

doi:10.3969/j.issn.1005-3026.2016.05.029

# 混合 GARCH 模型下股票市场跳跃形态分析

宫晓莉,庄新田,张伟平

(东北大学工商管理学院,辽宁沈阳 110169)

**摘 要:**在跳跃扩散模型下,假定跳跃强度服从门限自回归模型(self-threshold autoregressive model, SETAR)以反映跳跃强度的结构性突变,并使用 GARCH 模型描述收益率波动扩散形态.以受波动率影响的跳跃强度控制跳跃行为发生概率,并以受跳跃行为影响的 GARCH 模型控制正常扩散过程,构建了 SETAR-GARCH 模型.以上证房地产指数为例,实证研究发现,股指存在门限效应,GARCH 效应明显,跳跃突变发生的概率为 35.21%.资产收益率总体方差中有较大的部分是由跳跃行为异常所引起.历史波动率直接影响未来跳跃强度预期,历史跳跃行为干扰加剧了当期收益率波动扩散,波动率扩散和跳跃行为具有双向反馈机制.

**关键词:**跳跃扩散;跳跃强度;波动率扩散;混合 GARCH 模型;反馈效应

中图分类号:F 830 文献标志码:A 文章编号:1005-3026(2016)05-0746-05

## Analysis of the Jump Dynamics of Stock Market Based on the Mixed GARCH Model

GONG Xiao-li, ZHUANG Xin-tian, ZHANG Wei-ping

(School of Business Administration, Northeastern University, Shenyang 110169, China. Corresponding author: GONG Xiao-li, E-mail: qdgongxiaoli@163.com)

**Abstract:** Based on the jump diffusion model, jump intensity is assumed to follow the self-threshold autoregressive model (SETAR) to reflect the structural break of jump density, and the GARCH model is used to describe the diffusion process of asset price volatility. The SETAR-GARCH model is constructed by making the jump density control probability of jump dynamics in which volatility affects jump density and by making the GARCH model control diffusion process in which jump dynamics influences volatility. Taking Shanghai real estate index for example, the empirical study finds that Shanghai real estate index exerts the threshold effect and significant GARCH effect, with 35.21% jump mutation probability. The total variance of asset returns is largely caused by extreme jump dynamics. Investors' evaluation of historical volatility directly affects jump intensity expectation, and the interference from historical jump dynamics has exacerbated the current volatility in the diffusion process, which illustrates that volatility diffusion processes and jump dynamics have a two-way feedback effect.

**Key words:** jump diffusion; jump intensity; volatility diffusion; mixed GARCH model; feedback effect

资产收益跳跃波动研究是金融领域关键问题之一.近年来,外界扰动造成金融资产价格频繁出现异常波动和跳跃突变.金融资产波动存在波动集聚和异方差效应.对资产价格跳跃行为建模,学者提出很多方法,其中,将泊松跳跃引进金融领域,假设跳跃强度服从泊松分布,跳跃幅度服从正

态分布.黄苒等<sup>[1]</sup>使用 GARCH 模型描述价格波动率,在自回归泊松跳跃强度下,加入了状态变量门限效应,描述资产价格随时间波动特点.为刻画金融过程非高斯性和跳跃性, Kim 等<sup>[2]</sup>在调和稳态尾部分布下对收益率建立 ARMA-GARCH 模型. Smith<sup>[3]</sup>在波动率扩散过程中引入门限自回归

收稿日期:2015-03-09

基金项目:国家自然科学基金资助项目(71171042,71571038)

作者简介:宫晓莉(1988-),女,山东青岛人,东北大学博士研究生;庄新田(1956-),男,吉林四平人,东北大学教授,博士生导师.

(AR)模型,以刻画正负收益率对波动率的非对称影响。以上研究只考虑了资产价格跳跃动态和波动扩散过程,没有考虑价格跳跃行为和波动过程间的关系。Daal 等<sup>[4]</sup>在服从自回归结构的跳跃强度中加入波动过程的反馈机制。为捕获市场利好和利空消息的非对称冲击,吴鑫育等<sup>[5]</sup>构建了双杠杆门限随机波动率模型以反映收益率和波动率间的杠杆效应。然而,上述文献较少在跳跃强度与波动率建模中考虑这两者的相互反馈机制。综上所述,借鉴 Yang 等<sup>[6]</sup>的非线性门限模型,将 Douc 等<sup>[7]</sup>的门限自回归模型(self-threshold autoregressive model SETAR)引入自回归泊松跳跃强度中,以反映跳跃强度的结构性突变,并使用 GARCH 模型反映波动扩散形态。以受波动率影响的跳跃强度控制跳跃行为,再以受跳跃行为影响的 CARCH 模型控制正常扩散过程,测度股指跳跃变化形态。

## 1 理论模型

### 1.1 模型的构建

跳跃扩散情形下资产价格跳跃强度既受内在异质性差异驱动,也受到外部随机变量门限影响,跳跃情形具有时变性和集聚性特点,受外界冲击跳跃形态会发生结构性突变,因而有必要在自回归跳跃强度下考虑跳跃强度门限效应。只有当外部随机变量超过一定门限水平时才显著影响资产价格的跳跃行为。股票价格  $S_t$  在  $(t-1, t)$  内满足以下跳跃扩散随机微分方程:

$$\frac{dS_t}{S_t} = (\mu_t - \lambda_t \cdot \nu) S_t dt + \sigma_t dB_t + (J_t - 1) dN_t \quad (1)$$

其中  $\mu_t$  是漂移参数;  $\sigma_t$  是扩散参数;  $B_t$  是标准布朗运动;  $N_t$  是具有强度为  $\lambda_t$  的泊松跳跃过程,跳跃强度  $\lambda_t$  控制着跳跃概率;  $J_t (> 0)$  是服从对数正态分布的跳跃幅度,假定  $J_t$  与  $dN_t$  是相互独立的,  $\ln J_t \sim N(\theta, \delta^2)$ ;

$$\nu = E(J_t - 1) = \exp\left(\theta + \frac{\delta^2}{2}\right) - 1$$

其中,在  $(t-1, t)$  段时间内发生了  $N_t$  次跳跃,当  $N_t = n$  时,资产价格服从泊松跳跃的概率为

$$P(N_t = n) = \frac{e^{-\lambda_t} (\lambda_t)^n}{n!} \quad (2)$$

根据随机变量的独立性,由半鞅的随机指数<sup>[8]</sup>性质可得方程(1)的唯一解:

$$r_t = \ln \frac{S_t}{S_{t-1}} = \left(\mu_t - \frac{1}{2}\sigma_t^2 - \lambda_t \nu\right) +$$

$$\sigma_t (B_t - B_{t-1}) + \sum_{i=1}^{N_t} \ln J_t^i \quad (3)$$

其中  $J^i$  表示价格指数在  $(t-1, t)$  期内的跳幅。由式(3)知,收益率分布是两正态分布叠加。将扩散系数的正态分布概率密度函数加权后即为收益的密度函数,加权后概率分布函数相比标准正态分布呈现尖峰厚尾的形态,推广到  $\sigma_t$  是时变的,股票收益也表现为尖峰厚尾的特征。

金融收益率的大幅跳跃具有持续性和突变性。持续性表现为当期跳跃强度是前几期的延续,即跳跃强度呈现自回归结构;突变性表现为外界消息冲击股市引起非正常跳跃,即资产收益率跳跃呈现非线性特征。为刻画分段时变跳跃强度,捕捉金融非高斯随机因子对跳跃强度不同影响,将 AR 的跳跃强度扩展到 SETAR<sup>[7]</sup>,以体现跳跃强度在门限值两侧的不同状态。SETAR 是分段线性模型,用不同的线性 AR 模型来描述。

$$\lambda_t = \begin{cases} \lambda_{10} + \beta_{11}\lambda_{t-1} + \beta_{12}\sigma_{t-1}^2 + \varepsilon_t, & Z_{t-1} \leq \text{th}; \\ \lambda_{20} + \beta_{21}\lambda_{t-1} + \varepsilon_t, & Z_{t-1} > \text{th}; \end{cases}$$

$$Z_t = \varphi_1 \lambda_t + \varphi_2 \lambda_{t-1} \quad (4)$$

式(4)中  $\lambda_t$  是加入门限效应后服从 SETAR 过程的跳跃强度。它既受自身前期影响,又受前期波动率  $\sigma_t$  影响,该模型体现了波动率  $\sigma_t$  对跳跃行为的直接反馈作用。在  $\lambda_t$  式中  $Z_t$  是门限变量,通过门限滞后期来定义,可表示成不同滞后期的时间序列值的线性组合;  $\text{th}$  是门限值,通过确定门限值来分析多大冲击能造成跳跃结构突变,刻画了滞后期收益率跳跃强度对当期跳跃强度状态的影响。 $Z_t$  为  $\lambda_t$  滞后一期时间序列值的线性组合。当  $Z_{t-1} \leq \text{th}$  时,资产价格跳跃波动的强度  $\lambda_t$  服从  $\lambda_{10} + \beta_{11}\lambda_{t-1} + \beta_{12}\lambda_{t-2} + \varepsilon_t$  的跳跃形态,当  $Z_{t-1} > \text{th}$  时,资产价格跳跃波动的强度  $\lambda_t$  服从  $\lambda_{20} + \beta_{21}\lambda_{t-1} + \beta_{22}\lambda_{t-2} + \varepsilon_t$  的跳跃形态。跳跃强度通过 SETAR 形式控制跳跃行为发生概率。式(4)中  $\lambda_{10}$ 、 $\beta_{11}$ 、 $\beta_{12}$ 、 $\lambda_{20}$ 、 $\beta_{21}$ 、 $\beta_{22}$  和  $\varphi_1$ 、 $\varphi_2$  为待估参数。 $\varepsilon_t$  是收益率扰动项,假定  $\varepsilon_t$  由正常扩散扰动  $\varepsilon_{D,t}$  和异常跳跃扰动  $\varepsilon_{J,t}$  构成。

由于资产收益率总体方差由正常扩散扰动方差和异常跳跃扰动方差构成,正常扩散扰动方差刻画了总体波动中平滑波动部分,而异常跳跃扰动方差刻画了总体波动中大幅波动。跳跃总和  $J_t$  的方差为  $\text{Var}(J_t) = (\theta^2 + \delta^2) \lambda_t$ , 而  $\sigma_t^2 = \text{Var}(\varepsilon_{D,t})$ , 所以,资产收益率总方差为  $\text{Var}(r_t) = \sigma_t^2 + (\theta^2 + \delta^2) \lambda_t$ 。金融资产波动率代表了总体波动中的平滑扩散过程,  $\sigma_t$  的波动状态具备持续性

特点<sup>[9-10]</sup>,即波动率状态一旦改变,将保持这种状态.股指收益率较大波动后伴随大幅震荡,较小波动后伴随小幅震荡. GARCH 模型能够描述波动率的持久性和厚尾性.正态分布收益率 GARCH 过程意味着分布尾部比正态分布要厚.波动率呈现集群性,前期收益率扰动项  $\varepsilon_{t-1}$  能影响当期波动率,且收益率变化会对波动率造成不同影响,收益率和波动率间存在多相关性,资产价格下降会加剧波动,波动率集聚又影响对收益率预期.因此,在波动率 GARCH(1,1)过程中加入波动和收益预期之间的多向关系.

$$\left. \begin{aligned} r_t - \mu &= \sigma_t \cdot \varepsilon_t \\ \sigma_t^2 &= \omega_0 + \omega_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \omega_2 \sigma_{t-1}^2 \quad \omega_0 > 0 \quad \omega_1 > 0 \quad \omega_2 > 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$\varepsilon_{t-1} = r_{t-1} - E(r_{t-1} | \Omega_{t-2})$  表示  $t-2$  时刻,上期收益率与条件均值的偏差.  $\sigma_t$  既受前期波动  $\sigma_{t-1}$  影响,又包含  $\varepsilon_{t-1}$  的移动平均项,  $\varepsilon_{t-1}$  能分解为平稳扩散扰动  $\varepsilon_{D,t}$  和异常跳跃扰动  $\varepsilon_{J,t}$ ,对股指的跳跃行为预期影响股票价格波动状态,这刻画了跳跃行为对波动率的直接反馈机制.波动状态  $\sigma_t$  通过直接影响  $r_t$  而间接对跳跃预期形成反馈机制.跳跃性和波动率具有双向反馈机制.

至此,在 SETAR 模型中以受波动率影响的跳跃强度控制跳跃行为发生的概率,以受跳跃行为影响的 GARCH 模型控制价格波动的正常扩散扰动,模型(3)~(5)构成了 SETAR-GARCH 模型.

### 1.2 模型参数的估计方法

使用最大似然法估计 SETAR-GARCH 方程参数,方程的对数似然函数表达式为

$$\ln L(r_1, r_2, \dots, r_T) = \ln \left( \prod_{t=2}^T f(r_t | \Omega_{t-1}) f(r_1) \right) = \sum_{t=2}^T \ln f(r_t | \Omega_{t-1}) + \ln f(r_1). \quad (6)$$

基于式(3)的封闭解,可知收益率  $r_t = \ln(S_t/S_{t-1})$  的概率分布为

$$\begin{aligned} P(r_t = \ln \frac{S_t}{S_{t-1}} < x) &= \sum_{n=0}^{\infty} P(\ln \frac{S_t}{S_{t-1}} < x | N_t = n) \\ P(N_t = n) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda} (\lambda)^n}{n!} \cdot P(\mu_t - \frac{1}{2} \sigma_t^2 - \lambda_t \nu + \sigma_t (B_t - B_{t-1}) + \sum_{i=1}^{N_t} \ln J^i < x). \end{aligned} \quad (7)$$

式(7)中  $P(N_t = n)$  表示  $(t-1, t)$  内发生  $n$  次跳跃的概率.根据  $\mu_t - 0.5\sigma_t^2 - \lambda_t \nu$  为常值  $(B_t - B_{t-1}) \sim N(0, 1)$ ,并且正态分布的线性组合还是

正态分布,得到收益率是含有正态分布的混合形式:

$$r_t = \ln \frac{S_t}{S_{t-1}} \sim \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda} (\lambda)^n}{n!} N(\mu_t - \frac{1}{2} \sigma_t^2 - \lambda_t \nu + n\theta \sigma_t^2 + n\delta^2). \quad (8)$$

给定方程迭代的初始参数为  $\lambda_t = \lambda_0, \sigma_t^2 = \omega_0$ .由于泊松分布的合式计算在 11 项以后对估计精度影响很小,故可忽略不计.

## 2 实证研究

### 2.1 数据描述和统计分析

房地产指数运行具有非线性、恢复缓慢的特点,并能表征实体经济,实证研究选取 Wind 数据库上证房地产指数 2007 年 1 月 4 日到 2014 年 12 月 3 日的 1922 个收盘价数据.表 1 是样本的描述性统计.图 1 描述了上证房地产指数日收益率波动扩散图.

表 1 上证房地产指数收益率序列描述性统计  
Table 1 Descriptive statistics of Shanghai real estate index returns series

异常	均值	标准差	偏度	峰度	J-B 值
712 (37%)	0.000297	0.0247	-0.3533	4.9768	24.5573 (0.0759)

注:异常指波动率超过 5.62 倍标准差的天数;J-B 值小括号内为  $p$  值.

J-B 值检验发现,上证房地产指数收益率不呈正态分布,峰度值  $-0.3533 < 0$  和偏度值  $4.9768 > 3$  表明收益率序列左偏和尖峰厚尾性.由图 1 可看出,上证房地产指数日收益率波动剧烈,尤其在金融危机期间,出现大幅跳水和极端值.同时,上证房地产指数呈现无规则集聚式跳跃.

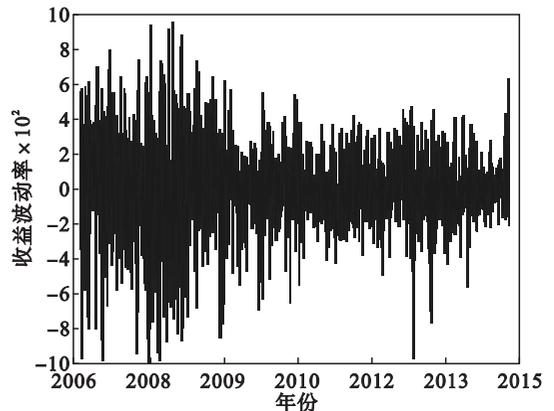


图 1 上证房地产指数日收益率波动扩散图  
Fig. 1 Volatility diffusion figure of Shanghai real estate index returns

2.2 模型参数估计与分析

表 2 ~ 表 4 给出了方程 (3) ~ (5) SETAR - GARCH 模型参数估计结果. 模型参数估计均在 5% 水平上显著, 拟合效果较好, 说明上证房地产指数滞后波动显著传递到当期, 影响了当期跳跃波动. 上证房地产指数收益率在大于门限值呈现大幅跳跃的概率为 35.21%, 在低于门限值呈小幅波动的概率为 64.79%.  $\varphi_1 = 0, \varphi_2 = 1$ , 参数估计的门限值为 5.62, 当滞后一期指数跳跃的日波动率标准差超过波动率均值的 5.62 倍标准差时, 指数收益引起跳跃式突变, 跳跃形态发生变化, 说明上证房地产指数存在门限效应, 跳跃突变发生

表 2 跳跃强度 SETAR 模型拟合结果 ( $Z_t = 5.62$ )  
Table 2 Fitting result of the jump density SETAR model

大幅跳跃概率			小幅波动概率		
$\lambda_{10}$	$\beta_{11}$	$\beta_{12}$	$\lambda_{20}$	$\beta_{21}$	$\beta_{22}$
4.6839	0.0051	0.4137	1.4326	0.0631	0.0426
( $5.1 \times 10^{-12}$ )	(0.0033)	(0.0092)	( $3.5243 \times 10^{-9}$ )	( $3.2289 \times 10^{-8}$ )	( $3.7132 \times 10^{-9}$ )

注: 小括号内为  $p$  值.

表 3 跳跃行为模型部分参数统计

Table 3 The parameter statistics of jump dynamics model

$\theta$	$\delta^2$	$\lambda_t$	$\text{Var}(r_t)$	$\text{Var}(\varepsilon_{j,t})/\text{Var}(r_t)$
0.2136	0.1772	0.0631	$6.0818 \times 10^{-3}$	52%
(0.0094)	(0.0014)			

注: 小括号内为  $p$  值.

表 4 波动率 GARCH 模型拟合结果

Table 4 Fitting result of the GARCH volatility model

$\mu$	$\omega_0$	$\omega_1$	$\omega_2$	似然比
$2.7816 \times 10^{-3}$	$5.2436 \times 10^{-3}$	$7.7594 \times 10^{-3}$	$6.380 \times 10^{-2}$	5836.72
(0.0703)	(0.0454)	( $2.71 \times 10^{-8}$ )	( $2 \times 10^{-12}$ )	(-3.9941)

注: 对数似然值括号内为参数估计的 AIC, 其余括号内为  $p$  值.

从表 3 的结果分析, 上证房地产指数每年平均跳跃 2 ~ 3 次, 平均跳跃幅度为 0.2136, 跳跃强度的波动率为 0.1772. 跳跃扰动方差占收益率总方差的比重为 52%, 资产收益率总体干扰中有较大的部分是由跳跃行为异常所引起. 图 2 给出了上证房地产指数收益率总体方差图, 图 3 是上证房地产指数跳跃方差成分与 GARCH 方差成分对比图. 能直观地看到, GARCH 方差成分刻画了总体方差的正常趋势, 跳跃方差成分刻画了总体方差的跳跃突变部分.

GARCH 模型参数估计中的  $\mu$  参数在统计上不显著, 其他参数都在 1% 水平上显著, 说明上证房地产指数收益率序列存在明显的 GARCH 效应, 我国房地产市场价格波动在时间上有很强的

的概率为 35.21%, 小幅度波动扩散概率为 64.79%. 表 1 统计的实际突变跳跃发生概率为 37%, 模型估计结果与实际接近. 进一步说明模型较好地反映了跳跃现象. 这与前期我国房地产投资过热造成房价突涨的经济现象一致. 对门限效应做 Hansen 检验,  $p$  值为 0.001, 结果验证了门限效应的存在. 参数  $\beta_{11}, \beta_{21}$  数值较大意味着跳跃强度发生的概率依赖于前期, 跳跃强度存在明显的集聚效应. 参数  $\beta_{12}$  在 1% 水平上显著, 证明了投资者对历史波动率的评价直接影响未来跳跃强度的预期.

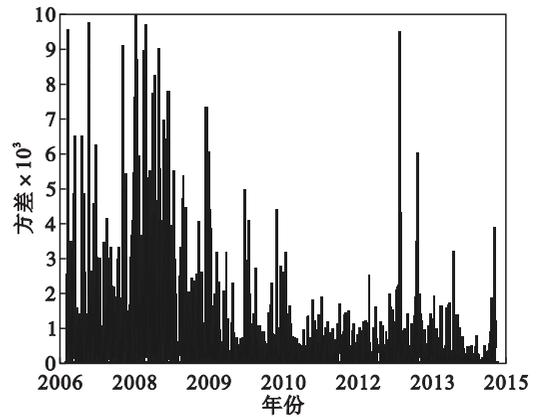


图 2 上证房地产指数收益率总方差

Fig. 2 Total variance of Shanghai real estate index returns

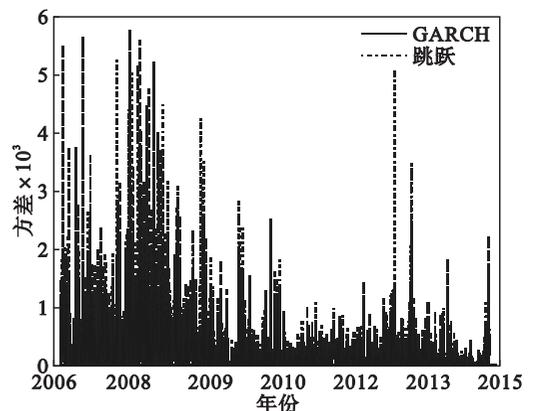


图 3 上证房地产指数跳跃方差成分与 GARCH 方差成分

Fig. 3 Jump variance component and GARCH variance component of Shanghai real estate index

关联性.同时,检验房地产指数收益率 GARCH 效应的 LM Arch 检验也拒绝原假设.上证房地产指数的 GARCH 效应说明前期房地产投资过热造成的泡沫得到抑制并大幅回落,但受前期高额投资收益影响,房地产价格回落缓慢.参数  $\omega_1$  在 1% 水平上显著意味着历史跳跃行为造成的干扰间接影响到当期的收益率波动  $\sigma_t$ ,  $\omega_1$  反映了跳跃行为对波动率造成的额外影响.上证房地产指数前期的波动率  $\sigma_{t-1}$  直接影响当期的波动率  $\sigma_t$ , 上期的收益率  $r_t$  的残差平方和  $\varepsilon_{t-1}$  能加剧当期房地产指数的波动扩散.上证房地产指数波动率  $\sigma_t$  和跳跃行为具有双向反馈机制.

### 3 结 论

1) 上证房地产指数收益率序列不呈正态分布,峰度值和偏度值也表明收益率序列的有偏和尖峰厚尾性.上证房地产指数存在门限效应,跳跃突变发生的概率为 35.21%.

2) 资产收益率总体干扰中有较大的部分是由跳跃行为异常所引起.投资者对历史波动率的评价直接影响未来跳跃强度的预期,历史跳跃行为造成的干扰加剧了当期的收益率波动扩散,波动率的扩散和跳跃行为具有双向反馈机制.

3) 上证房地产指数收益率序列 GARCH 效应明显,以房地产指数表征房地产市场发现,我国房地产市场价格波动在时间上有很强的关联性,前期房地产投资过热造成的泡沫得到抑制并大幅回落,但受高额前期投资收益影响,房地产价格回落缓慢.

#### 参考文献:

[ 1 ] 黄苒,唐齐鸣.基于可变强度跳跃-GARCH 模型的资产价

格跳跃行为分析——以中国上市公司股票市场数据为例 [ J ]. 中国管理科学, 2014, 22( 6 ): 1 - 9.

( Huang Ran, Tang Qi-ming. Analyzing the jump dynamics of asset price in jump-GARCH model with variable intensity [ J ]. *Chinese Journal of Management Science*, 2014, 22( 6 ): 1 - 9. )

[ 2 ] Kim Y, Rachev S, Bianchi M, et al. Time series analysis for financial market meltdowns [ J ]. *Journal of Banking & Finance* 2011, 35( 8 ): 1879 - 1891.

[ 3 ] Smith D R. Asymmetry in stochastic volatility models: threshold or correlation [ J ]. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics* 2009, 13( 3 ): 1 - 34.

[ 4 ] Daal E, Naka A, Yu J. Volatility clustering, leverage effects, and jump dynamics in the US and emerging Asian equity markets [ J ]. *Journal of Banking and Finance* 2007, 31( 9 ): 2751 - 2769.

[ 5 ] 吴鑫育,周海林,汪寿阳.双杠杆门限随机波动率模型及其实证研究 [ J ]. 管理科学学报, 2014, 17( 7 ): 63 - 81.

( Wu Xin-yu, Zhou Hai-lin, Wang Shou-yang. A threshold stochastic volatility model with double leverage and its empirical test [ J ]. *Journal of Management Sciences in China*, 2014, 17( 7 ): 63 - 81. )

[ 6 ] Yang Z X, Yin G. Stability of nonlinear regime-switching jump diffusion [ J ]. *Nonlinear Analysis* 2012, 75( 9 ): 3854 - 3873.

[ 7 ] Douc R, Moulines E, Stoffer D. Nonlinear time series theory, methods, and applications with R example [ M ]. London: Chapman & Hall/CRC, 2014: 91 - 123.

[ 8 ] Klebaner F C. Introduction to stochastic calculus with applications [ M ]. London: Imperial College Press, 2005: 123 - 147.

[ 9 ] Charles C, Fuh C D. A tale of two regimes: theory and empirical evidence for a Markov-modulated jump diffusion model of equity returns and derivative pricing implications [ J ]. *Journal of Banking and Finance* 2013, 37( 8 ): 3204 - 3217.

[ 10 ] Huang S H, Guo M H. Model risk of the implied GARCH-normal model [ J ]. *Quantitative Finance*, 2014, 14( 12 ): 2215 - 2224.