

起升动载激励下岸桥起升传动系统动态特性

刘媛媛, 张 氢, 秦仙蓉, 孙远韬

(同济大学机械与能源工程学院, 上海 200092)

摘 要: 为研究岸桥起升传动系统在起升复杂工况下的动态特性, 建立了起升机构的动力学模型, 模拟了传动系统所受的起升动载. 考虑传动系统中齿轮副的时变啮合刚度和支撑刚度, 建立了起升传动系统平移-扭转耦合的动力学模型, 得到了电机从启动到匀速最后减速到停止的起升过程中传动系统各构件的振动响应, 并对不同阶段的啮合力进行了频域分析. 研究表明, 传动系统各构件的扭转振动与起升动载有相同的变化趋势, 且由于起升速度的变化, 加速和减速阶段的啮合力频谱出现了边频带现象.

关 键 词: 岸桥; 起升机构; 齿轮传动; 起升动载; 动态特性

中图分类号: TH 218

文献标志码: A

文章编号: 1005-3026(2016)04-0526-06

Dynamic Characteristics of Container Crane's Lifting Transmission System Under Lifting Dynamic Load

LIU Yuan-yuan, ZHANG Qing, QIN Xian-rong, SUN Yuan-tao

(School of Mechanical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China. Corresponding author: LIU Yuan-yuan, E-mail: anneliuyuan@gmail.com)

Abstract: In order to study the dynamic characteristics of a container crane's lifting transmission system under variable working conditions, a dynamic model of the lifting mechanism was established to simulate the lifting dynamic load. A translation-rotation coupling dynamic model was built with considering the time-vary mesh stiffness and support stiffness of every gear pair. The displacement response of every gear pair and vibration characteristics were obtained during acceleration, constant speed and deceleration stage, and mesh force at three stages were analyzed in frequency domain. The results showed that the lifting dynamic load cannot be ignored, and the changing trend of torsional vibration is identical to the lifting dynamic load. Meshing force spectrum at acceleration and deceleration stage has side-bands by the variation of velocity.

Key words: container crane; lifting system; gear transmission; lifting dynamic load; dynamic characteristic

起升系统是岸边集装箱桥式起重机(以下简称岸桥)的重要机构部件,其主要功能是实现货物上升和下降.在运行过程中,整个起升系统要经历从静止到加速、然后匀速、最后减速到静止的多次循环过程;而且起吊货物运动发生改变以及岸桥支撑结构的自身振动都会对起升传动系统产生附加的动载荷^[1-2].所以岸桥起升传动系统处于转速和负载都不断变化的复杂工况,这对其可靠性提出了较高要求.因此研究起升动载激励下岸桥起升传动系统的动力学特性不仅对可靠性设计

具有重要意义,同时也是保证岸桥稳定、高效工作的前提.

在齿轮动力学方面,围绕振动特性分析和动载荷计算的齿轮传动动态特性分析方法和结论一直是业界研究的焦点^[3],不仅扩展到强度、寿命、精度、可靠性,而且强调齿轮传动系统的动力学性能,如振动、噪声、冲击等^[4-7],但这些研究都未考虑外部激励变化带来的影响.近年来,文献[8-10]研究了外部随机风速变化导致的时变外载荷给风电齿轮系统带来的影响,但起升系统频繁启停,使得负载

收稿日期: 2015-04-24

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51205292); 工信部2013智能制造装备发展专项(2519).

作者简介: 刘媛媛(1991-),女,安徽宿州人,同济大学博士研究生; 张 氢(1964-),男,江苏南通人,同济大学教授,博士生导师; 秦仙蓉(1973-),女,陕西合阳人,同济大学教授,博士生导师.

和转速的变化快且大,频率成分相对复杂。

为了更好地描述岸桥起升传动系统在起升动载激励下的动态特性,本文考虑了岸桥自身结构的作用,建立整个起升机构的动力学模型来模拟起升动载荷。以40 t单大梁岸桥起升机构的齿轮传动系统为研究对象,模拟了电机从启动到匀速再到停止转动的一个工作循环,在此基础上对齿轮传动系统的动力学响应特性进行了分析,得到了齿轮传动系统各构件的动态响应,对不同阶段的啮合力进行了频域分析,为起升齿轮传动系统的动态性能优化和可靠性设计提供依据。

1 起升传动系统动力学模型

以40 t单大梁岸桥起升传动系统为研究对象,其传动形式如图1所示。采用两级行星齿轮传动,结构形式为太阳轮输入,行星架输出,内齿圈固定,并用3个行星轮进行均载和分流功率。电机提供输入转矩 T_{in} ,通过两级行星传递给输出轴,而输出轴与卷筒连接在一起,将输出转矩 T_{out} 转化成钢丝绳上的力,从而带动货物的起升。

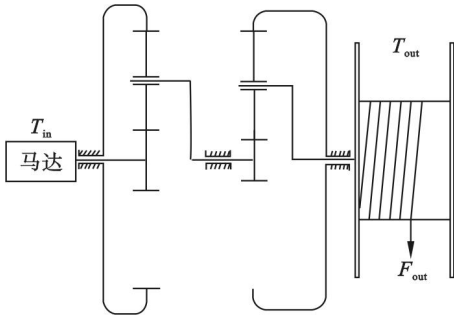


图1 岸桥起升传动系统示意图

Fig. 1 Sketch diagram of lifting transmission system of crane

行星齿轮传动中行星轮不仅绕行星轮轴自转,还绕着太阳轮中心与行星架一起公转,所以选择在行星架随动坐标系 $o\xi\eta$ 下建立行星齿轮传动的动力学模型。考虑齿轮副的时变啮合刚度和轴承的支撑刚度,采用集中参数法建立如图2所示的行星齿轮传动系统平移-扭转耦合的动力学模型。扭转方向按输入扭矩作用下的扭转方向为正方向,平移方向以各自坐标系下为正方向。

图中: k_{ps} , k_{pr} 为齿轮副的啮合刚度; k_{js} , k_{jp} 为各构件的支撑刚度, $j = s, p, c, r$; 下标 s, p, c, r 分别为太阳轮、行星轮、行星架和内齿圈; u_s , u_p , u_c 为各构件的扭转方向的位移; x_j , y_j 为各构件的平移方向的位移; φ_i 为第 i 个行星轮的位置角, $i = 1, 2, 3$; α 为齿轮副的啮合角,一般为 20° 。

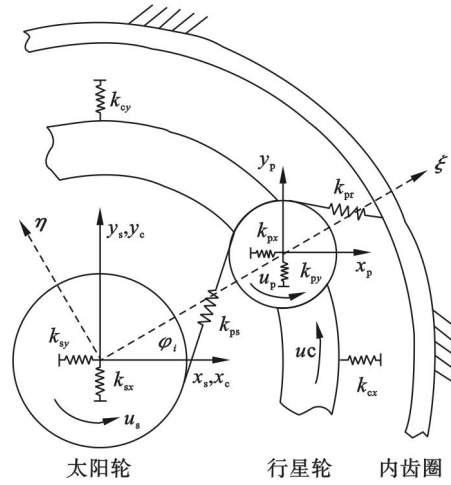


图2 行星齿轮动力学模型

Fig. 2 Dynamic model of planetary gear system

由图2可以得到太阳轮和行星轮在啮合线方向的弹性变形 δ_{spi} 、内齿圈和行星轮在啮合线方向的弹性变形 δ_{rpi} 、行星轮相对于行星架沿动坐标系两个坐标轴的弹性变形 δ_{cix} , δ_{ciy} 和扭转方向的弹性变形 δ_{ciu} :

$$\delta_{spi} = (x_i - x_s) \sin \varphi_{si} + (y_s - y_i) \cos \varphi_{si} + u_s + u_i,$$

$$\delta_{rpi} = (x_i - x_r) \sin \varphi_{ri} + (y_r - y_i) \cos \varphi_{ri} + u_r - u_i,$$

$$\delta_{cix} = x_c - x_i - u_c \sin \varphi_i,$$

$$\delta_{ciy} = y_c - y_i + u_c \cos \varphi_i,$$

$$\delta_{ciu} = (x_i - x_c) \sin \varphi_i + (y_c - y_i) \cos \varphi_i + u_c.$$

式中: $\varphi_{si} = \varphi_s - \alpha$; $\varphi_{ri} = \varphi_r + \alpha$ 。

将啮合线方向的弹性变形乘以啮合刚度,可得齿轮副的啮合力;将各构件在平移方向的位移乘以轴承的支撑刚度,可得各构件的轴承力。根据各构件的受力分析推导出行星齿轮传动系统平移-扭转的振动微分方程为

$$\left. \begin{aligned} m_s (\ddot{x}_s - 2\omega_c \dot{y}_s - \omega_c^2 x_s - \dot{\omega}_c y_s) - \sum_{i=1}^3 k_{spi} \delta_{spi} \sin \varphi_{si} + k_{sx} x_s &= 0, \\ m_s (\ddot{y}_s + 2\omega_c \dot{x}_s - \omega_c^2 y_s + \dot{\omega}_c x_s) + \sum_{i=1}^3 k_{spi} \delta_{spi} \cos \varphi_{si} + k_{sy} y_s &= 0, \\ (I_s/r_s^2) \ddot{u}_s + \sum_{i=1}^3 k_{spi} \delta_{spi} + k_{st} u_s &= 0, \\ m_p (\ddot{x}_p - 2\omega_c \dot{y}_p - \omega_c^2 x_p - \dot{\omega}_c y_p) + k_{sp} \delta_{spi} \sin \varphi_{si} + \\ k_{rp} \delta_{rpi} \sin \varphi_{ri} - k_p \delta_{cix} &= 0, \\ m_p (\ddot{y}_p + 2\omega_c \dot{x}_p - \omega_c^2 y_p + \dot{\omega}_c x_p) - k_{sp} \delta_{spi} \cos \varphi_{si} - \\ k_{rp} \delta_{rpi} \cos \varphi_{ri} - k_p \delta_{ciy} &= 0, \\ (I_p/r_p^2) \ddot{u}_p + k_{sp} \delta_{spi} - k_{rp} \delta_{rpi} &= 0, \\ m_c (\ddot{x}_c - 2\omega_c \dot{y}_c - \omega_c^2 x_c - \dot{\omega}_c y_c) + \sum_{i=1}^3 k_p \delta_{cix} + k_{cx} x_c &= 0, \\ m_c (\ddot{y}_c + 2\omega_c \dot{x}_c - \omega_c^2 y_c + \dot{\omega}_c x_c) + \sum_{i=1}^3 k_p \delta_{ciy} + k_{cy} y_c &= 0, \\ (I_c/r_c^2) \ddot{u}_c + \sum_{i=1}^3 k_p \delta_{ciu} + k_{ct} u_c &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

将式(1)化简,其矩阵形式为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \omega_c \mathbf{G}\dot{\mathbf{x}} + (\mathbf{K}_b + \mathbf{K}_g + \omega_c^2 \mathbf{K}_\Omega + \dot{\omega}_c \mathbf{K}_l) \mathbf{x} = \mathbf{F}.$$

式中: \mathbf{M} 为系统广义质量矩阵; \mathbf{G} 为陀螺矩阵; \mathbf{K}_b 支承轴承刚度矩阵; \mathbf{K}_g 为齿轮啮合刚度矩阵; \mathbf{K}_Ω 为向心刚度矩阵; \mathbf{K}_l 为切向刚度矩阵; \mathbf{F} 系统的外部激励; \mathbf{x} 为系统的广义自由度, $\mathbf{x} = [x_s, y_s, u_s, x_{p1}, y_{p1}, u_{p1}, \dots, x_{p3}, y_{p3}, u_{p3}, x_c, y_c, u_c]^T$.

2 起升传动系统动态激励模拟

2.1 系统内部刚度激励

刚度激励是由啮合过程中啮合齿对数的变化造成的, 对系统形成动态激励. 直齿轮的啮合刚度可假设为按照矩形波规律变化, 可将啮合综合刚度表示成傅里叶级数, 则啮合刚度表示为

$$k(t) = k_{\min} + (k_{\max} - k_{\min})(e_s - 1) + \sum_{i=1}^n \frac{k_{\max} - k_{\min}}{i\pi} \times \left[\sin 2\pi i(\gamma + e_s - 1 - \frac{t}{T}) - \sin 2\pi i(\gamma - \frac{t}{T}) \right]$$

式中: k_{\max}, k_{\min} 分别表示齿轮副的最大、最小啮合刚度; γ 表示啮合相位角; e_s 表示重合度; T 是轮齿的啮合周期.

2.2 系统的外部激励

以某 40 t 单大梁岸桥起升机构为例, 起升机构可建立如图 3 所示的 6 质量块 6 自由度的动力学模型, 取向向下为正. 岸桥的前大梁简化成 5 个自由度, 将前大拉杆、前小拉杆简化为抗拉刚度分别为 k_1, k_2 的弹簧, 并且在弹簧两端分别有前大拉杆和前小拉杆质量的一半. 重物 m_6 在起升过程中, 因为钢丝绳的质量远远小于起升的重物的质量, 故忽略钢丝绳的质量. 将钢丝绳等效为一个刚度系数为 k_3 的弹簧, 并考虑阻尼作用. $s(t)$ 为卷筒的收绳量, 直接作用在起吊物体上.

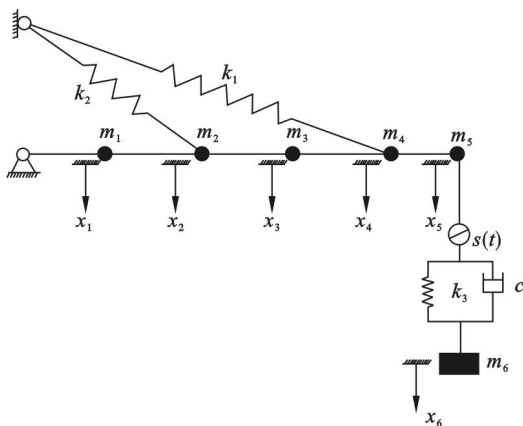


图 3 起升系统动力学模型

Fig. 3 Dynamic model of lifting system

根据起升系统的计算模型, 建立系统的运动

微分方程:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & 0 \\ 0 & m_6 \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{5 \times 5} & -c \\ -c & c \end{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 & -k_3 \\ -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_1 \\ f_2(t) \end{bmatrix}. \quad (2)$$

式中: \mathbf{M}_1 为支撑结构的质量阵; \mathbf{K}_1 为支撑结构的刚度阵, 可采用柔度法计算结构的刚度矩阵; k_3 为钢丝绳的刚度, 在起升过程中钢丝绳长度的变化使刚度呈时变特性, 钢丝绳的刚度函数为 $k_3 = EA/l$, E 是钢丝绳的弹性模量, A 是钢丝绳的横截面积, l 是钢丝绳的长度, 随时间变化; c 为钢丝绳阻尼, 取阻尼比为 0.1, 阻尼函数为 $c = 0.1c_e = 0.1 \times 2 \times \sqrt{m \cdot k/3}$.

岸桥起升过程可以分为两个阶段: 第一阶段是钢丝绳开始收绳起到吊物即将离开地面的瞬间. 在这个阶段, 吊物并未离开地面也没有振动, 只有支撑结构参与到振动中. 此时, 起升系统的振动微分方程为

$$\mathbf{M}_1 \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_1 \mathbf{x} = \mathbf{F}_1, \quad (3)$$

$$\mathbf{F}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{4 \times 1} \\ k_3 \cdot s(t) + c \cdot \dot{s}(t) \end{bmatrix}. \quad (4)$$

第二阶段是吊物离开地面, 并被提升的过程, 在这个阶段, 吊物参与到整个系统的振动. 起升系统的振动微分方程如式(2)所示. 其中,

$$f_2(t) = m_6 \cdot g - k_3 \cdot s(t) - c \cdot \dot{s}(t).$$

求解运动微分方程可得到各质量块的加速度、速度和位移, 进而求得重物起升工作循环中, 钢丝绳上张力的大小. 钢丝绳的张力直接作用在卷筒上, 对齿轮传动系统产生了相应的负载转矩. 起升机构的参数: 重物 m_6 为 40 000 kg; 钢丝绳刚度 k_3 为 4.02×10^7 N/m, 阻尼 c_3 为 2.68×10^4 N·s/m; 卷筒半径 r 为 0.59 m; 电机为变频调速电机, 输入转速为 0~960 r/min. 吊物起升过程中, 一般加速和制动时间取为 2 s, 为简化数据量, 在一个工作循环中的匀速阶段的时间取为 4 s. 故在一个起升工作循环中电机的输入转速如图 4 所示.

利用数值分析方法求解系统微分方程得到传动系统的负载扭矩的时间历程曲线如图 5 所示.

3 起升传动系统动态特性分析

某 40 t 岸桥起升机构的两级行星齿轮传动系统的设计参数如下.

高速级: $Z_{s1} = 22, Z_{p1} = 41, Z_{r1} = 105, m_1 = 5$.

低速级: $Z_{s2} = 29, Z_{p2} = 31, Z_{r2} = 91, m_2 = 6$.

在得到行星齿轮传动系统的时变外部激励和时变内部激励之后, 将其代入所建立的齿轮传动系统平移-扭转耦合的动力学模型中, 利用数值分析方法计算出系统各个构件的动态响应. 图6为第一级太阳轮3个方向的位移动态响应.

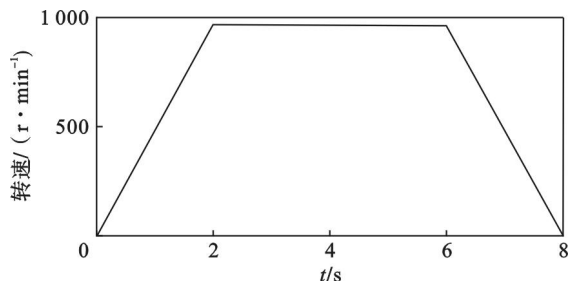


图4 电机输入转速随时间的变化

Fig. 4 Change of motor speed with time

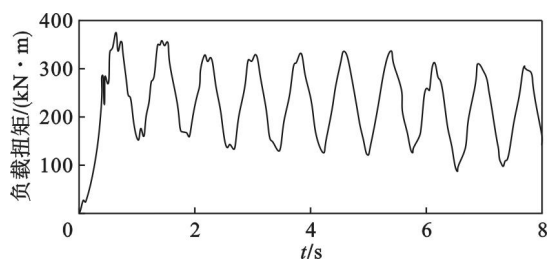


图5 齿轮传动系统负载扭矩随时间的变化

Fig. 5 Change of load torque of gear transmission with time

分析图6中太阳轮的振动曲线可知, 平移方向的振动位移响应先是为零, 经历一段时间后开始关于 $y = 0$ 上下对称振动, 这与前文中起升过程的两个阶段相对应. 传动系统在吊物未离地时并未开始发生振动, 只是扭转方向发生了相应偏转; 吊物离地后, 各构件开始振动. 且当从加速阶段到匀速阶段, 振动幅值开始增大, 到达减速阶段时,

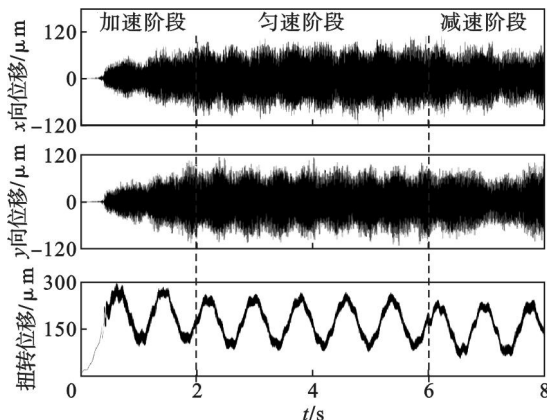


图6 第一级太阳轮的位移响应曲线

Fig. 6 Displacement response of the first stage sun gear

平移方向的振动趋于减小; 这主要是由于匀速阶段的转速比其他两个阶段要大, 平移方向的振动受转速影响较大, 扭转方向的振动响应随转速变化的改变不大. 太阳轮扭转方向的振动与外载荷具有相同的变化趋势, 又在此趋势上叠加了高频振动, 且高频振动幅值与外载荷变化规律无关. 太阳轮平移方向的振动随外载荷变化影响不明显.

图7和图8分别为第一级行星轮和行星架的振动响应. 从图中可知, 行星轮和行星架的振动规律与太阳轮的相似. 平移方向中除行星轮的 y_p 向外, 都是关于 $y = 0$ 上下对称的, 且随转速的增大而增大. 扭转方向及行星轮的 y 向都具有外载相同变化规律的低频振动, 并在此趋势上叠加了高频振动.

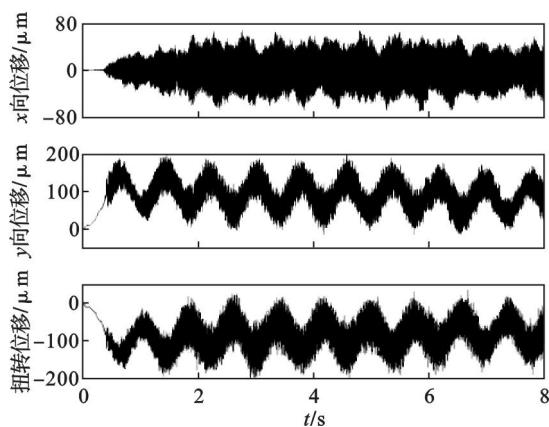


图7 第一级行星轮的位移响应曲线

Fig. 7 Displacement response of the first stage planetary gear

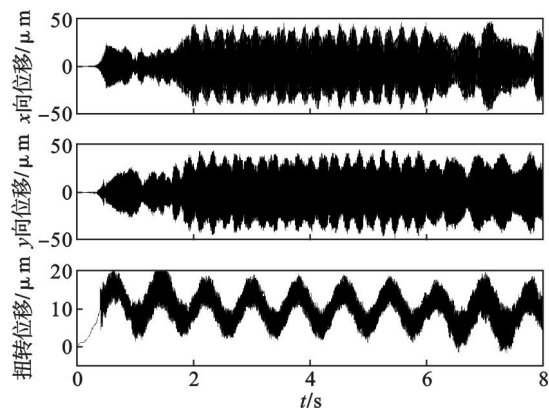


图8 第一级行星架的位移响应曲线

Fig. 8 Displacement response of the first stage planetary carrier gear

表1为各构件在平移和扭转方向的振动幅值. 对比各个构件的振动幅值可知, 高速级的3个构件都大于低速级. 平移方向中, 太阳轮的振动幅值最大, 行星轮次之, 行星架最小; 扭转方向中行星轮最大, 太阳轮次之, 行星架最小.

表 1 各构件的振动幅值
Table 1 Vibration amplitude of every component

级数	构件	平移方向振动幅值/ μm	扭转方向振动幅值/ μm
第一级	太阳轮	120	20
	行星轮	80	50
	行星架	50	5
第二级	太阳轮	50	20
	行星轮	30	25
	行星架	20	10

将得到的啮合线的相对位移乘以时变啮合刚度,即可计算出齿轮间的啮合力.图 9 为太阳轮与行星轮之间的啮合力.

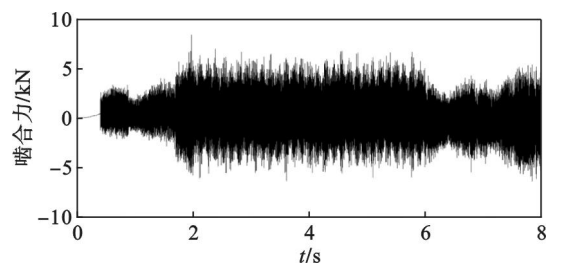


图 9 太阳轮与行星轮之间的啮合力
Fig. 9 Mesh force between sun and planetary gear

啮合力的变化明显区分了加速阶段、匀速阶段和减速阶段,且匀速阶段的振动幅值最大.分别对这三个阶段的啮合力做功率谱分析,如图 10 所示.

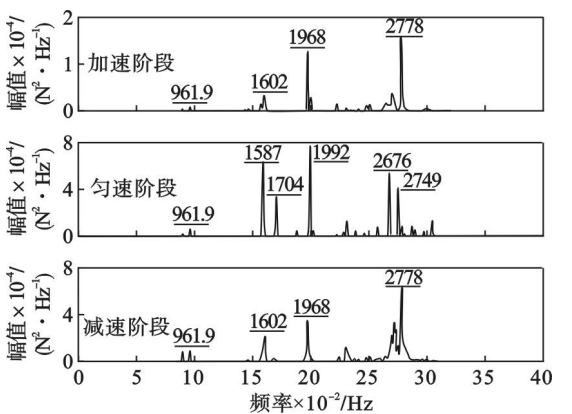


图 10 啮合力的功率谱密度
Fig. 10 Power spectral density of mesh force

三个阶段的啮合力频率成分较丰富,主要频率在 961.9, 1 602, 1 968 和 2 778 Hz 附近. 961.9 Hz 为系统的扭转模态频率、其余均为行星轮的平移模态频率.加速和减速阶段,在这些频率附近出现了明显的边频带现象,这与两阶段内转速的变化引起系统的时变刚度有关,即不同转速下,系统刚度的时变特性导致系统响应频率的变动.在匀速阶段的边频带现象不明显,而主要频率

成分较多.这是由于时变啮合刚度是按照矩形波来模拟的,一个周期内时变啮合刚度值变化一次,故在匀速阶段中 1 602 和 2 778 Hz 附近有两个频率值出现.

4 结 论

- 1) 起升过程中,匀速阶段的振动响应要大于加速和减速阶段,主要是转速的增加会增大各方向的振动响应,但对扭转方向的影响较小.
- 2) 扭转方向及行星轮的 y_p 向的振动与外载荷具有相同的变化规律,而平移方向的振动和扭转方向振动的幅值与外载荷变化规律无关;扭转方向和行星轮的 y_p 向的振动是由外载荷激励引起的低频响应和内部激励引起的高频响应相叠加而成;平移方向的振动是由受迫振动产生的高频自由振动响应.
- 3) 传动系统的高速级比低速级的振动响应幅值大;平移方向中太阳轮最大,行星轮次之,行星架振动最小;扭转方向中行星轮最大,太阳轮次之,行星架振动最小.
- 4) 在加速和减速阶段的啮合力频谱中,出现了明显的变频带现象,这与转速变化引起的时变刚度有关.

参考文献:

[1] Park K P, Cha J H, Lee K Y. Dynamic factor analysis considering elastic boom effects in heavy lifting operations [J]. *Ocean Engineering*, 2011, 38 (10) : 1100 – 1113.

[2] Arena A, Casalotti A, Lacarbonara W, et al. Dynamics of container cranes: three-dimensional modeling, full-scale experiments, and identification [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2015, 93 : 8 – 21.

[3] 卜忠红,刘更,吴立言.行星齿轮传动动力学研究进展[J]. 振动与冲击, 2010, 29 (9) : 161 – 166.
(Bu Zhong-hong, Liu Geng, Wu Li-yan. An extensive review of planetary gear trains dynamics [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2010, 29 (9) : 161 – 166.)

[4] Al-shyyab A, Kahraman A. Non-linear dynamic analysis of a multi-mesh gear train using multi-term harmonic balance method: period-one motions [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2005, 284 (1/2) : 151 – 172.

[5] Ligata H, Kahraman A, Singh A. An experimental study of the influence of manufacturing errors on the planetary gear stresses and planet load sharing [J]. *ASME, Journal of Mechanical Design*, 2008, 130 (4) : 041701.

[6] Narayanaswamy R, Glynn C D. Vibro-acoustic prediction of low-range planetary gear noise of an automotive transfer case [J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2005, 118 (3) : 1952 – 1956.

- [7] White R J. Exploration of a strategy for reducing gear noise in planetary transmission and evaluation of laser micrometry as a means for measuring transmission error [D]. Cleveland: Case Western Reserve University, 2006.
- [8] 秦大同, 龙威, 杨军, 等. 变风速运行控制下风电传动系统的动态特性 [J]. 机械工程学报, 2012, 48(7): 1-8.
(Qin Da-tong, Long Wei, Yang Jun, et al. Dynamic characteristics of wind turbine transmission system under varying wind speed and operation control conditions [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2012, 48(7): 1-8.)
- [9] 周志刚, 秦大同, 杨军, 等. 变载荷下风力发电机行星齿轮传动系统齿轮-轴承耦合动力学特性 [J]. 重庆大学学报, 2012, 35(12): 7-14.
(Zhou Zhi-gang, Qin Da-tong, Yang Jun, et al. Gear-bearing coupling dynamics characteristics of wind turbine planetary gear transmission system under variable [J]. *Journal of Chongqing University*, 2012, 35(12): 7-14.)
- [10] Srikanth P, Sekhar A S. Dynamic analysis of wind turbine drive train subjected to nonstationary wind load excitation [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2015, 229(3): 429-446.

(上接第 525 页)

- [5] Sen S, Ray C S, Reddy R G. Processing of Lunar soil simulant for space exploration applications [J]. *Materials Science and Engineering A*, 2005, 413(12): 592-597.
- [6] 于旭光, 邱竹贤. 熔盐电解法制取 Al-Si 合金 [J]. 东北大学学报(自然科学版), 2004, 25(5): 442-444.
(Yu Xu-guang, Qiu Zhu-xian. Preparation of Al-Si alloy by molten salt electrolysis [J]. *Journal of Northeastern University(Natural Science)*, 2004, 25(5): 442-444.)
- [7] 马绍良, 许敏, 林玉胜, 等. 大型铝电解槽直接生产铝硅合金的研究 [J]. 有色金属(冶炼部分), 2011, 49(5): 20-23.
(Ma Shao-liang, Xu Min, Lin Yu-sheng, et al. Research on Al-Si alloy produced from large aluminum reduction cell [J]. *Nonferrous Metals (Extractive Metallurgy)*, 2011, 49(5): 20-23.)
- [8] Liu A M, Li L X, Xu J L, et al. Preparation of Al-Si master alloy by electrochemical reduction of fly ash in molten salt [J]. *Journal of the Minerals Metals Materials Society*, 2014, 66(5): 694-699.
- [9] Ueda M, Abe Y, Ohtsuka T. Reduction of SiO_2 to Si by aluminum metal fog in NaCl-KCl-AlCl_3 molten salt [J]. *Materials Letters*, 2006, 60(5): 635-638.
- [10] Qiu Z X, Fan L, Grjotheim K, et al. Formation of metal fog during molten salt electrolysis observed in a see-through cell [J]. *Journal of Applied Electrochemistry*, 1987, 17(4): 707-714.
- [11] Grjotheim K. Aluminum electrolysis [M]. Dusseldorf: Verlag, 1982: 365.
- [12] 梁英教, 车荫昌. 无机物热力学数据手册 [M]. 沈阳: 东北大学出版社, 1993: 16-442.
(Liang Ying-jiao, Che Yin-chang. Inorganic matter thermodynamics data hand book [M]. Shenyang: Northeastern University Press, 1993: 16-442.)
- [13] 何小凤, 李运刚, 田薇, 等. SiO_2 在 KCl-NaCl-NaF 体系中的溶解度及溶解机理 [J]. 中国有色金属学报, 2008, 18(5): 929-933.
(He Xiao-feng, Li Yun-gang, Tian Wei, et al. Solubility and dissolving mechanism of SiO_2 in KCl-NaCl-NaF molten salt [J]. *The Chinese Journal of Nonferrous Metals*, 2008, 18(5): 929-933.)
- [14] 李余增. 热分析 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1987: 301-314.
(Li Yu-zeng. Thermo-analysis [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1987: 301-314.)
- [15] Segal E, Fatu D. Some variants of the Freeman-Carroll method [J]. *Journal of Thermal Analysis*, 1976, 9(1): 65-69.
- [16] Jerez A. A modification to the Freeman and Carroll method for the analysis of the kinetics of non-isothermal processes [J]. *Journal of Thermal Analysis*, 1983, 23(2): 315-318.
- [17] Liu N A, Fan W C. Critical consideration on the Freeman and Carroll method for evaluating global mass loss kinetics of polymer thermal degradation [J]. *Thermochimica Acta*, 1999, 338(1): 85-94.
- [18] 牛丽萍, 张廷安, 张含博, 等. 铝热还原制备高钛铁的热力学和动力学 [J]. 中国有色金属学报, 2010, 20(10): 425-428.
(Niu Li-ping, Zhang Ting-an, Zhang Han-bo, et al. Thermodynamics and kinetics of preparation of high titanium ferroalloy by thermite reaction [J]. *The Chinese Journal of Nonferrous Metals*, 2010, 20(10): 425-428.)
- [19] Shi Z N, Xu J L, Wang Z W, et al. Investigation of Fe-Ni- Al_2O_3 anodes for aluminum production [J]. *Electrochemistry*, 2009, 77(8): 656-658.