

基于可靠性稳健优化设计的齿轮轮齿修形量

杨周, 张静, 张义民, 谭学飞

(东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘要: 在可靠性高阶矩理论上, 将优化设计、灵敏度设计与稳健设计相融合, 建立了圆柱齿轮传动的齿轮修形参数可靠性稳健设计模型, 提出了一种以修形参数为设计变量, 以修形参数的灵敏度和齿轮质量为目标函数的圆柱齿轮优化修形方法. 从可靠性稳健设计角度解决了齿轮修形参数确定方法的问题. 研究了轮齿修形参数的改变对齿轮传动可靠度的影响, 通过计算机程序进行验证并获得了理想的数值计算结果. 数值算例表明所提出的方法是一种非常方便和实用的改善轮齿修形量的方法, 为确定齿轮轮齿最佳修形量提供了一种理论依据.

关键词: 可靠性高阶矩理论; 灵敏度设计; 稳健设计方法; 齿轮传动; 轮齿修形量

中图分类号: TH 122 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-3026(2015)03-0368-05

Gear Tooth Modification Based on Reliability Robust Optimization Design

YANG Zhou, ZHANG Jing, ZHANG Yi-min, TAN Xue-fei

(School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China.

Corresponding author: YANG Zhou, E-mail: yangzhou@neu.edu.cn)

Abstract: Based on the reliability of higher order moments theory, by integrating optimization design, sensitivity design and robust design, a reliability robust design model of cylindrical gear transmission modification parameters was built and a cylindrical gear modification optimization method which regards modification parameters as the design variables and modification parameter sensitivity and gear quality as the objective function was proposed so as to solve the problem of gear modification parameter determination from the perspective of reliability-based robust design. Apart from that, the effect of the change of tooth modification parameters on gear transmission reliability was studied, whose ideal numerical results were validated and obtained through computer programming. The numerical example showed that the proposed method is a convenient and practical method to improve the amount of gear tooth modification, which can provide a theoretical basis to determine the best gear tooth modification.

Key words: reliability of higher order moments theory; sensitivity design; robust design method; gear transmission; amount of gear tooth modification

齿轮传动是机械传动中最重要的传动之一, 齿轮的承载能力、使用寿命和啮合质量尤其受到人们的关注. 实践证明, 齿轮修形可以有效地改善啮合性能, 减小动载荷和提高承载能力, 控制噪声^[1]. 一些专家学者采用力学强度分析、有限元分析技术和定量数值计算等方法分析相应的齿面

修形和齿廓修形, 使得齿轮的修形形式和方法有了较为深入的研究^[2-5]. 但是确定修形量的研究还有很大不足, 其值的选择很大程度上都是根据经验选择确定. 随着工业生产与科技的发展, 以及人们对可靠性理论与技术研究的重视, 从传统的可靠性(优化)设计^[6-7], 到引入灵敏度的可靠性

收稿日期: 2015-01-24

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51135003, 51205050, U1234208); 教育部新教师基金资助项目(20110042120020); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(N130503002); 机械系统与振动国家重点实验室开放课题(MSV201402).

作者简介: 杨周(1979-), 女, 辽宁鞍山人, 东北大学副教授; 张义民(1958-), 男, 吉林长春人, 东北大学教授, 博士生导师, 教育部“长江学者奖励计划”特聘教授.

灵敏度设计^[8-9],再到基于前两者之上的可靠性稳健设计^[10-11],可以看出可靠性设计理论逐渐地完善,而且在不少的设计实践中也取得了显著效益.而齿面修形是目前提高齿轮副啮合性能的主要措施.本文融合两者,将这一系统的可靠性设计理论应用于齿轮轮齿修形量的确定中,根据国家标准 GB/T3480—1997《渐开线圆柱齿轮承载能力计算方法》,并应用基于高阶矩技术上的可靠性灵敏度分析方法,提出了确定齿轮轮齿最佳修形量的优化设计方法.选择齿顶修形量、修形高度为设计变量,以及目标可靠度、可靠性敏感度纳入可靠性优化设计模型之中,为确定齿轮轮齿最佳修形量提供了一种实用有效的计算方法.

1 齿轮可靠性及灵敏度分析

根据可靠性摄动理论^[7],当求得功能函数的前四阶矩时,齿轮基本随机参数的前两阶矩已知的情况下,可靠性指标定义为

$$\beta_{SM} = \mu_g / \sigma_g = E[g(\mathbf{X})] / \sqrt{\text{Var}[g(\mathbf{X})]} \quad (1)$$

式中, β_{SM} 代表标准化坐标原点至曲面的切向平面的最短距离.

当齿轮基本随机参数为正态分布参数时,得可靠度的估计值为

$$R_{SM} = \Phi(\beta_{SM}) \quad (2)$$

其中 $\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布函数.

齿轮的随机参数前四阶矩已知情况下,可靠性指标为

$$\beta_{FM} = \frac{3(\alpha_{4g} - 1)\beta_{SM} + \alpha_{3g}(\beta_{SM}^2 - 1)}{\sqrt{(9\alpha_{4g} - 5\alpha_{3g}^2 - 9)(\alpha_{4g} - 1)}} \quad (3)$$

式中: $\alpha_{4g} = \eta_g / \sigma_g^4$ 为 $g(\mathbf{X})$ 的峰态系数; $\alpha_{3g} = \theta_g / \sigma_g^3$ 为 $g(\mathbf{X})$ 的偏态系数.在基本随机参数矩阵 $\mathbf{X} = (X_1 \ X_2 \ \dots \ X_n)^T$ 服从任意分布时,应用文献^[9]

$$\left. \begin{aligned} w_1 &= \frac{f_k(\mathbf{X}^{*1}) - f_k(\mathbf{X}^{*k})}{[f_1(\mathbf{X}^{*k}) - f_1(\mathbf{X}^{*1})] + [f_2(\mathbf{X}^{*(k-1)}) - f_2(\mathbf{X}^{*2})] + \dots + [f_k(\mathbf{X}^{*1}) - f_k(\mathbf{X}^{*k})]} \\ w_2 &= \frac{f_{k-1}(\mathbf{X}^{*2}) - f_{k-1}(\mathbf{X}^{*(k-1)})}{[f_1(\mathbf{X}^{*k}) - f_1(\mathbf{X}^{*1})] + [f_2(\mathbf{X}^{*(k-1)}) - f_2(\mathbf{X}^{*2})] + \dots + [f_k(\mathbf{X}^{*1}) - f_k(\mathbf{X}^{*k})]} \\ &\vdots \\ w_k &= \frac{f_1(\mathbf{X}^{*k}) - f_1(\mathbf{X}^{*1})}{[f_1(\mathbf{X}^{*k}) - f_1(\mathbf{X}^{*1})] + [f_2(\mathbf{X}^{*(k-1)}) - f_2(\mathbf{X}^{*2})] + \dots + [f_k(\mathbf{X}^{*1}) - f_k(\mathbf{X}^{*k})]} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中 \mathbf{X}^{*k} 表示分目标第 k 个目标的最优点.

这里,取两个分目标函数:一个目标是 $f_1(\mathbf{X})$ 为修缘齿轮的设计参数向量 $\mathbf{X} = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n)^T$ 均值灵敏度的平方和并且再开方;目标函数 $f_2(\mathbf{X})$ 表示修缘齿轮的质量,即 $f_2(\mathbf{X}) = \rho V$.

介绍的高阶矩方法,可以获得可靠度的估计量:

$$R_{FM} = \Phi(\beta_{FM}) \quad (4)$$

齿轮的可靠度对基本随机参数求偏导数,得到可靠度对各随机变量的均值灵敏度为

$$\frac{dR_{FM}(\beta_{FM})}{d\mathbf{X}^T} = \frac{\partial R(\beta_{FM})}{\partial \beta_{FM}} \frac{\partial \beta_{FM}}{\partial \beta_{SM}} \frac{\partial \beta_{SM}}{\partial \mu_g} \frac{\partial \mu_g}{\partial \mathbf{X}^T} \quad (5)$$

其中:

$$\frac{\partial R(\beta_{FM})}{\partial \beta_{FM}} = \varphi(\beta_{FM}); \quad (6)$$

$$\frac{\partial \beta_{FM}}{\partial \beta_{SM}} = \frac{3(\alpha_{4g} - 1) + 2\alpha_{3g}\beta_{SM}}{\sqrt{(9\alpha_{4g} - 5\alpha_{3g}^2 - 9)(\alpha_{4g} - 1)}}; \quad (7)$$

$$\frac{\partial \beta_{SM}}{\partial \mu_g} = \frac{1}{\sigma_g}; \quad (8)$$

$$\frac{\partial \mu_g}{\partial \mathbf{X}^T} = \left[\frac{\partial g}{\partial X_1} \quad \frac{\partial g}{\partial X_2} \quad \dots \quad \frac{\partial g}{\partial X_n} \right] \quad (9)$$

根据以上各公式可计算 \mathbf{X} 的均值灵敏度: $dR/d\mathbf{X}^T$.分析设计参数的改变对齿轮可靠性的影响,依据各设计参数对产品失效影响的不同程度来进行控制再设计,从而提高产品的可靠性.

2 修缘齿轮可靠性稳健优化模型

修缘齿轮的可靠性稳健设计问题的数学模型表示如下^[10]:

$$\begin{aligned} \min f(\mathbf{X}) &= \sum_{k=1}^n w_k f_k(\mathbf{X}); \\ \text{s. t. } R - R_0 &\geq 0, \\ q_i(\mathbf{X}) &\geq 0, (i = 1, \dots, l). \end{aligned} \quad (10)$$

式中: w_k 为模型中 $f_k(\mathbf{X})$ 的加权值, $w_k \geq 0$, 加权值取决于各目标函数的重要度,它的确定这里采用加权组合法中的像集法^[7]; R_0 为给定应满足要求的可靠度; $q_i(\mathbf{X})$ 为不等式约束.加权因子的确定如下:

3 修缘齿轮的强度计算

3.1 轮齿修形计算

不同齿轮存在不同的修形形式,并且修形的计

算方法与修形量的选用至今没有统一的计算标准与方法. 又由于齿轮修形本身就是一个复杂的涉及多个参量的设计, 综合起来考虑非常的繁杂, 本文为简化计算量, 仅针对齿顶修缘问题中齿顶修形量和修形高度为设计变量进行定量的研究.

1) 修形量 ΔS_{α} . 根据齿轮传动过程中主、从动轮齿弹性变量确定修形量, 即按齿轮副传递的转矩或功率确定作用在单位齿宽上的载荷, 而后计算齿顶修形量的最小和最大值, 并取其中间值作为修形量^[1].

主动轮(单位 mm):

$$\begin{cases} f_{1min} = (2 + 0.01599\omega_t) \times 25.4 \times 10^{-4}; \\ f_{1max} = (5 + 0.01599\omega_t) \times 25.4 \times 10^{-4}. \end{cases}$$

从动轮(单位 mm):

$$\begin{cases} f_{2min} = (0 + 0.01599\omega_t) \times 25.4 \times 10^{-4}; \\ f_{2max} = (3 + 0.01599\omega_t) \times 25.4 \times 10^{-4}. \end{cases}$$

所以, 主、从动轮齿顶修形量分别为

$$\Delta S_{\alpha 1} = \Delta_1 = (3.5 + 0.01599\omega_t) \times 25.4 \times 10^{-4}, \tag{12}$$

$$\Delta S_{\alpha 2} = \Delta_2 = (1.5 + 0.01599\omega_t) \times 25.4 \times 10^{-4}. \tag{13}$$

其中 ω_t 为轮齿单位齿宽上作用的圆周力,

$$\omega_t = F_t / b. \tag{14}$$

所以由式(12)和式(14)可得主动轮情况:

$$b = F_t / \omega_t = \frac{F_t}{24621.6877\Delta_1 - 218.886804}. \tag{15}$$

2) 修形高度 Δh . 修形高度的选取不统一, 这里采用文献[1]给出的经验公式 $\Delta h = \frac{1}{3}m_n$, 所以公式变换得

$$m_n = 3\Delta h. \tag{16}$$

3.2 齿面接触强度计算

齿轮的计算接触应力为

$$\sigma_H = Z_B Z_H Z_E Z_\epsilon Z_\beta \sqrt{\frac{F_t}{b m_n z_1} \frac{u \pm 1}{u} K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}}. \tag{17}$$

把式(15)和式(16)代入式(17)中, 齿轮的计算接触应力变为

$$\sigma_H = Z_B Z_H Z_E Z_\epsilon Z_\beta \sqrt{\frac{8207.229\Delta_1 - 72.9623}{\Delta h \cdot z_1}} \times \sqrt{\frac{u \pm 1}{u} K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}}. \tag{18}$$

式中: Z_B 为小齿轮单对齿啮合系数, 取值 1; Z_H 为

节点区域系数; Z_E 为材料弹性系数; Z_ϵ 为接触强度重合度系数; Z_β 接触强度计算的螺旋角系数; u 为齿数比; Z_1 为小齿轮齿数; K_V 动载系数; K_A 使用系数; $K_{H\beta}$ 接触强度计算的齿向载荷分布系数; $K_{H\alpha}$ 接触强度计算的齿间载荷分布系数.

齿面的许用接触应力为

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{Hlim} Z_{NT} Z_R Z_V Z_L Z_W Z_X}{S_{Hmin}}. \tag{19}$$

式中: σ_{Hlim} 为试验齿轮的齿面接触疲劳极限应力; Z_{NT} 为接触强度的寿命系数; Z_R 为表面粗糙度系数; Z_V 为速度系数; Z_W 为齿面工作硬化系数; Z_L 为润滑剂系数; Z_X 为接触强度计算的尺寸系数; S_{Hmin} 为接触强度的最小安全系数, 取为 1.

根据应力和强度相互关系, 以应力极限状态表示的功能函数为

$$g(X) = \sigma_{HP} - \sigma_H. \tag{20}$$

式中, 基本随机变量向量

$$X = (\sigma_{Hlim} Z_{NT} Z_R Z_V Z_L Z_W Z_X Z_H Z_E Z_\epsilon Z_\beta \Delta_1 \Delta h K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha})^T_{17 \times 1}.$$

3.3 齿根弯曲强度的计算

齿轮的计算弯曲应力为

$$\sigma_F = Y_{Fa} Y_{Sa} Y_\epsilon Y_\beta \frac{F_t}{b m_n} K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha}. \tag{21}$$

把式(15)和式(16)代入式(21), 则

$$\sigma_F = Y_{Fa} Y_{Sa} Y_\epsilon Y_\beta \frac{8207.229\Delta_1 - 72.9623}{\Delta h} K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha}. \tag{22}$$

式中: Y_{Fa} 为齿形系数; Y_{Sa} 为应力修正系数; Y_ϵ 为弯曲强度计算的重合度系数; Y_β 为弯曲强度计算的螺旋角系数; $K_{F\beta}$ 为弯曲强度计算的齿向载荷分布系数; $K_{F\alpha}$ 为弯曲强度计算的齿间载荷分布系数; 其余参量与前面相同.

齿轮的许用齿根应力为

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{Flim} Y_{NT} Y_{ST}}{S_{Fmin}} Y_{\delta relT} Y_{RrelT} Y_X. \tag{23}$$

式中: σ_{Flim} 为试验齿轮的弯曲疲劳极限应力; Y_{NT} 为弯曲强度的寿命系数; Y_{ST} 为试验齿轮的应力修正系数; $Y_{\delta relT}$ 为相对齿根圆角敏感系数; Y_{RrelT} 为相对齿根表面状况系数; Y_X 弯曲强度的尺寸系数; S_{Fmin} 弯曲强度的最小安全系数, 取值 1.25.

根据应力和强度关系, 这里定义功能函数为

$$g(X) = \sigma_{FP} - \sigma_F. \tag{24}$$

式中, 基本随机变量

$$X = (\sigma_{Flim} Y_{ST} Y_{NT} Y_{\delta relT} Y_{RrelT} Y_X Y_{Fa} Y_{Sa} Y_\epsilon Y_\beta \Delta_1 \Delta h K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha})^T_{16 \times 1}.$$

4 数值算例

4.1 可靠度灵敏度设计

某种机器的齿轮,各参量的均值根据工作要求按国标规定的方法计算或查线图可以得到,标准差和三四阶矩值按文献[9]给出的估算原则可以得到,数值如表 1 所示。

表 1 各参量的数值表
Table 1 Value table for each parameter

参量符号	均值	标准差	三阶矩	四阶矩
Z_{NT}	1.0	0.033	4.9536×10^{-5}	3.4392×10^{-6}
Z_R	1.03	0.03399	5.4129×10^{-5}	3.8709×10^{-6}
Z_L	0.92	0.03036	3.8573×10^{-5}	2.4639×10^{-6}
Z_V	1.04	0.03432	5.5721×10^{-5}	4.0234×10^{-6}
Z_H	2.32	0.01116	2.1516×10^{-6}	5.2509×10^{-8}
Z_W	1.0	0.033	4.9536×10^{-5}	3.4392×10^{-6}
Z_E	189	9.49	1.1781×10^3	2.3522×10^4
	$(N/mm^2)^{1/2}$	$(N/mm^2)^{1/2}$	$(N/mm^2)^{3/2}$	$(N/mm^2)^2$
Z_e	0.81	0.00405	9.1568×10^{-8}	7.8023×10^{-10}
Z_β	0.957	0.004785	1.5102×10^{-7}	1.5203×10^{-9}
K_V	1.484	0.1613	5.7847×10^{-3}	1.9631×10^{-3}
K_A	1.0	0.033	4.9536×10^{-5}	3.4393×10^{-6}
$K_{H\alpha}$	1.16	0.03828	7.7320×10^{-5}	6.2271×10^{-6}
$K_{H\beta}$	1.68	0.05544	2.0404×10^{-4}	2.2709×10^{-5}
Y_{NT}	1.0	0.033	4.9536×10^{-5}	3.4392×10^{-6}
Y_{ST}	2.1	0.0693	4.5875×10^4	6.6886×10^5
$Y_{\text{rel}T_1}$	0.99	0.03267	4.8065×10^{-5}	3.3037×10^{-6}
$Y_{\text{rel}T_2}$	1.01	0.03333	5.1037×10^{-5}	3.5789×10^{-6}
$Y_{\text{rel}T_1} = Y_{\text{rel}T_2}$	1.065	0.035145	5.9837×10^{-5}	4.4244×10^{-6}
$Y_{F\alpha 1}$	2.36	0.07788	6.5111×10^{-4}	5.2122×10^{-13}
$Y_{F\alpha 2}$	2.14	0.07062	4.8547×10^{-4}	7.2129×10^{-15}
$Y_{S\alpha 1}$	1.75	0.05775	2.65481×10^{-4}	1.4406×10^{-14}
$Y_{S\alpha 2}$	1.94	0.06402	3.61679×10^{-4}	4.9625×10^{-14}
Y_e	0.715	0.003575	6.2981×10^{-8}	4.7370×10^{-10}
Y_β	0.8	0.0040	8.8218×10^{-8}	7.4240×10^{-10}
$K_{F\beta}$	1.603	0.052899	2.0404×10^{-4}	2.2709×10^{-5}
$K_{F\alpha}$	1.16	0.03828	7.7320×10^{-5}	6.2271×10^{-6}
F_t	34644	519.66	1.9343×10^8	6.1149×10^{11}
σ_{Flim}	310	62	0	4.4329×10^7
σ_{Hlim}	1300	156	0	1.7767×10^9
Z_X	1.0	0.033	0	3.5578×10^{-6}
$Y_{X_1} = Y_{X_2}$	1.0	0.033	0	3.5578×10^{-6}
b	200	1.0	0	3.0
m_n	4	0.02	0	4.8×10^{-7}
d_1	148.75	0.74375	0	0.9180
Δ_1	0.016	8×10^{-5}	0	1.2288×10^{-12}
Δh	1.3333	6.6665×10^{-5}	0	5.9253×10^{-9}

4.2 可靠性稳健设计

设所要求的可靠度 $R_0 = 0.9961$,用可靠性稳健设计方法设计此齿轮的修形量、修形高度。

1) 建立目标函数:①要求齿轮的可靠度对设计变量 $\mathbf{X} = [x_1 \ x_2]^T$ (x_1 代表修形量 Δ_1 , x_2 代表修形高度 Δh) 均值的灵敏度平方和再开方的值为最小 $f_1(x)$;②要求齿轮的质量最小,易知,转变为体积 V 最小即可,这里使用简化计算 $f_2(x) = (\pi/4) \times (1 + u^2) m_n^2 \cdot z_1^2 \cdot b$ 来表示齿轮体积.然后将式(15)和式(16)代入到 $f_2(x)$ 中, f_1 和 f_2 两者表达式分别为

$$f_1(x) = \sqrt{\sum_{i=1}^2 \left(\frac{\partial R}{\partial x_i} \right)^2},$$

$$f_2(x) = \frac{2.25\pi(1+u^2) \cdot x_2^2 \cdot z_1^2 \cdot F_t}{24621.68777x_1 - 218.886804}$$

所以目标函数为

$$f = \omega_1 f_1(x) + \omega_2 f_2(x) \quad (25)$$

2) 建立约束条件:约束条件为

$$R - R_0 \geq 0, 0.01312 \leq x_1 \leq 0.0328, \quad (26)$$

$$0.6667 \leq x_2 \leq 2.6667.$$

3) 应用计算机程序优化求解:选取初值 $x_1 = 0.016 \text{ mm}$, $x_2 = 1.3333 \text{ mm}$,按照齿面接触强度计算求得小齿轮的修形量 $\Delta_1 = 0.01312 \text{ mm}$,修形高度 $\Delta h = 0.8899 \text{ mm}$.此时 f 有最小值为 $f = 3.914112179$ (优化前 $f = 5.321416986$),数值明显减小,得到此齿轮的可靠度指标、可靠度和可靠性灵敏度(见表 2 优化前后).其中, R_{MCS} 是使用 Monte Carlo 数值技术模拟的可靠度,模拟过程中取样本数量 10^5 ; R_{FM} 是采用四阶矩方法计算的可靠度(从动轮的求解方法相同略)。

选取同样的初值,按照齿根弯曲疲劳强度计算求得小齿轮的修形量 $\Delta_1 = 0.01312 \text{ mm}$,修形高度 $\Delta h = 1.1952 \text{ mm}$,此时 f 有最小值为 $f = 0.393104461$ (优化前 $f = 3.074690009$),数值明显减小.得到此齿轮的可靠度指标、可靠度和可靠性灵敏度(见表 3 优化前后)。

从计算结果比较可以看出,无论是依据齿面接触强度可靠性稳健设计,还是通过齿根弯曲疲劳强度可靠性稳健设计获得的修形量大小与修形高度,均可以使齿轮的可靠性指标和可靠度增大,使设计参数的灵敏度的数量值明显变小,说明优化的设计参数不仅提高了齿轮的安全性,而且使得齿轮稳健性得到增强。

表 2 按照齿面接触强度稳健优化前后对比
Table 2 Contrast on robust optimization based on tooth surface contact strength

名称	优化前	优化后
β_{SM}	2.945 5	3.164 4
β_{FM}	3.515 9	3.827 3
R_{MCS}	0.999 4	0.999 7
R_{FM}	0.999 7	0.999 9
$dR_{FM}/d\sigma_{Hlim}$	6.014×10^{-6}	1.963×10^{-6}
dR_{FM}/dZ_{NT}	7.819×10^{-3}	2.552×10^{-3}
dR_{FM}/dZ_R	7.591×10^{-3}	2.478×10^{-3}
dR_{FM}/dZ_V	7.518×10^{-3}	2.454×10^{-3}
dR_{FM}/dZ_L	8.499×10^{-3}	2.774×10^{-3}
dR_{FM}/dZ_W	7.819×10^{-3}	2.552×10^{-3}
dR_{FM}/dZ_X	7.819×10^{-3}	2.552×10^{-3}
dR_{FM}/dZ_H	-1.871×10^{-3}	-5.768×10^{-4}
dR_{FM}/dZ_E	-2.287×10^{-5}	-7.050×10^{-6}
dR_{FM}/dZ_e	-5.360×10^{-3}	-1.652×10^{-3}
dR_{FM}/dZ_β	-4.537×10^{-3}	-1.398×10^{-3}
$dR_{FM}/d\Delta_1$	-3.053×10^{-1}	-1.582×10^{-1}
$dR_{FM}/d\Delta h$	1.628×10^{-3}	7.518×10^{-4}
dR_{FM}/dK_A	-2.171×10^{-3}	-6.690×10^{-4}
dR_{FM}/dK_V	-1.463×10^{-3}	-4.508×10^{-4}
$dR_{FM}/dK_{H\beta}$	-1.292×10^{-3}	-3.982×10^{-4}
$dR_{FM}/dK_{H\alpha}$	-1.871×10^{-3}	-5.768×10^{-4}

表 3 按照齿根弯曲疲劳强度稳健优化前后对比
Table 3 Contrast on robust optimization based on tooth root bending fatigue strength

名称	优化前	优化后
β_{SM}	1.745 8	2.423 3
β_{FM}	1.749 0	2.444 2
R_{MCS}	0.987 7	0.987 6
R_{FM}	0.959 9	0.992 7
$dR_{FM}/d\sigma_{Flim}$	1.273×10^{-3}	3.063×10^{-4}
dR_{FM}/dY_{ST}	1.880×10^{-1}	4.522×10^{-2}
dR_{FM}/dY_{NT}	3.947×10^{-1}	9.496×10^{-2}
$dR_{FM}/dY_{\delta relT_1}$	3.987×10^{-1}	9.592×10^{-2}
dR_{FM}/dY_{RrelT_1}	3.706×10^{-1}	8.916×10^{-2}
dR_{FM}/dY_X	3.947×10^{-1}	9.496×10^{-2}
$dR_{FM}/dY_{F\sigma}$	-6.952×10^{-2}	-1.110×10^{-2}
$dR_{FM}/dY_{S\sigma}$	-9.376×10^{-2}	-1.497×10^{-2}
dR_{FM}/dY_e	-2.295×10^{-1}	-3.664×10^{-2}
dR_{FM}/dY_β	-2.051×10^{-1}	-3.274×10^{-2}
$dR_{FM}/d\Delta_1$	-23.076 86	-6.912 66
$dR_{FM}/d\Delta h$	1.231×10^{-1}	2.192×10^{-2}
dR_{FM}/dK_A	-1.641×10^{-1}	-2.619×10^{-2}
dR_{FM}/dK_V	-1.106×10^{-1}	-1.765×10^{-2}
$dR_{FM}/dK_{F\beta}$	-1.024×10^{-1}	-1.634×10^{-2}
$dR_{FM}/dK_{F\sigma}$	-1.414×10^{-1}	-2.258×10^{-2}

5 结 论

本文从渐开线圆柱齿轮的可靠性稳健设计角度出发对任意分布参数的齿轮修形量进行定量分析,所研究的方法解决了齿轮轮齿部分修形量的确定问题. 不仅能得到最佳的修形量,而且能降低制造成本,提高承载能力,改善齿轮啮合性能,增强齿轮的可靠性和传动稳健性. 数值计算结果可为工程设计人员定量和精确设计齿轮修形量提供设计依据,为齿轮的安全稳定设计、制造、使用和评价提供技术支持. 但齿轮修形设计存在多种形式,本文介绍的基于可靠性稳健设计方法进行齿轮轮齿最佳修形量的确定方法,暂且只能解决部分低速齿轮齿向修形形式的修形量问题,而对于高速齿轮齿形修形和齿向修形问题的解决还需进一步的展开研究.

参考文献:

- [1] 《现代机械传动手册》编辑委员会. 现代机械传动手册[M]. 2 版. 北京:机械工业出版社,2002:119-180. (《Handbook of Modern Mechanical Drive》Editorial Board. Handbook of modern mechanical drive[M]. 2nd ed. Beijing: China Machine Press,2002:119-180.)
- [2] Mao K. Gear tooth contact analysis and its application in the reduction of fatigue wear [J]. *Wear*, 2007, 262 (11/12): 1281-1288.
- [3] Faggioni M, Samani S F, Bertacchi G, et al. Dynamic optimization of spur gears [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2010, 46(4):544-557.
- [4] Chen Z G, Shao Y M. Mesh stiffness calculation of a spur gear pair with tooth profile modification and tooth root crack [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2013, 62(4):63-74.
- [5] Bonori G, Barbieri M, Pellicano F. Optimum profile modifications of spur gears by means of genetic algorithms [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, 313 (3/4/5): 603-616.
- [6] Lemaire M. Reliability and mechanical design [J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 1997, 55(2):163-170.
- [7] Zhang Y M, Liu Q L. Reliability-based design of automobile components [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part D - Journal of Automobile Engineering*, 2002, 216(D6):455-471.
- [8] Zhang Y M, Liu Q L, Wen B C. Quasi-failure analysis on resonant demolition of random structural systems [J]. *AIAA Journal*, 2002, 40(3):585-586.
- [9] 杨周,张义民. 具有不完全概率信息的圆柱齿轮传动的可靠性灵敏度设计 [J]. *机械传动*, 2009, 33(2):29-34. (Yang Zhou, Zhang Yi-min. Reliability sensitivity of cylindrical gear pairs under the incomplete probability information [J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2009, 33(2):29-34.)
- [10] 张义民,杨周,张旭方. 任意分布参数的车辆常用弹簧的可靠性稳健设计 [J]. *机械科学与技术*, 2009, 28(5):561-567. (Zhang Yi-min, Yang Zhou, Zhang Xu-fang. Reliability-based robust design of vehicle springs with arbitrary distribution parameters [J]. *Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering*, 2009, 28(5):561-567.)
- [11] Zhao Y G, Ono T. Moment methods for structural reliability [J]. *Structural Safety*, 2001, 23(1):47-75.