha - \gamma_{y2}) + \sin(\varphi - \alpha - \gamma_{y2})]. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中:

$$\begin{aligned} r_m &= m_0/m_1; \eta_1 = m_1/M_2, \eta_2 = m_1/M_1; \\ c_{y1} &= \eta_1 n_{y2}^2, c_{y2} = \eta_1 n_{y2}^2 (1 - n_{y1}^2); \\ d_{y1} &= d_{y2} = 2\eta_1 \xi_{y1} n_{y1} n_{y2}^2; \\ a &= (1 - n_{y1}^2)(1 - n_{y2}^2) - n_{y2}(\eta_1 n_{y2} + 4\xi_{y1} \xi_{y2} n_{y1}), \\ b &= 2\xi_{y1} n_{y1} (1 - \eta_1 n_{y2}^2 - n_{y2}^2) + 2\xi_{y2} n_{y2} (1 - n_{y1}^2); \\ \mu_{y1} &= \sqrt{\frac{c_{y1}^2 + d_{y1}^2}{a^2 + b^2}}, \gamma_{y1} = \arctan \frac{bc_{y1} - ad_{y1}}{ac_{y1} + bd_{y1}}, \\ \mu_{y2} &= \sqrt{\frac{c_{y2}^2 + d_{y2}^2}{a^2 + b^2}}, \gamma_{y2} = \arctan \frac{bc_{y2} - ad_{y2}}{ac_{y2} + bd_{y2}}, \\ \omega_{y1} &= \sqrt{k_y/m_1}, \xi_{y1} = f_y/2 \sqrt{m_1 k_y}, n_{y1} = \omega_m/\omega_{y1}, \\ \omega_{y2} &= \sqrt{k_{2y}/M_2}, \xi_{y2} = f_{2y}/2 \sqrt{M_2 k_{2y}}, n_{y2} = \omega_m/\omega_{y2}. \end{aligned}$$

2 振动系统的力传递系数

由式(2)可知, 当系统以 0 相位差同步运行时, 单偏心转子激励引起隔振架运动对基础作用力的幅值为

$$F = rr_m k_{2y} \mu_{y2}. \quad (3)$$

将隔振架对基础的作用力与 y 方向单偏心转子激励的幅值比定义为系统对基础的力传递系数. 考虑到式(2)中的参数定义, 得

$$\lambda = \frac{F}{m_0 r \omega_m^2} = \frac{1 - \eta_2}{\eta_2} \frac{\mu_{y2}}{n_{y2}^2}. \quad (4)$$

对于此类双质体振动机, 系统设计目标是在保证工作质体振幅的前提下, 尽量减小系统工作过程传递给基础动态激振力. 而由式(2)可知, μ_{y1} 为表征工作质体振幅与系统动力学参数相关的特征量, 在此定义为系统的特征幅值.

由双自由度振动理论可知, 系统两个响应幅值大小与激励频率和系统两个固有频率比相关^[1,7]. 可以求得激励频率和系统两个固有频率比与 n_{y1}, n_{y2} 及 η_2 的关系为

$$\left. \begin{aligned} n_1^2 &= 1/(A - \sqrt{A^2 - B^2}), \\ n_2^2 &= 1/(A + \sqrt{A^2 - B^2}). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

其中,

$$A = \frac{n_{y2}^2 + (1 - \eta_2) n_{y1}^2}{2n_{y1}^2 n_{y2}^2 (1 - \eta_2)}, B = \frac{1}{n_{y1} n_{y2}}.$$

文献[8-9]讨论了本系统自同步问题,按照文献理论可知, n_x 和 n_ψ 较大时,容易保证系统同步性能指标.在数值计算中取 n_x 和 n_ψ 为 4,即可保证两偏心转子 0 相位差自同步.由于振动机械阻尼比较小,通常取 0.07^[10],因此,影响 λ 和 μ_{y1} 的系统参数为 n_{y1} , n_{y2} 和 η_2 ,在此将其分别称为工作质体频率比、隔振频率比和质量比,工作质体频率比和隔振频率比统称为设计频率比.图 2 给出了 $\eta_2 = 0.4$ 时力传递系数和特征幅值随 n_{y1} 和 n_{y2} 变化的 3D 图.由图 2 可见,力传递系数和特征幅

值变化比较复杂,在设计频率比平面上各具有两个脊峰,而且脊峰方向不同,其峰值也是随参数变化.为了进一步分析这种变化产生的机制,图 3 给出了力传递系数、特征幅值及两个固有频率比值在设计频率比平面内的等值线分布.由图 3c 可见, n_1 和 n_2 随 n_{y1} 和 n_{y2} 增大而增大.但在设计频率比平面内, n_1 和 n_2 的等值线分别近似以 $(0, 0)$ 和无穷远处为中心的四分之一椭圆,等值线值和其最小曲率半径随其向 $(0, 0)$ 接近而减小.

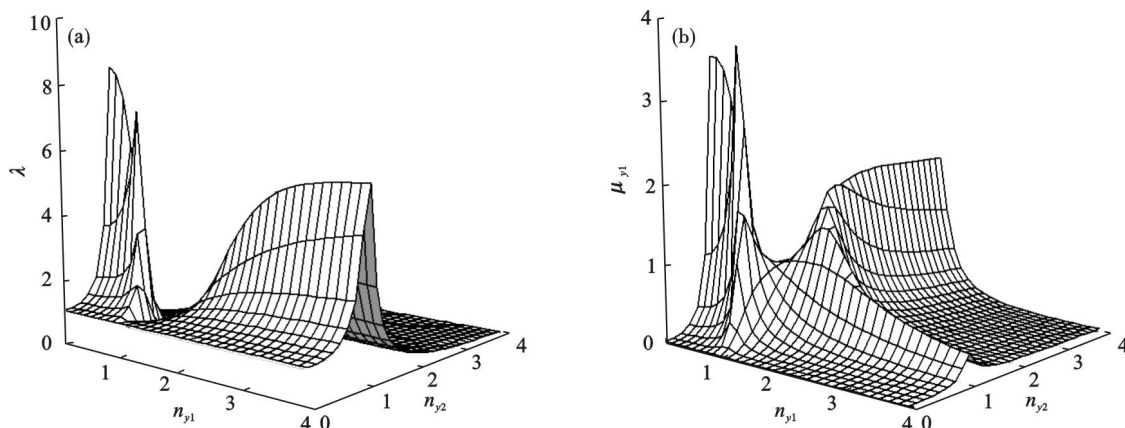


图 2 $\eta_2 = 0.4$ 时系统参数随 n_{y1} 和 n_{y2} 的变化

Fig. 2 Variations of system parameters with n_{y1} and n_{y2} when $\eta_2 = 0.4$

(a) —力传递系数随 n_{y1} 和 n_{y2} 的变化; (b) —特征幅值随 n_{y1} 和 n_{y2} 的变化.

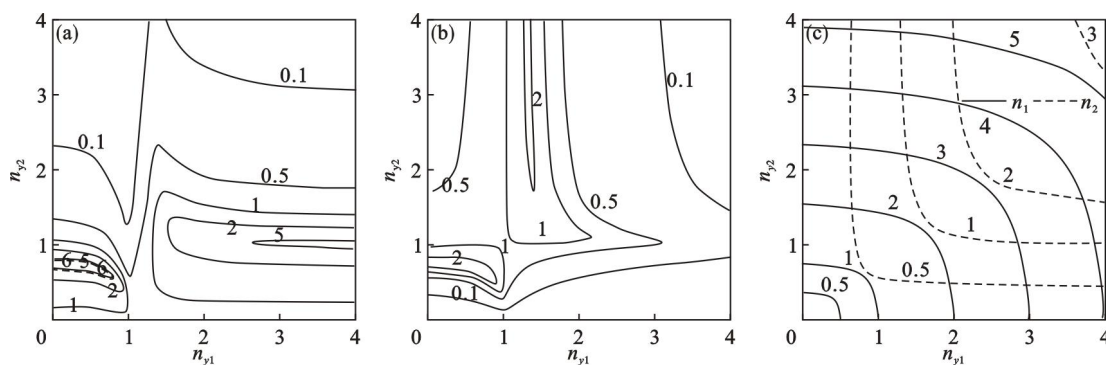


图 3 系统参数在 n_{y1} n_{y2} 平面内的等值线图 ($\eta_2 = 0.4$)

Fig. 3 Isolines of system parameters in n_{y1} n_{y2} -plane ($\eta_2 = 0.4$)

(a) —力传递系数; (b) —特征幅值; (c) —两个固有频率比.

比较图 2 和图 3 可以看出,力传递系数和特征幅值在 3D 图中都有一个脊峰,从 $(0, 0.78)$ 点开始,沿固有频率比 $n_1 = 1$ 的等值线分布,并随 $n_1 = 1$ 等值线偏离 $n_{y2} = 0.78$ 直线迅速衰减.力传递系数的另一个脊峰则从 $(4, 1.02)$ 开始,沿 $n_2 = 1$ 的等值线分布,且随其偏离 $n_{y2} = 1.02$ 直线而迅速减小;而特征幅值的另一个脊峰则从点 $(1.31, 4)$ 开始,沿 $n_2 = 1$ 的等值线分布,并随其偏离 $n_{y1} = 1.31$ 而衰减.力传递系数与特征幅值

的脊峰存在不重合的一个分支,为减小力传递系数、提高特征幅值提供了可行的参数设计空间.图 4 给出了 $\eta_2 = 0.7$ 时设计参数平面内 $\lambda = 0.10$, $\lambda = 0.15$, $n_2 = 1.0$, $\mu_{y1} = 1.0$ 及 $\mu_{y1} = 2.0$ 的等值线.依据图 4 可以确定满足工程设计要求、力传递系数小于 10% ~ 15% 的参数空间,即设计频率比平面在 $\lambda = 0.10$ 或 $\lambda = 0.15$ 曲线上部分区域的力传递系数小于 0.1 或 0.15.另外,当系统物料参振质量增加时, n_{y1} 增大.因此,若系统工作过程参

振物料质量达到最大时,动力学参数仍处于 $n_2 = 1$ 曲线的 ab 段或 ac 段与 $\lambda = 0.10$ 或 $\lambda = 0.15$ 围成的设计频率比平面左侧区域,则特征幅值随参振物料增加而增大. 影响力传递系数和特征幅值的另一个设计参数是 η_2 , 图 5 为不同 η_2 时特征幅值从 $n_{y2} = 6$ 起沿 $n_2 = 1$ 曲线的变化, 而图 6 为 η_2 值对 $\lambda = 0.10$ 曲线在设计频率比平面分布的影响. 由图 5 可见, 当 $n_{y2} = 6$ 开始时, $n_2 = 1$ 曲线与 n_{y1} 为常数的直线之间斜率相差较小, 所以特征幅值 μ_{y1} 变化不大, 但随着 $n_2 = 1$ 曲线斜率偏离 n_{y1} 常数直线的斜率, μ_{y1} 值迅速减小. 而当 $\eta_2 = 0.7$ 时, μ_{y1} 值略大于 $\eta_2 = 0.6$ 时的值, 由此可见, 存在 $0.6 < \eta_{20} < 0.7$ 为特征幅值的极值点, 且随 $|\eta_2 - \eta_{20}|$ 增大, 其特征幅值随之减小. 由图 6 可见, 随着 η_2 值增大, 力传递系数为 0.1 曲线会往参数平面右移动, 扩大了参数可选择平面空间. 而当参振物料质量增加时, η_2 随之增大, 因此, 当参振物料质量达到最大值时, η_2 应该选择小于 η_{20} , 才能保证特征幅值随给料量增加而增大.

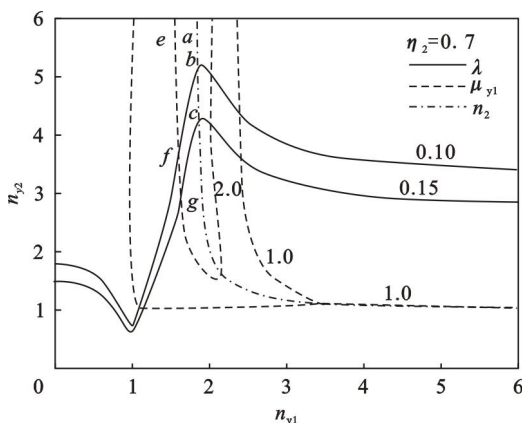


图 4 $n_{y1}n_{y2}$ 平面内力传递系数与特征幅值等值线
Fig. 4 Isolines of force transmission coefficients and characteristic amplitude in $n_{y1}n_{y2}$ -plane

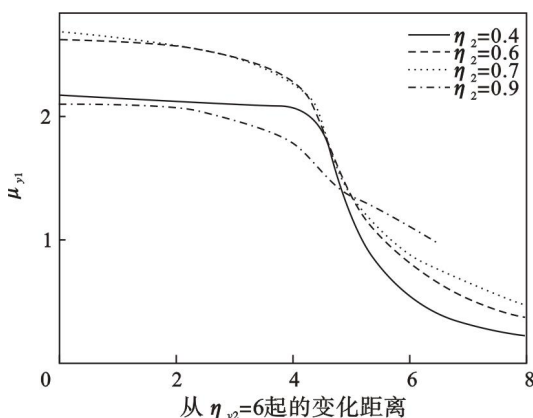


图 5 η_2 对特征幅值沿 $n_2 = 1$ 曲线变化的影响
Fig. 5 Effect of η_2 on the characteristic amplitude along the curve $n_2 = 1$

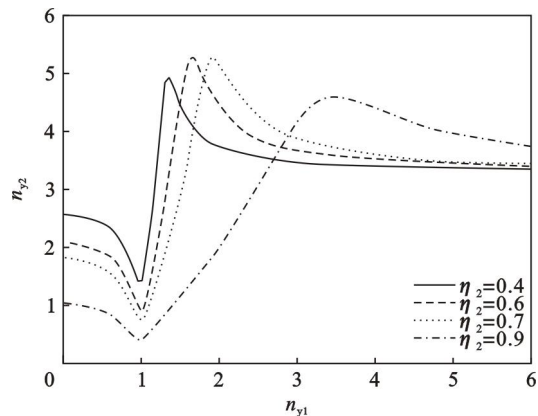


图 6 η_2 对 $\lambda = 0.1$ 曲线在 $n_{y1}n_{y2}$ 平面分布的影响
Fig. 6 Effect of η_2 on the distribution of curve $\lambda = 0.1$ in $n_{y1}n_{y2}$ -plane

3 参振物料对系统性能的影响

设振动系统空载时工作质体质量为 m_1 , 振动系统给料质量为 m_m , 物料结合系数为 k_m [10], 将参振物料系数记为 σ_m ,

$$\sigma_m = k_m m_m / m_1. \quad (6)$$

考虑参振物料质量时, 系统的无量纲参数为

$$r'_m = \frac{r_m}{(1 + \sigma_m)}, \eta'_2 = \frac{(1 + \sigma_m)\eta_2}{1 + \sigma_m\eta_2},$$

$$n'_{y1} = n_{y1} \sqrt{1 + \sigma_m}, \lambda' = \frac{1 - \eta'^2_2}{\eta'^2_2} \frac{\mu'^2_{y2}}{n'^2_{y2}}. \quad (7)$$

依据图 4, 将空载工作点选择在 $\lambda = 0.1$ 和 ab 围成参数区域. 当 n_{y2} 较大时, $n_2 = 1$ 等值线几乎垂直于 n_{y1} 轴线, 所以将 $n_2 = 1$ 等值线与 $n_{y2} = 6$ 直线交点对应的 n_{y1} 值定义为工作质体临界频率比, 记为 n_{y10} . 若设 n_{y1E} 为系统空载时工作质体频率比, n_{y1E} 应小于 n_{y10} , 定义临界频率比差为

$$\Delta = n_{y10} - n_{y1E}. \quad (8)$$

由于工作质体的振幅为 $rr_m\mu_{y1}$, 而 r_m 随物料系数 σ_m 增加而减小, 因此, 将特征幅值修正为

$$\mu'_{y1} = \mu_{y1} / (1 + \sigma_m). \quad (9)$$

由上述分析可知, 当 $\Delta > 0$ 时, 特征幅值可能会随参振物料系数增加而增大. 设系统空载时特征幅值为 μ_{y10} , 而达到最大参振物料系数 σ_m 时其特征幅值为 μ'_{y1max} , 定义 δ 为特征幅值增幅度, 简称增幅度.

$$\delta = (\mu'_{y1max} - \mu_{y10}) / \mu_{y10} \times 100\%. \quad (10)$$

图 7 a ~ 7d 分别为空载特征幅值、最大参振物料系数、增幅度、空载 (虚线) 和参振物料系数最大时 (实线) 的力传递系数等值线在 $\Delta - \eta_2$ 平面内分布, 其中, 图 7b 和图 7c 中最大参振物料系

数小于 0.1 和增幅度小于 5% 的等值线没有给出. 图 8 给出了临界频率比 n_{y10} 随 η_2 的变化规律. 依据图 7 和图 8, 可以确定振动系统的性能参数. 如图 7 中 A 点对应 $\eta_2 = 0.4, \Delta = 0.2$; 由图 8 确定 $n_{y10} = 1.28, n_{y2} = 6$, 则由式 (8) 求得空载频率比 $n_{y1E} = 1.48$. 由图 7 查得空载特征幅值 $\mu_{y10} = 1.29$ (图 7a), 最大参振物料系数 $\sigma_m = 0.545$ (图 7b), 增幅度 $\delta = 21\%$ (图 7c), 空载及参振物料最大时

力的传递系数分别为 0.012 和 0.052 (图 7d 虚线和实线). 利用式 (10) 可计算得参振物料系数最大时的特征幅值 $\mu'_{y1max} = 1.56$. 由此可见, 如果将图 7 中的等值线设计得足够密集, 则根据图 7 和图 8 可以进行此类振动系统动力学参数设计, 既保证系统传给基础的动态力尽量小又能满足振动幅值要求, 同时保证振幅随参振物料量的增加而增大, 达到提高系统工作效率和节能效果.

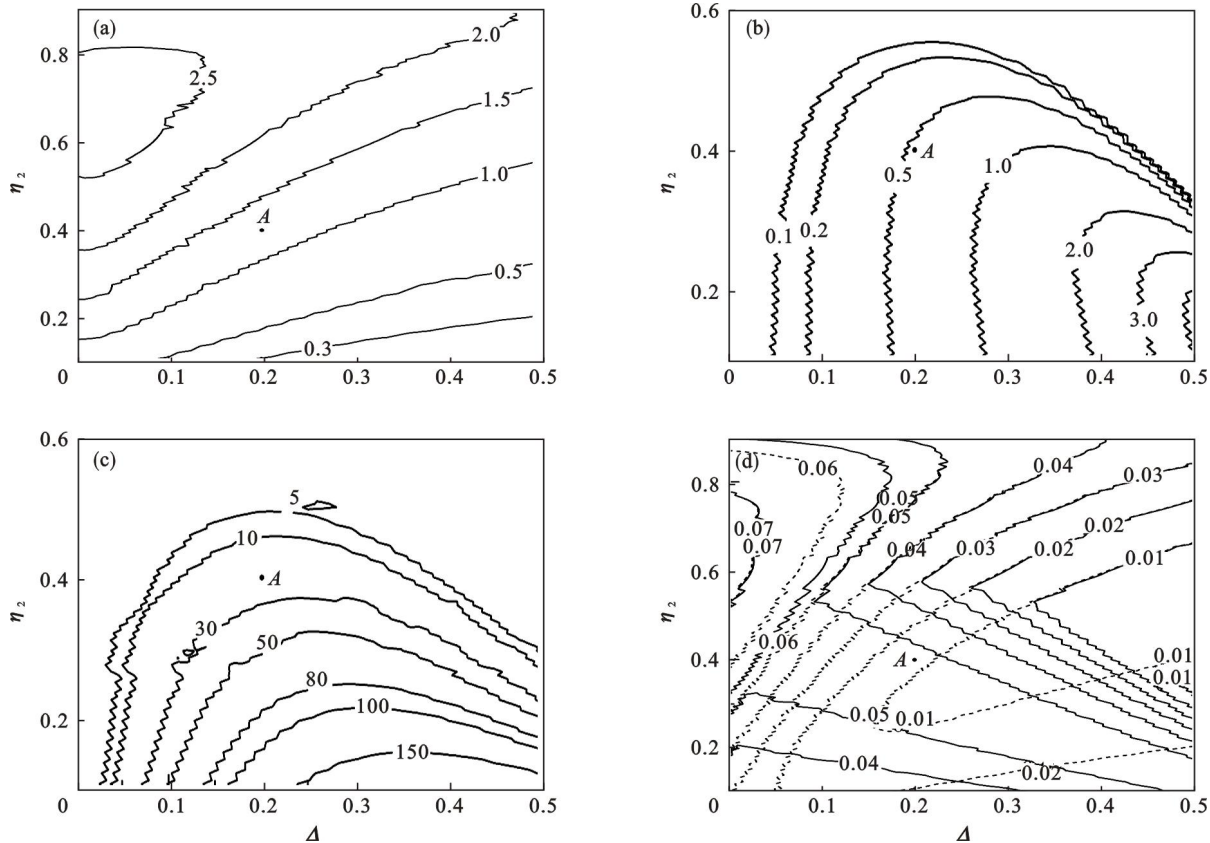


图 7 系统参数的等值线在 $\Delta - \eta_2$ 平面上的分布

Fig. 7 Isolines of system parameters in $\Delta - \eta_2$ plane

(a)—空载特征幅值; (b)—最大参振物料系数; (c)—增幅度; (d)—力传递系数.

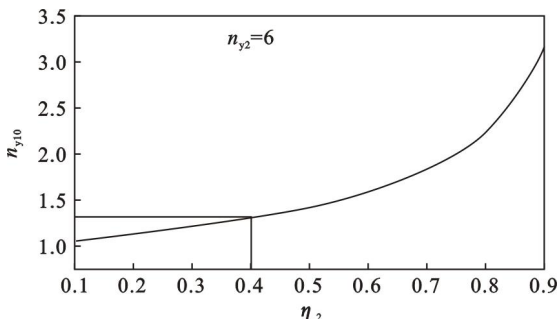


图 8 临界频率比随工作质体质量比的变化

Fig. 8 Variation of critical frequency ratio with the mass ratio

由图 7a 可知, 当 $\eta_2 = 0.645$ 时, 系统空载特征幅值最大值为 2.67, 而由图 8 查得此时的临界频率比 $n_{y10} = 1.69$. 在此将 $n_{y2} = 6$ 时 (η_2, n_{y1}) 对应

空载工况点 $(0.645, 1.69)$ 定义为此类系统的特征幅值极值点. 随系统空载动力学参数偏离特征幅值极值点, 空载特征幅值减小. 如图 7b 和图 7c 所示, 在 $\Delta - \eta_2$ 参数平面内, 最大参振物料系数及其对应增幅度的等值线近似为一组半葫芦外形曲线, 内层值大, 外层值小, 且随临界频率比差增大, 各等值线向 $\eta_2 = 0.1$ 接近. 由图 7c 可知, 质量比越大, 最大参振物料系数和增幅度越小, 而且当 $\eta_2 > 0.57$ 时, 系统特征幅值不随参振物料增加. 比较图 7d 中实线 (有参振物料) 与虚线 (空载) 分布可以看出, 物料参振改变了力传递系数等值线的分布规律, 而且随参振物料增加, 力传递系数增大, 但其最大值在图中所选参数区域内总是小于 10%.

依据图 7 和图 8,可按如下步骤确定系统的动力学参数指标。

1) 依据振动机的最大给料量 m_m , 确定工作质体质量 m_1 , 并利用式(6), 计算 σ_m 。

2) 利用线性插值法, 在图 7b 中近似绘制最大参振物料系数为 σ_m 的等值线, 依据其等值线选取系列点集, 确定各点对应的坐标 (Δ, η_2) 。

3) 对图 7a 和图 7c 等值线性插值, 求得各点对应的 μ_{y10} 和 δ 值, 并据式(10)求得 μ'_{y1max} 。

4) 可以以 μ'_{y1max} 最大为依据, 也可以以 δ 最大为依据, 或两者兼顾, 确定工作点的 η_2 和 Δ 值。

5) 利用 η_2 值, 依据图 8 确定 n_{y10} 值, 并利用式(8)计算空载 n_{y1E} ; 利用工作频率 ω_m , n_{y1E} 和 m_1 , 计算弹簧刚度 k_y 。

6) 依据工作振幅 $A = 2rr_m\mu'_{max}$, 确定偏心转子偏心距 r 和偏心块质量 $m_{01} = m_{02} = m_0$ 。

7) 利用 η 计算隔振架质量, 并利用 $n_{y2} = 6$ 计算弹簧刚度 k_{2y} ; 利用 $n_x = 4.0$, $n_\psi = 4.0$ 计算 k_{2x} 和 k_ψ 。

4 结 论

1) 通过理论分析, 推导出了双质体振动系统响应的理论表达式, 并提出了无量纲特征幅值、参振物料系数、临界频率比、临界频率比差和特征幅值增幅度的概念。

2) 在设计频率比平面内, 双质体振动系统在主振方向的两个固有频率比等值线为近似四分之一椭圆。其中, 固有频率比的等值线中心分别为 $(0, 0)$ 点和无穷远点。

3) 力传递系数和特征幅值在设计频率比平面上的 3D 图中各有两个脊峰。其值随等值线偏离该坐标轴方向而减小, 隔振频率比越大, 力传递系数越小。力传递系数与特征幅值的脊峰存在不重合的一个分支, 为减小振动系统力传递系数、提高特征幅值提供了可行的参数设计空间。

4) 当工作质体质量比大于 0.57 时, 特征幅值不会随参振物料增加而增大。工作质体质量比

越小, 实现低传递系数、高特征幅值及增幅度的参数设计空间越大。

参考文献:

- [1] 张义民. 机械振动[M]. 北京:清华大学出版社, 2007.
(Zhang Yi-min. Mechanical vibration[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2007.)
- [2] Lu Z Q, Brennan M J, Yang T J, et al. An investigation of a two-stage nonlinear vibration isolation system[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2013, 332(6): 1456 – 1464.
- [3] Guo P F, Lang Z Q, Peng Z K. Analysis and design of the force and displacement transmissibility of nonlinear viscous damper based vibration isolation systems [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2012, 67(4): 2671 – 2687.
- [4] Laalej H, Lang Z Q, Daley S, et al. Application of non-linear damping to vibration isolation [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2012, 69(10): 409 – 421.
- [5] Zhen L X, Xing J J, Li C. The transmissibility of vibration isolators with cubic nonlinear damping under both force and base excitations[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2013, 332: 1335 – 1354.
- [6] Peng Z K, Lang Z Q, Meng G, et al. Reducing force transmissibility in multiple degrees of freedom structures through anti-symmetric nonlinear viscous damping [J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2012, 28(5): 1436 – 1448.
- [7] 闻邦椿, 刘树英, 张纯宇. 机械振动学[M]. 北京: 冶金工业出版社, 2011.
(Wen Bang-chun, Liu Shu-ying, Zhang Chun-yu. Mechanical vibration[M]. Beijing: Metallurgical Industry Press, 2011.)
- [8] Wen B C, Fan J, Zhao C Y, et al. Vibration synchronization and controlled synchronization in engineering [M]. Beijing: Science Press, 2009.
- [9] 闻邦椿, 关立章. 平面双质体自同步振动机的同步理论 [J]. 东北工学院学报, 1979(2): 15 – 26.
(Wen Bang-chun, Guan Li-zhang. The synchronous theory of a self-synchronous vibrating machine with two masses in plane motion [J]. *Journal of Northeast Institute of Technology*, 1979(2): 15 – 26.)
- [10] 于辉, 刘敏楠. 振动给料机物料结合的实验研究[J]. 起重运输机械, 2006(4): 71 – 72.
(Yu Hui, Liu Min-nan. Experimental investigation on the material combination coefficient of a vibrating feeder [J]. *Hoisting and Conveying Machinery*, 2006(4): 71 – 72.)