

考虑不均匀发车间隔的公交网络时刻表优化模型

吴影辉^{1,2}, 唐加福¹

(1. 东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110819; 2. 江苏科技大学 经济管理学院, 江苏 镇江 212003)

摘 要: 公交网络时刻表设计就是通过优化各线路车次的发车时间, 使不同线路的车辆协同到达换乘站点, 以方便乘客换乘. 研究了不均匀发车间隔情况下公交网络时刻表设计问题. 使用数学不等式描述了乘客的换乘等待时间, 构建了以最小化乘客总换乘等待时间为目标的混合整数规划模型, 分析了该模型的计算复杂性和可行解的空间结构特征. 基于模型特征分析, 设计了能缩减求解空间的预处理方法. 采用 CPLEX 优化软件对预处理后的模型进行求解. 通过计算不同算例, 验证了求解方法和模型的有效性.

关 键 词: 公交时刻表; 不均匀发车间隔; 换乘等待时间; 混合整数规划模型; 预处理方法

中图分类号: U 491 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-3026(2016)04-0461-06

Optimization Model for Bus Network Timetabling with Uneven Headway

WU Ying-hui^{1,2}, TANG Jia-fu¹

(1. School of Information Science & Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China;

2. Economics & Management School, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212003, China.

Corresponding author: WU Ying-hui, E-mail: neuyhwu@gmail.com)

Abstract: The bus network timetabling is to optimize the departure time of each trip of all lines to make buses from different lines synchronously arrive at transfer nodes, so that passengers have smooth transfers. A bus network timetabling problem with uneven headways was studied. The waiting time for transferring were formulated by using mathematical inequalities. A mixed integer programming model was proposed to minimize the total waiting time of transferring passengers. The computational complexity of the model and the spatial structural characteristics of the feasible solution were analyzed. Then, a preprocessing approach was designed to reduce the solution space. An optimization software CPLEX was used to solve the preprocessed model. The results of different instances showed the effectiveness of the proposed model and the solving method.

Key words: bus timetabling; uneven headway; transfer waiting time; mixed integer programming model; preprocessing approach

高效的公交系统不仅节省运营成本, 还能吸引更多的乘客选择公交出行, 从而缓解交通拥堵. 公交规划是提高公交系统效率的重要手段之一, 它包括 4 个子问题: 线路设计、时刻表设计、车辆调度及司售人员调度^[1-2]. 公交网络时刻表设计是公交规划过程中最为关键和复杂的问题之一. 它确定各线路车次从始发站的发车时间, 使不同线路的车辆协同到达换乘站点, 以便乘客及时换乘. 如果设计的时刻表没有使车辆协同到达换

乘站点, 必造成较长的乘客换乘等待时间^[3]. 这将降低乘客对公交服务质量的满意度, 导致有些乘客放弃公交出行.

因此, 公交网络时刻表设计问题受到了学者们的极大关注. Cevallos 等^[4] 构建了固定发车间隔下的公交时刻表设计问题的整数规划模型. Shafhi 等^[5] 提出了一个更加实际的固定发车间隔下的公交时刻表设计问题, 给出了乘客平均换乘等待时间的数学表达式, 构建了以乘客总换乘等

收稿日期: 2015-03-11

基金项目: 国家创新研究群体科学基金资助项目(71021061).

作者简介: 吴影辉(1986-), 男, 安徽阜阳人, 东北大学博士研究生; 唐加福(1965-), 男, 湖南东安人, 东北大学教授, 博士生导师.

待时间最小为目标的混合整数规划模型. Ceder 等^[6]以最大化车辆协同到达换乘站点次数为目标,建立了求解不均匀发车间隔下的公交网络时刻表问题的混合整数规划模型. Eranki^[7]将车辆协同方式重新定义为不同线路的车辆到达换乘站点的时间差在一个给定的时间窗内. Ibarra-Rojas 等^[8]在文献[6-7]的基础上,建立了一个以车辆协同到达换乘站点次数最大为优化目标的混合整数规划模型. Parbo 等^[9]研究了固定发车间隔下的双层公交时刻设计问题. Wu 等^[10]研究了车辆随机行驶时间情况下的公交网络时刻表设计问题. 然而,未见有文献同时考虑不均匀发车间隔和以最小化乘客总换乘等待时间为目标的公交网络时刻表设计问题. 该问题的难点是如何使用数学表达式精确描述不均匀发车间隔下乘客的换乘等待时间. 本文考虑同时具有这些特征的公交网络时刻表设计问题,定义了车辆在换乘站点的灵活协同方式;构建了求解该问题的混合整数规划模型;设计了求解该模型的预处理方法. 通过计算不同的算例,验证了求解方法和模型的有效性.

1 问题描述

在一个公交网络中,乘客出行经常面临换乘的情况. 在某时段内,每条线路具有固定的发车车次,相邻车次发车间隔具有最小值和最大值. 本文研究的问题是如何设计各线路车次的发车时间,从而使乘客在换乘站点经历较短的换乘时间. 为避免不同线路的车辆在换乘站点发生串车现象^[8],乘客要换乘的车辆与乘客先前乘坐的车辆先后到达换乘站点的时间间隔要大于预先设定的值,并且换乘等待时间要小于预先设定的值.

图 1 所示为由两条线路组成的一个简单的公交网络. 在 7:00-8:00 时段内,线路 i 和线路 j 发车次数都为 5. 线路 i 和线路 j 的最小发车间隔和最大发车间隔都分别为 15 和 20 min. 线路 i 和线路 j 从始发站到换乘站点 b 的车辆行驶时间分别为 10 和 30 min. 假设乘客从线路 i (或线路 j) 的某个车次换乘到线路 j (或线路 i),则这两个车次的车辆到达换乘站点 b 的时间间隔要大于 2 min,且乘客的换乘等待时间要小于 6 min. 要解决的问题就是在满足上述条件下,如何设计每条线路各车次的发车时间,从而使乘客的总换乘等待时间最小.

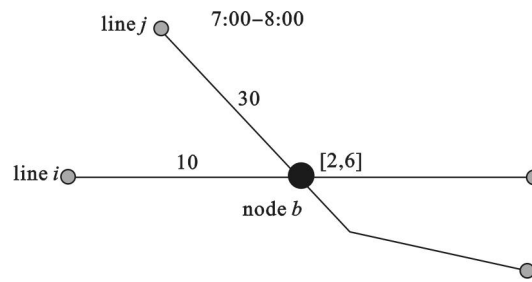


图 1 由两条线路组成的简单公交网络
Fig. 1 Simple bus network with two lines

2 考虑不均匀发车间隔的公交网络时刻表设计模型

2.1 问题假设

1) 仅考虑网络中的换乘站点:对任意站点,车次从始发站到该站点的运行时间等于该路段站点间的运行时间和在各站点停留时间之和.

2) 仅考虑计划阶段的时刻表设计问题:在计划时间段内车辆在站点间的运行时间是固定的;不考虑随机的车辆行驶时间.

3) 在计划时间段内,乘客的需求是均匀的.

2.2 数学符号

1) 索引集: i, j 为线路的索引集; p, q 为车次的索引集; b 为换乘站点的索引集; I 为线路集合; J_i 为与线路 i 在换乘站点存在车次协同的线路集合; B^{ij} 为线路 $i \in I$ 和 $j \in J_i$ 的车辆所经过换乘站点的集合.

2) 参数: T 为计划时段长度,则计划时间段可标准化为 $[0, T]$; F_i 为线路 i 的发车次数; H_{\min}^i 为线路 i 的最小发车间隔; H_{\max}^i 为线路 i 的最大发车间隔; t_b^i 为线路 i 到换乘站点 b 的行驶时间; M 为一个较大的正数; w_b 为车辆在换乘站点 b 协同时间窗的下界; W_b 为车辆在换乘站点 b 协同时间窗的上界或最大换乘等待时间; P_{pb}^{ij} 为在换乘站点 b ,从线路 i 的第 p 个车次换乘到线路 j 的平均乘客数.

3) 决策变量: X_p^i 为线路 i 的第 p 个车次从始发站的发车时间; Y_{pqb}^{ij} 为在换乘站点 b ,乘客是否能从线路 i 的第 p 个车次换乘到线路 j 的第 q 个车次,如果是,则 $Y_{pqb}^{ij} = 1$; 否则为 0.

4) 变量: WT_{pqb}^{ij} 为在换乘站点 b ,乘客从线路 i 的第 p 个车次换乘到线路 j 的第 q 个车次的等待时间.

2.3 车辆灵活协同方式的定义

假设乘客从线路 i 的第 p 个车次换乘到线路

j 的某个车次, 图2定义了两线路的车辆到达换乘站点的灵活协同方式. 线路 i 的第 p 个车次到达换乘站点 b 的时刻为 8:13, 线路 j 的第 q 个车次到达换乘站点 b 的时刻为 8:15. 这两个车次到达换乘站点 b 的时间间隔为 2 min, 在时间窗 $[w_b, W_b] = [2, 6]$ 内, 所以线路 i 的第 p 个车次上的乘客可以换乘到线路 j 的第 q 个车次, 且换乘等待时间为 2 min (小于 W_b). 如果线路 j 的第 q 个车次到达换乘站点 b 的时间与线路 i 的第 p 个车次到达换乘站点 b 的时间间隔在时间窗 $[w_b, W_b] = [2, 6]$ 内, 称这两个车次的车辆能够灵活协同到达换乘站点 b . 因此, 线路 i 的第 p 个车次不能与线路 j 的第 $q+1$ 个车次协同到达. 但是, 线路 j 的第 $q+1$ 个车次与线路 i 的第 $p+1$ 个车次协同到达换乘站点 b .

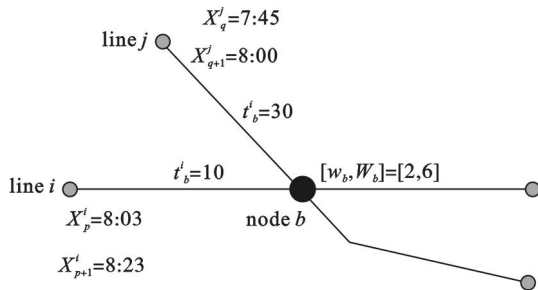


图2 车辆到达换乘站点的灵活协同方式定义
Fig. 2 Definition of flexible synchronization of buses arriving at transfer node

2.4 换乘等待时间的数学描述

本文将乘客等待第一个可换乘车次的时间作为换乘等待时间, 并且乘客只能换乘到一个车辆. 图3定义了线路 i 的第 p 个车次上乘客换乘到线路 j 的等待时间. 因为线路 j 的第 q 个车次之前的车次早于线路 i 的第 p 个车次到达换乘站点, 所以乘客不可能换乘到这些车次, 相应的换乘等待时间为零. 按照 2.3 的定义, 线路 i 的第 p 个车次上的乘客换乘到线路 j 的第 q 个车次, 换乘等待时间为这两个车次的到站时间差. 虽然乘客也可以换乘到线路 j 的第 q 个之后的车次, 由于乘客

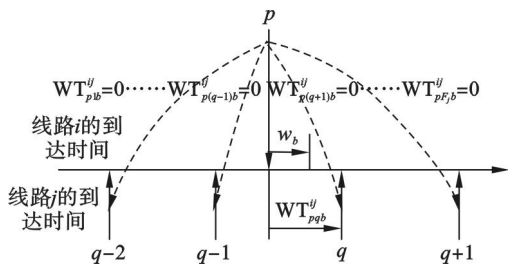


图3 换乘等待时间定义

Fig. 3 Definition of passenger transfer waiting time

只能换乘到第 q 个车次的车辆, 所以相应的换乘等待时间应为零. 线路 i 的第 p 个车次的乘客换乘到线路 j 的第 q 个车次的等待时间见式(1) ~ (4):

$$M \cdot (Y_{pqb}^{ij} - 1) \leq (X_q^j + t_b^j) - (X_p^i + t_b^i) - w_b, \quad (1)$$

$$(X_q^j + t_b^j) - (X_p^i + t_b^i) - w_b \leq M \cdot Y_{pqb}^{ij}, \quad (2)$$

$$(X_q^j + t_b^j) - (X_p^i + t_b^i) - M \cdot Y_{p(q-1)b}^{ij} \leq WT_{pqb}^{ij}, \quad (3)$$

$$0 \leq WT_{pqb}^{ij} \leq W_b. \quad (4)$$

不等式(1), (2)定义线路 i 的第 p 个车次可以换乘到线路 j 的车次. 如果 $(X_q^j + t_b^j) - (X_p^i + t_b^i) \geq w_b$, 则 $Y_{pqb}^{ij} = 1$, 否则 $Y_{pqb}^{ij} = 0$. 结合图3可以得出 $Y_{pqb}^{ij} = 1, Y_{p(b-1)b}^{ij} = 0, \dots, Y_{p(q-1)b}^{ij} = 0$ 和 $Y_{p(q+1)b}^{ij} = 1, \dots, Y_{pF_jb}^{ij} = 1$. 在不等式(1) ~ (3)和最小化目标函数的共同作用下, 将使得 $WT_{pqb}^{ij} = (X_q^j + t_b^j) - (X_p^i + t_b^i)$, 线路 i 的第 p 个车次换乘到线路 j 其他车次的等待时间均为零. 不等式(4)为换乘等待时间不大于 W_b . 因此, 不等式(1) ~ (4)准确地描述了乘客的换乘等待时间.

2.5 数学模型

以最小化乘客总换乘等待时间为目标的混合整数规划模型 P:

$$(P) \quad \min \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \sum_{b \in B^{ij}} \sum_{p=1}^{F_i} \sum_{q=1}^{F_j} P_{pb}^{ij} WT_{pqb}^{ij}, \quad (5)$$

$$\text{s. t.} \quad X_1^i \leq H_{\max}^i, \quad (6)$$

$$T - H_{\max}^i \leq X_{F_i}^i \leq T, \quad (7)$$

$$H_{\min}^i \leq X_{p+1}^i - X_p^i \leq H_{\max}^i, \quad (8)$$

$$\text{式(1) ~ (4)}, \quad (9)$$

$$X_p^i \in \{0, 1, \dots, T\}, Y_{pqb}^{ij} \in \{0, 1\}. \quad (10)$$

式中: $i \in I, j \in J_i, b \in B^{ij}, p \in \{1, \dots, F_i\}, q \in \{1, \dots, F_j\}$, 目标函数(5)是最小化乘客总换乘等待时间; 约束(6)表示线路的第一个车次的发车时间分布在计划时间段的前面部分; 约束(7)表示线路的最后一个车次的发车时间分布在计划时间段的后面部分; 约束(8)表示相邻车次的发车时间间隔满足最小和最大发车间隔要求; 约束(9)定义乘客的换乘等待时间; 约束(10)为决策变量的取值范围.

3 模型分析

3.1 计算复杂性

Odijk^[11]研究了固定发车间隔下的公交网络时刻表设计问题的一个特例, 通过类比顶点着色 (vertex-coloring) 问题, 证明了该时刻表设计问

题是 NP-complete 问题. Ibarra-Rojas^[8] 进一步证明了不固定发车间隔下, 以最大化车辆协同达到换乘站点次数的公交时刻表设计问题是 NP-hard 问题. 所以, 本文研究的考虑不均匀发车间隔和以乘客换乘总等待时间最小为目标的公交时刻表设计问题是一个 NP-hard 问题.

3.2 解的空间特征

基于文献[8]的思路, 通过对模型 P 中约束 (6) ~ (8) 的分析, 得到线路各车次发车时间 X_p^i 的发车时间窗. 分析步骤如下:

步骤 1 设线路 i 的第一个车次发车时间为零时刻, 即 $X_1^i = 0$, 则线路 i 的第 p 个车次的最早发车时间为 $(p-1)H_{\min}^i$;

步骤 2 设线路 i 的第一个车次 $X_1^i = H_{\max}^i$, 则线路 i 的第 p 个车次的最晚发车时间为 $\min\{T, pH_{\max}^i\}$;

步骤 3 设线路 i 的最后一个车次 $X_{F_i}^i = T - H_{\max}^i$, 则线路 i 的第 p 个车次的最早发车时间为 $\max\{0, T - (F_i - (p-1))H_{\max}^i\}$;

步骤 4 设线路 i 的最后一个车次 $X_{F_i}^i = T$, 则线路 i 的第 p 个车次的最晚发车时间为 $T - (F_i - p)H_{\min}^i$.

因此, 可以得到线路 i 的第 p 个车次 X_p^i 的发车时间窗 D_p^i 为

$$D_p^i = \{ \max[(p-1)H_{\min}^i, T - (F_i - (p-1))H_{\max}^i]; \min[pH_{\max}^i, T - (F_i - p)H_{\min}^i] \}. \quad (11)$$

那么, 线路 i 的第 $p+1$ 个车次的发车时间与 X_p^i 的关系可以描述为

$$X_{p+1}^i \in D_{p+1}^i \cap [X_p^i + H_{\min}^i; X_p^i + H_{\max}^i]. \quad (12)$$

定义线路 i 的第 p 个车次到达换乘站点 b 的到达时间的时间窗 A_{pb}^i 为

$$A_{pb}^i = [\text{left}(D_p^i) + t_b^i; \text{right}(D_p^i) + t_b^i]. \quad (13)$$

如果线路 i 的第 p 个车次要与线路 j 的第 q 个车次满足 2.3 定义的灵活协同换乘, 则线路 j 的第 q 个车次的发车时间要满足

$$X_q^j + t_b^j \in [\text{left}(A_{pb}^i) + w_b; \text{right}(A_{pb}^i) + W_b]. \quad (14)$$

定义 $S_{pb}^i = [\text{left}(A_{pb}^i) + w_b; \text{right}(A_{pb}^i) + W_b]$ 为与线路 i 的第 p 个车次在换乘站点 b 满足灵活协同到达的时间窗. 根据公式 (11) ~ (13), 公式 (14) 可以推广为

$$A_{qb}^j \cap S_{pb}^i \neq \emptyset. \quad (15)$$

基于以上分析, 结合不等式 (1) ~ (3) 和约束 (6) ~ (8), 线路 i 的第一个车次不可能与线路 j 的最后一个车次协同到达. 如果线路 i 的第 p 个

车次可以换乘到线路 j 的第 q 个车次, 即 $Y_{pqb}^{ij} = 1$, 则 $Y_{p(q+1)b}^{ij} = 1, \dots, Y_{pF_jb}^{ij} = 1$. 因此, 得到 Y_{pqb}^{ij} 具有图 4 所示的特殊结构.

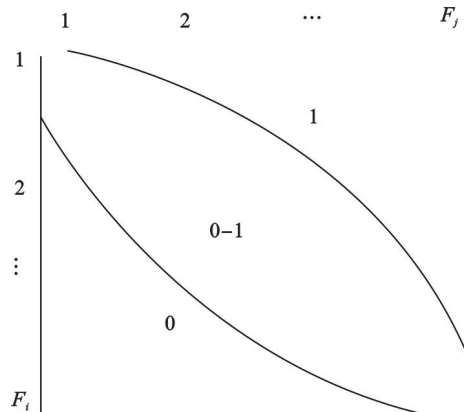


图 4 在换乘站点 b 线路 i 和线路 $j \in J_i$ 车次间关系的 Y_{pqb}^{ij} 具有的特殊结构

Fig. 4 Typical structure of Y_{pqb}^{ij} related to lines i and $j \in J_i$ at transfer node b

3.3 预处理方法

基于 3.2 节的分析, 算法 1 计算每个车次所有可行的发车时间、到站时间和协同到达时间窗. 根据公式 (15), 删除每对不可能协同到达的两车次对应的决策变量和约束, 从而缩减了问题的求解空间.

算法 1 预处理方法 (模型 P)

Input: model P

Output: reduced model P'

for ($i \in I, j \in J_i, b \in B^{ij}, p \in \{1, \dots, F_i\}, q \in \{1, \dots, F_j\}$) **do**

 Calculate A_{qb}^j and S_{pb}^i

if ($A_{qb}^j \cap S_{pb}^i = \emptyset$) **then**

if ($\text{right}(A_{qb}^j) < \text{left}(S_{pb}^i)$) **then**

 Eliminate $Y_{p(q-1)b}^{ij}$ and constraints (9) with indexes i, j, b, p and $(q-1)$

end if

if ($\text{left}(A_{qb}^j) > \text{right}(S_{pb}^i)$) **then**

for ($q' \in \{q, \dots, F_j\}$) **do**

 Eliminate $Y_{pq'b}^{ij}$ and constraints (9) with indexes i, j, b, p and q'

end for

break

end if

end if

end for

4 计算结果及分析

4.1 实验算例

采用算例的参数设置如下： $T=200\text{ min}$, 3 条线路, 每条线路的发车次数 $F_i=20$, 3 个换乘站点, 线路 1 和线路 2 分别在换乘站点 1 和 2 相互换乘; 线路 1 和线路 3 在换乘站点 3 相互换乘. 每个站点的协同时间窗为 $[w_b, W_b]=[2, 6]$, 线路始发站到换乘站点的车辆行驶时间在 $[1, 20]$ 范围内产生. 为了与文献[8]中模型相比较, 设 $P_{pb}^{ij}=1$. 每个算例的参数 $[H_{\min}^i; H_{\max}^i]$ 取值不同.

在 Visual Studio 2008 编译环境下, C#语言编写预处理方法和调用 CPLEX 12.4 求解模型. 除了计算时间设为 1 800 s 外, 其他参数为默认设置.

4.2 结果分析

分别求解模型 P 和使用预处理方法处理后的模型 P', 计算结果如表 1 所示. 表 1 说明预处理方法能够较大程度地缩减可行解空间, 减少了求解时间. 使用 CPLEX 求得的解与相应的松弛模型的最优解的 gap 为 0, 说明得到模型的最优解. 从求解时间和解的质量上, 说明本文采用的预处理方法是有效的.

表 1 分支定界算法求解模型 P 和 P' 的结果
Table 1 Results of models P and P' solved by branch and bound algorithm

$[H_{\min}^i; H_{\max}^i]$	模型 P		模型 P'		缩减求解空间 分数/%
	与松弛模型的 gap /%	求解时间/s	与松弛模型的 gap /%	求解时间/s	
[9; 11]	0	9.6	0	4.16	78.2
[8; 12]	0	14.5	0	5.80	68.7
[7; 13]	0	22.9	0	9.46	60.1
[6; 14]	0	24.3	0	9.22	52

采用乘客总换乘等待时间和最大车辆协同达到次数两个指标, 分析本文模型 P 的有效性. 表 2 和表 3 分别是求解模型 P 和文献[8]中模型的结果. 从表 2 和表 3 可以看出, 与文献[8]的模型相

比, 本文提出的模型不仅求得最优的车辆协同达到次数, 而且求得的乘客总换乘等待时间还较短. 说明了本文模型的有效性. 同时本文模型的求解时间较短, 且所有的算例都能求得最优解.

表 2 采用分支定界和预处理方法求解模型 P 的结果
Table 2 Results of model P solved by branch and bound with preprocessing algorithm

$[H_{\min}^i; H_{\max}^i]$	总换乘等待时间/min	车辆协同达到次数	与松弛模型的 gap /%	求解时间 s
[9; 11]	562	117	0	4.16
[8; 12]	554	117	0	5.80
[7; 13]	548	117	0	9.46
[6; 14]	542	117	0	9.22

表 3 采用分支定界算法求解文献[8]的模型
Table 3 Results of model in literature [8] solved by branch and bound algorithm

$[H_{\min}^i; H_{\max}^i]$	总换乘等待时间/min	车辆协同达到次数	与松弛模型的 gap /%	求解时间 s
[9; 11]	579	117	0	1 297
[8; 12]	570	115	110.26	1 800
[7; 13]	562	113	194.57	1 800
[6; 14]	566	115	268.26	1 800

5 结 论

本文研究了不均匀发车间隔情况下的公交网

络时刻表设计问题, 构建了以乘客总换乘等待时间最小化为目标的混合整数规划模型, 分析了求解模型的复杂性和可行解的空间结构. 基于模型特征分析, 设计了缩减求解空间的预处理方法. 通

过计算不同算例,验证了求解方法和模型的有效性.本文以乘客总换乘等待时间最小为目标的模型比文献中以最大车辆协同到达换乘站点次数为目标的模型更有效.设计有效求解大规模问题的算法是今后的研究方向之一.

参考文献:

- [1] Ceder A. Public transit planning and operation: theory, modeling and practice[M]. Oxford:Elsevier,2007.
- [2] Desaulniers G,Hickman M. Public transit[J]. *Handbooks in Operation Research and Management Science*,2007,14:69 – 120.
- [3] Wong R C W,Yuen T W Y. Optimizing timetable synchronization for rail mass transit[J]. *Transportation Science*,2008,42(1):57 – 69.
- [4] Cevallos F,Zhao F. Minimizing transfer times in public transit network with genetic algorithm[J]. *Transportation Research Record*,2006,1971:74 – 79.
- [5] Shafhi Y, Khani A. A practical model for transfer optimization in a transit network; model formulations and solutions[J]. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*,2010,44(6):377 – 389.
- [6] Ceder A, Golany B, Tal O. Creating bus timetable with maximal synchronization[J]. *Transportation Research Part A:Policy and Practice*,2001,25(10):913 – 928.
- [7] Enraki A. A model to create bus timetable to attain maximum synchronization considering waiting times at transfer stops [D]. Tampa:University of South Florida,2004.
- [8] Ibarra-Rojas O J, Rios-Solis Y A. Synchronization of bus timetabling [J]. *Transportation Research Part B: Methodological*,2012,46(5):599 – 614.
- [9] Parbo J. User perspectives in public transport timetable optimization[J]. *Transportation Research Part C:Emerging Technologies*,2014,48:269 – 284.
- [10] Wu Y H,Tang J F, Yu Y, et al. A stochastic optimization model for transit network timetable design to mitigate the randomness of traveling time by adding slack time [J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2015,52:15 – 31.
- [11] Odijk M A. A constraint generation algorithm for the construction of periodic railway timetables [J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 1996, 30(6):455 – 464.

(上接第 460 页)

- [5] Liang W F,Zhao Y L,Liu L Q, et al. Rapid and label-free separation of burkitt's lymphoma cells from red blood cells by optically-induced electrokinetics [J]. *PLoS One*,2014,9(3):1 – 9.
- [6] Winter W T, Welland M E. Dielectrophoresis of non-spherical particles [J]. *Journal of Physics D: Applied Physics*,2009,42(4):1 – 6.
- [7] Yang S M, Yu T M, Huang H P, et al. Light-driven manipulation of picobubbles on a titanium oxide phthalocyanine-based optoelectronic chip [J]. *Applied Physics Letters*,2011,98:153512 – 3.
- [8] Hwang H, Park J K. Optoelectrofluidic platforms for chemistry and biology[J]. *Lab on a Chip*,2011,11(1):33 – 47.
- [9] 倪中华,易红,朱树存. 基于光诱导介电泳的微纳米生物粒子操纵平台关键技术[J]. *中国科学 E 辑:技术科学*,2009,39(10):1635 – 1642.
- (Ni Zhong-hua, Yi Hong, Zhu Shu-cun, et al. Research on critical technology of micro/nano bio-particles manipulation platform based on light-induced dielectrophoresis[J]. *Science in China Series E: Technological Sciences*, 2009, 39(10): 1635 – 1642.)
- [10] 朱晓璐,尹芝峰,高志强. 基于光诱导介电泳的微粒子过滤、输运、富集和聚焦的实验研究[J]. *中国科学 E 辑:技术科学*,2011,41(3):334 – 342.
- (Zhu Xiao-lu, Yin Zhi-feng, Gao Zhi-qiang, et al. Experimental study on filtering, transporting, concentrating and focusing of microparticles based on optically induced dielectrophoresis [J]. *Science in China Series E: Technological Sciences*,2011,41(3):334 – 342.)
- [11] Satoh A. Introduction to practice of molecular simulation [M]. Tokyo:Elsevier,2010:1 – 321.