

# 基于变权-未确知测度理论的岩溶路基稳定性分析

康 虔<sup>1</sup>, 王新民<sup>1</sup>, 蒲 浩<sup>2</sup>, 王 石<sup>1</sup>

(1. 中南大学 资源与安全工程学院, 湖南 长沙 410083; 2. 中南大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410075)

**摘 要:** 为了研究岩溶区公路路基的稳定性, 基于对岩溶路基稳定性影响最大的 16 个指标建立未确知测度分析模型及各指标的未确知测度函数. 利用变权重理论计算指标权重以避免常权评价易导致的“状态失衡”的问题, 最后采用置信度识别准则判定路基风险等级. 将该方法应用到湖南省石门县干线公路改造当中, 得出 1#段路基和 2#段路基的风险性等级分别为Ⅳ级、Ⅲ级, 即 2#段路基风险性等级较高, 这与工程实际较为符合. 该方法可作为路基稳定性分析的一种新手段, 其分析结果可作为设计和施工依据.

**关 键 词:** 公路; 稳定性分析; 未确知测度; 岩溶路基; 变权计算

**中图分类号:** TU 457; X 951 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-3026(2016)03-0435-05

## Analysis of Subgrade Stability in Karst Area Based on Variable Weight Theory-Uncertainty Measurement Method

KANG Qian<sup>1</sup>, WANG Xin-min<sup>1</sup>, PU Hao<sup>2</sup>, WANG Shi<sup>1</sup>

(1. School of Resources and Safety Engineering, Central South University, Changsha 410083, China; 2. School of Civil Engineering, Central South University, Changsha 410075, China. Corresponding author: KANG Qian, E-mail: kangqian@csu.edu.cn)

**Abstract:** In order to study the stability of subgrade in karst area, the analysis model of uncertainty measurement was established based on sixteen indexes having the greatest impact on the karst subgrade stability. Also, the uncertain measurement functions of all indicators were established. Each index weight was calculated by using variable weight to avoid the “state out of balance” phenomenon caused by constant weights evaluation. Finally, the risk grade prediction of subgrade stability was made according to grade determination based on confidence identification criteria. This model was applied to the highway reconstruction project in Shimen City Hunan Province. The results showed that the risk grade of 1# subgrade and 2# subgrade were IV and III respectively. Namely, the risk grade of 2# subgrade is higher. The results agree well with the actual engineering. The method can provide a new way for subgrade stability analysis and a reference to subgrade design and construction.

**Key words:** highway; stability analysis; uncertainty measurement; karst subgrade; variable weight calculation

随着我国西南岩溶区干线公路建设的蓬勃发展, 岩溶区公路路基的稳定性分析与评价成为公路设计的新挑战, 是该区域修建干线公路的重要技术之一.

国内外学者采用复杂的非线性计算及数值模拟对路基稳定性进行研究<sup>[1-3]</sup>取得了良好的效果, 但是计算过程繁琐、操作复杂. 多数工程技术

人员仍采用公路设计手册(路基)中的安全厚度估算公式或者可靠性分析方法对路基稳定性进行初步判定. 然而路基稳定性受到岩石力学、地质条件等诸多不确定性因素的影响, 各因素相互关联、彼此耦合, 是一个复杂的系统工程. 以往采用常权重对路基稳定性进行评价的可靠性分析方法在评价指标统计值趋于边缘状态时易出现“状态失

收稿日期: 2014-11-26

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51378512).

作者简介: 康 虔(1986-), 男, 江西泰和人, 中南大学博士研究生; 王新民(1957-), 男, 安徽安庆人, 中南大学教授, 博士生导师.

衡”现象,不能完全反映工程实际.

鉴于此,笔者在前人研究的基础上综合考虑岩溶区公路路基稳定性影响最大的指标,引入变权重理论<sup>[4]</sup>与未确知测度理论相结合构造岩溶区路基稳定性评价模型.共研究了岩体单轴饱和抗压强度、岩体完整性系数、岩体软化系数等 16 项评价指标对岩溶区路基稳定性的影响,采用层次分析法和变权重理论组合确定各指标的变权重,再用未确知测度理论计算岩溶区路基稳定性等级预测值.该模型一定程度上避免了常权指标进行分析计算时易导致的“状态失衡”问题,弥补了以往研究的不足,为工程的设计与施工提供科学合理的决策依据.

## 1 评价模型

### 1.1 未确知测度理论

该理论可简单表述如下<sup>[5]</sup>:

设待评对象集  $R = \{R_1, R_2, R_3, \dots, R_n\}$ , 评价指标集  $I = \{I_1, I_2, \dots, I_m\}$ . 若  $x_{ij}$  表示第  $i$  个待评对象  $R_i$  关于第  $j$  个评价指标  $I_j$  的测量值, 得到  $m$  维向量  $R_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im})$ . 设评价等级空间  $U = \{C_1, C_2, \dots, C_p\}$ , 第  $k$  个评价等级  $C_k$  为  $x_{ij}$  的等级值; 若第  $k$  级稳定性比第  $k+1$  级高, 记作  $C_k > C_{k+1}$ ; 若  $C_1 > C_2 > \dots > C_p$ , 或  $C_1 < C_2 < \dots < C_p$ , 则称  $\{C_1, C_2, \dots, C_p\}$  为  $U$  的一个有序分割类.

若  $\mu_{ijk} = \mu(x_{ij} \in C_k)$  为统计值  $x_{ij}$  在第  $k$  个预测等级  $C_k$  的程度, 并满足:

$$0 \leq \mu(x_{ij} \in C_k) \leq 1, (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m; k = 1, 2, \dots, p). \quad (1)$$

归一性:

$$\mu(x_{ij} \in U) = 1 (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m). \quad (2)$$

可加性:

$$\mu | x_{ij} \in \bigcup_{l=1}^k C_l | = \sum_{l=1}^k \mu(x_{ij} \in C_l) \quad (k = 1, 2, \dots, p), \quad (3)$$

$\mu$  即为该指标的测度.

### 1.2 单指标未确知测度矩阵

构造单指标测度函数  $\mu(x_{ij} \in C_k) (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m; k = 1, 2, \dots, p)$ , 计算  $X_i$  各指标测度值  $\mu_{ijk}$ , 得到单指标测度评价矩阵  $A$ :

$$A = (\mu_{ijk})_{m \times p} = \begin{bmatrix} \mu_{i11} & \mu_{i12} & \dots & \mu_{i1p} \\ \mu_{i21} & \mu_{i22} & \dots & \mu_{i2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mu_{im1} & \mu_{im2} & \dots & \mu_{imp} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

### 1.3 指标权重的确定

在进行指标变权重计算之前, 必须先确定该指标的常权重. 常权重的确定可采用层次分析法<sup>[6]</sup>, 再根据变权重理论的基本定义, 设因素状态向量  $X = (x_1, \dots, x_n)$  满足以下定义<sup>[7]</sup>:

**定义 1** 具有归一性、连续性、单调性的  $n$  个映射  $w_j (j = 1, \dots, n), [0, 1]^n \rightarrow [0, 1], (x_1, \dots, x_n) \rightarrow w_j(x_1, \dots, x_n)$  称作一组变权, 则变权向量为  $W(X) = (w_1(X), \dots, w_n(X))$ .

**定义 2** 一组满足以下条件的映射  $S: [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]^n, X \rightarrow S(X) = (S_1(X), \dots, S_n(X))$  被称作  $n$  维惩罚型变权向量:

- 1)  $x_i \geq x_j \Rightarrow S_i(X) \leq S_j(X)$ ;
- 2)  $S_j(X)$  对每个变元连续 ( $j = 1, \dots, n$ );
- 3) 对任意常权向量  $W = (w_1, \dots, w_n)$ , 下式都满足定义 1:

$$W(X) = \frac{W \cdot S(X)}{\sum_{j=1}^n (w_j S_j(X))}. \quad (5)$$

式中  $W \cdot S(X) = (w_1 S_1(X), \dots, w_n S_n(X))$  称为 Hardarmard 乘积<sup>[8]</sup>.

某个梯度向量是状态变权向量的  $m$  维实函数称为均衡函数. 针对变权向量的两种不同类型, 定义惩罚型均衡函数如下:

**定义 3** 映射  $B: [0, 1]^m \rightarrow \mathbf{R}$  (实数集合) 表示一个具有连续偏导数的  $m$  元均衡函数. 实际操作中应分析实际情况, 通过选取合适的函数形态, 确定各因素权重与其状态值之间的变化关系, 最后选取调整因子来构造.

### 1.4 预测矩阵

若有  $\mu_{ik}$  满足  $0 \leq \mu_{ik} \leq 1, \mu_{ik} = \sum_{i=1}^n W_i \mu_{ijk} (k = 1, 2, \dots, p)$ , 得到预测矩阵  $B$ :

$$B = (\mu_{ik})_{n \times p} = \begin{bmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \dots & \mu_{1p} \\ \mu_{21} & \mu_{22} & \dots & \mu_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mu_{n1} & \mu_{n2} & \dots & \mu_{np} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

### 1.5 置信度识别及结果评判

采用置信度评价准则<sup>[9]</sup>来计算路基稳定性分析结果. 取  $\lambda$  为置信度 ( $\lambda \geq 0.5, \lambda$  一般取 0.5 或 0.6), 若  $C_1 > C_2 > \dots > C_p$ , 并有

$$p_0 = \min | p: \sum_{k=1}^p \mu_{ik} > \lambda, i = 1, 2, \dots, n |, \quad (7)$$

则待评对象等级为第  $p_0$  个评价等级  $C_{p_0}$ .

2 评价模型指标体系的建立

笔者根据西南山区低等级干线公路功能,通过查阅相关规范、文献[10-14],根据 AHP 法建立的岩溶路基稳定性综合评价指标体系( $O$ )包括三个准则层:溶洞岩体特征  $P_1$ ,以岩体单轴饱和抗压强度( $I_1$ )、岩体完整性系数( $I_2$ )、岩体软化系数( $I_3$ )3 个指标分析;溶洞特性  $P_2$ ,以顶板厚度( $I_4$ )、溶洞跨度( $I_5$ )、岩溶发育情况( $I_6$ )、高跨比( $I_7$ )、溶洞充填情况( $I_8$ )、裂隙发育及胶结情况( $I_9$ )、覆土厚度( $I_{10}$ )7 个指标分析;工程环境特性  $P_3$ ,以地下水位变幅( $I_{11}$ )、地下水发育情况( $I_{12}$ )、公路路线与岩层构造线夹角( $I_{13}$ )、折算交通量( $I_{14}$ )、车辆荷载强度( $I_{15}$ )、车辆荷载效应( $I_{16}$ )6

个指标分析.由分级标准化法将各指标分为 5 级,评价等级集  $\{C_1, C_2, C_3, C_4, C_5\}$ ,即 I 级、II 级、III 级、IV 级和 V 级.

每级评价指标都根据干线公路功能及建设标准按单因素分类法设置一个取值标准.指标  $I_1, I_2, I_3$  取值标准参考文献[10]选取; $I_{13}$ 取值标准参考文献[11]选取; $I_{14}$ 取值标准根据文献[12]中各等级公路通行能力及服务水平确定;其余指标取值标准参考文献[13-14]选取.定量指标用实测值进行评价,其分级标准见表 1;定性指标则采用赋值法转化为半定量指标参与到模型分析之中,其分级标准及赋值情况见表 2.由表 1 构建岩溶区路基稳定性各评价指标的测度函数(见图 1),各指标的未确知测度值由此函数查得.

表 1 定量指标分级标准  
Table 1 Classification criterion of quantitative indexes

等级	抗压强度 $I_1/\text{MPa}$	岩体完整性 指数 $I_2$	岩体软化 系数 $I_3$	顶板厚度 $I_4/\text{m}$	溶洞跨度 $I_5/\text{m}$	覆土厚 度 $I_{10}/\text{m}$	地下水位变 幅 $I_{11}/\text{m}$	路线与岩层构 造线夹角 $I_{13}/(^{\circ})$	交通量 $I_{14}/(\text{pcu}\cdot\text{h}^{-1})$
I级	$\leq 5$	$\leq 0.15$	$\leq 0.40$	$\leq 1.5$	$\geq 7.0$	$\leq 6$	$\geq 2.0$	$\leq 30$	$\geq 2\,500$
II级	15~5	0.35~0.15	0.55~0.40	1.5~3.0	5.0~7.0	10~6	2.0~1.0	45~30	2 100~2 500
III级	30~15	0.55~0.35	0.68~0.55	3.0~4.5	3.0~5.0	15~10	1.5~1.0	60~45	1 700~2 100
IV级	60~30	0.75~0.55	0.80~0.68	4.5~6.0	1.5~3.0	20~15	1.0~0.5	75~60	1 200~1 700
V级	$>60$	$>0.75$	$>0.80$	$>6.0$	$<1.5$	$>20$	$<0.5$	$>75$	$<1\,200$

表 2 定性指标分级标准  
Table 2 Classification criterion of qualitative indexes

影响程 度分级	赋 值	岩溶发 育情况 $I_6$	高跨比 $I_7$	充填情况 $I_8$	裂隙发育 及胶结情况 $I_9$	地下水发育 情况 $I_{12}$	车辆荷载 强度 $I_{15}$	车辆荷载 效应 $I_{16}$
I 级	1	极发育	不利	无充填	极发育,少数胶结	有大量涌水	大	强
II 级	2	发育	稍微有利	少部分充填	发育,少数胶结	有少量涌水	较大	较强
III 级	3	较发育	一般有利	半充填	发育,大部分胶结	地下水较发育	一般	一般
IV 级	4	稍发育	有利	大部分充填	稍发育,多数胶结	地下水发育	较小	较弱
V 级	5	不发育	非常有利	全充填	不发育或稍发育但胶结好	地下水不发育	小	弱

3 实例应用

3.1 确定单指标测度矩阵

湖南省石门县冉闫公路起于临澧县与石门县交界处的冉家坪,终于闫家溶与既有 S303 相接.项目所在地属中低山地貌,沿线主要为山地,区域

地质稳定、地质构造简单且沿线存在多处岩溶发育地质段.该项目在 K10+800(1#)与 K11+580(2#)两段路基存在下伏岩溶,根据现场对两处溶洞取样测试所得数据及该道路设计文件说明书,两段路基各项指标统计值可见表 3.以 1#路基为例,将各指标统计值代入图 1 中相对应的函数中,得出单指标测度评价矩阵,见式(8).

表 3 指标统计值  
Table 3 Measured data of all indexes

路基	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	$I_5$	$I_6$	$I_7$	$I_8$	$I_9$	$I_{10}$	$I_{11}$	$I_{12}$	$I_{13}$	$I_{14}$	$I_{15}$	$I_{16}$
I	32.6	0.79	0.82	6.2	2.4	4	2	3	4	1	0.3	5	48	1 654	5	2
II	30.4	0.68	0.76	7.1	1.8	3	3	2	3	1	0.2	5	82	1 654	3	2

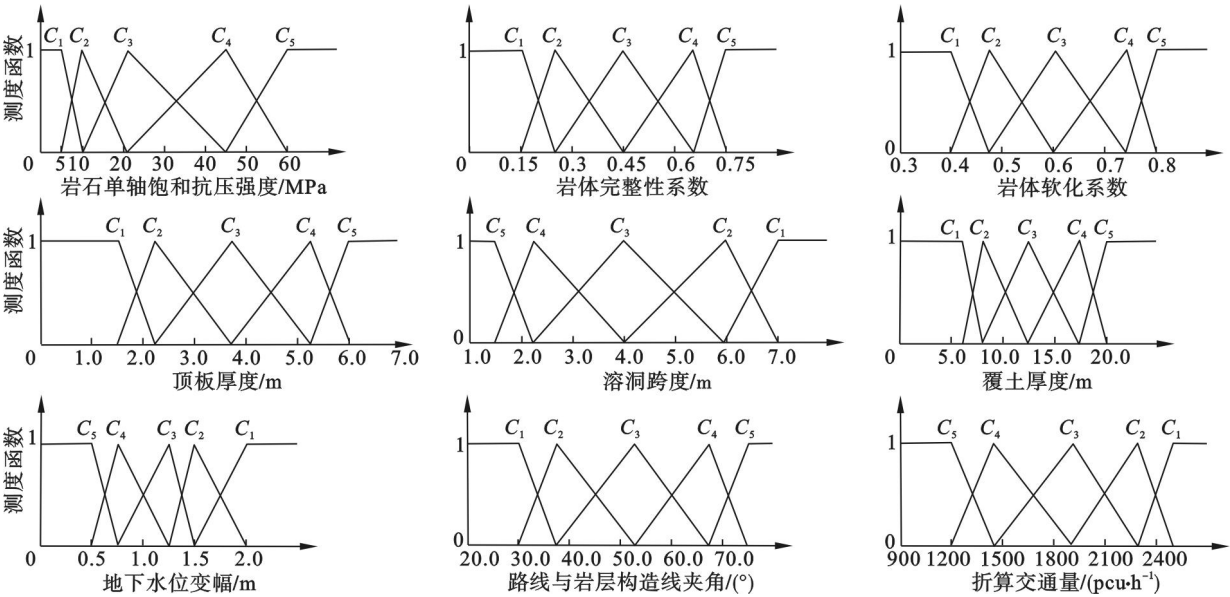


图 1 各因素单指标测度函数

Fig. 1 Uncertainty measurement function of all single index

$(\mu_{1jk})_{16 \times 5} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.5221 & 0.4779 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0.1000 & 0.9000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.3000 & 0.7000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3804 & 0.6196 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$

(8)

3.2 指标常权重计算

根据层次分析法计算常权向量  $W$  为

$W = \{0.0391, 0.0686, 0.0686, 0.0686, 0.0547, 0.0686, 0.0686, 0.0686, 0.0686, 0.0686, 0.0686, 0.0686, 0.0426, 0.0403, 0.0686, 0.0686\}.$

3.3 指标变权重计算

1) 归一化指标矩阵. 由以下方式构造标准化决策矩阵  $C = (c_{ij})_{m \times n}$ .

越大越优型指标:

$$c_{ij} = \frac{x_{ij} - \min_i(x_{ij})}{\max_i(x_{ij}) - \min_i(x_{ij})}; \tag{9}$$

越小越优型指标:

$$c_{ij} = \frac{\max_i(x_{ij}) - x_{ij}}{\max_i(x_{ij}) - \min_i(x_{ij})}. \tag{10}$$

岩溶区路基各指标统计值归一化处理后得到归一化矩阵  $C$ :

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0.7 & 0.75 & 0.25 & 0.5 & 0.75 & 0 & 1 & 1 & 0.6 & 1 & 1 & 0.25 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0.9 & 0.5 & 0.5 & 0.25 & 0.5 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0.5 & 0.25 \end{bmatrix}. \tag{11}$$

2) 构造状态变权向量. 指数型状态变权向量具有参数设置灵活、决策要求体现明显、扩展能力强等优点被本次研究所借鉴,构造状态变权向量  $S(X_i) = (S_1(X_i), S_2(X_i), \dots, S_n(X_i))$  如下:

$$S_j(X_i) = \begin{cases} -\alpha(x_{ij}-\beta) & (x_{ij} \leq \beta); \\ (x_{ij} > \beta). \end{cases} \tag{12}$$

式中:  $j=1, \dots, n; \alpha \geq 0; 0 < \beta \leq 1$ , 其中  $\beta$  即否定水平, 在第  $j$  项指标状态值  $x_{ij}$  小于  $\beta$  时, 通过变权计算增大权重;  $\alpha$  为惩罚水平, 体现变权激励的强弱.

3) 确定变权向量. 根据矩阵  $C$ , 可以认为归一化之后小于 0.8 的指标为估计值处于边缘状态, 故取否定水平  $\beta = 0.8$ , 惩罚水平  $\alpha = 0.5$ , 结合式 (5), 式 (12) 以及常权  $W$  计算变权向量得到各指标变权重:

$W_I = \{0.0356, 0.0624, 0.0624, 0.0624, 0.0523, 0.0640, 0.0822, 0.0725, 0.0640, 0.0931, 0.0624, 0.0624, 0.0430, 0.0367, 0.0624, 0.0822\};$

$W_{II} = \{0.0361, 0.0419, 0.0372, 0.0616,$



0.061 7, 0.071 6, 0.071 6, 0.081 1, 0.071 6, 0.091 9, 0.061 6, 0.061 6, 0.061 6, 0.036 2, 0.071 6, 0.081 1}.

### 3.4 预测结果

由式(6)得多指标未确知测度矩阵, 见式(13).

$$(\mu_{ik})_{2 \times 5} = \begin{bmatrix} 0.093 0 & 0.191 3 & 0.149 2 & 0.192 1 & 0.374 4 \\ 0.091 9 & 0.176 0 & 0.331 0 & 0.071 8 & 0.329 3 \end{bmatrix} \quad (13)$$

选取置信度  $\lambda = 0.5$ , 由式(7)可得 1#段路基和 2#段路基的风险性等级分别为Ⅳ级、Ⅲ级. 即 1#段路基较稳定, 风险可容许, 可进行正常施工管理; 2#段路基稳定性一般, 风险部分可接受, 需采取一定的治理控制措施. 设计人员根据本次评价结果对 2#路段设计现浇钢筋混凝土板上跨该溶槽.

采用文献[14]中的区间模糊评判法的对冉闫公路两段岩溶路基的稳定性进行评价, 评价结果与本次分析结果一致. 本法在权重确定时采用变权计算, 指标权重根据指标因素状态值而改变, 比文献[14]中所采用的常权分析法取得的指标权重更贴合工程实际.

## 4 结 论

1) 基于变权重理论及未确知测度理论建立岩溶区路基稳定性评价模型, 综合考虑溶洞岩体特征、溶洞特性及工程环境特征等影响因素的相互作用, 对岩溶路基稳定性进行分级.

2) 在常权评价的基础上采用变权重计算方法确定指标权重, 一定程度上避免常权评价时易导致的“状态失衡”问题.

3) 将该模型对湖南省石门县干线公路两段下伏岩溶路基进行稳定性评价. 分析结果表明该评价模型操作方便简单, 具有工程可靠性, 可在勘察阶段对岩溶区路基稳定性做出初步判断.

4) 该方法较为理想和实用, 不但能在设计阶段对岩溶路基的风险等级进行划分, 而且能客观反映岩溶路基运营期间的危险源情况, 为路基稳定性评价提供了一种新思路.

### 参考文献:

[1] Traylor M L, Thompson M R. Sinkage prediction-subgrade

stability [M]. Illinois: University of Illinois at Urbana-Champaign, 1977: 6-17.

- [2] Ahmed A. Recycled bassanite for enhancing the stability of poor subgrades clay soil in road construction projects [J]. *Construction and Building Materials*, 2013, 48 (5): 151-159.
- [3] Jiang C, Zhao M H, Cao W G. Stability analysis of subgrade cave roofs in karst region [J]. *Journal of Central South University of Technology*, 2008, 15(2): 38-44.
- [4] Liu K D, Cao Q K, Pang Y J. A method of fault diagnosis based on unascertained set [J]. *Acta Automatic Sinica*, 2004, 30(5): 747-756.
- [5] Zhou J, Li X B. Integrating unascertained measurement and information entropy theory to assess blastability of rock mass [J]. *Journal of Central South University*, 2012, 19 (7): 1953-1960.
- [6] Rahimdel M J, Ataei M. Application of analytical hierarchy process to selection of primary crusher [J]. *International Journal of Mining Science and Technology*, 2014, 24 (4): 519-523.
- [7] Li H X, Li L X, Wang J Y, et al. Fuzzy decision making based on variable weights [J]. *Mathematical and Computer Modelling*, 2004, 39(2): 163-179.
- [8] Li H X, Chen C L P, Yen V C, et al. Factor spaces theory and its applications to fuzzy information processing: two kinds of factor space canes [J]. *Computers & Mathematics with Applications*, 2000, 40(6): 835-843.
- [9] Liu A H, Dong L, Dong L J. Optimization model of unascertained measurement for underground mining method selection and its application [J]. *Journal of Central South University of Technology*, 2010, 17(4): 744-749.
- [10] 中华人民共和国建设部. 岩土工程勘察规范: GB 50021—2001 [S]. 北京: 中国建筑出版社, 2001.  
(Construction Department of PRC. Code for investigation of geotechnical engineering: GB50021—2001 [S]. Beijing: China Architecture Press, 2001.)
- [11] 交通部第二公路勘察设计院. 公路设计手册: 路基 [M]. 2版. 北京: 人民交通出版社, 2004: 328-335.  
(Second Highway Investigation and Design Institute of Ministry of Communication of China. Manual of highway designing: subgrade [M]. 2nd ed. Beijing: People's Communications Press, 2004: 328-335.)
- [12] 中华人民共和国交通部. 公路路线设计规范: JTG D20—2006 [S]. 北京: 人民交通出版社, 2006.  
(Ministry of Communications of the PRC. Design specification for highway alignment: JTG D20—2006 [S]. Beijing: People's Communications Press, 2006.)
- [13] Chen D F, Qin W J, Zheng C Y, et al. Safety evaluation criteria and early warning system of road subgrade [C]// International Journal of Pavements Conference. São Paulo: IJPC, 2013: 1-7.
- [14] 张永杰, 曹文贵, 赵明华, 等. 岩溶区公路路基稳定性的区间模糊评判分析方法 [J]. *岩土工程学报*, 2011, 33 (1): 38-44.  
(Zhang Yong-jie, Cao Wen-gui, Zhao Ming-hua, et al. Interval fuzzy judgment method for roadbed stability in karst area [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2011, 33(1): 38-44.)