

单纯形微粒群算法在确定路堤安全系数中的应用

沙成满¹, 边丹², 杨冬梅²

(1. 东北大学资源与土木工程学院, 辽宁沈阳 110819; 2. 东北大学理学院, 辽宁沈阳 110819)

摘 要: 在公路设计中, 对于路堤的堤身稳定性、路堤和地基的整体稳定性评价, 按规范要求一般采用简化 Bishop 算法来确定公路边坡最危险滑动弧面及其对应的最小安全系数。工程上常采用的枚举法要求给出搜索范围, 计算速度慢。传统的优化算法如步长加速法等存在容易陷入局部极值等缺点。在微粒群算法(PSO)基础上, 运用了一种用单纯形法和微粒群法结合的优化搜索算法(SM-PSO), 并与 PSO 方法在优化效率和优化性能方面作了比较。该方法在收敛速度、适应性等方面较 PSO 方法也有明显改进, 与传统枚举算法相比计算精度满足要求。

关键词: 路堤稳定性系数; 简化 Bishop 算法; 单纯形法; 微粒群算法; 优化

中图分类号: TP 18 文献标志码: A 文章编号: 1005-3026(2016)06-0890-05

Application of Simplex Particle Swarm Optimization Algorithm in Determining the Minimum Factor of Safety of Embankment

SHA Cheng-man¹, BIAN Dan², YANG Dong-mei²

(1. School of Resources & Civil Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China; 2. School of Sciences, Northeastern University, Shenyang 110819, China. Corresponding author: SHA Cheng-man, E-mail: shachengman@mail.neu.edu.cn)

Abstract: In the design of highway, the simplified bishop algorithm is used to analyze the body stability of the embankment itself and the overall stability both embankment and foundation according to the requirements of specification generally. It is used to determine the most dangerous slope sliding surface and the corresponding minimum factor of safety. The enumeration algorithm frequently adopted in engineering practice requires a given hunting zone and its computation speed is slow. Traditional optimization algorithm such as step-acceleration method results in local extremum and other shortcoming easily. Based on particle swarm optimization (PSO), a method combining simplex method and particle swarm optimization (SM-PSO) is put forward. And it is proved that it has obvious improvement in convergence speed and adaptability when comparing with PSO algorithm in optimization efficiency and optimization performance.

Key words: embankment stability factor; simplified bishop algorithms; simplex method(SM); particle swarm optimization(PSO); optimization

目前,在公路路基设计中,路堤的堤身稳定性、路堤和地基的整体稳定性按规范要求一般采用简化 Bishop 算法^[1],寻找最危险滑动弧面计算稳定安全系数。由于具体工程路堤土、地基土层等条件复杂,对于不同圆心、半径对应的滑动弧面计算出来的稳定系数在可行域上经常存在多个极值点,采用传统的优化方法(如步长加速法、最速下降法等)搜索最危险圆弧往往陷于局部极值点而

不是最优解^[2]。工程实践中往往采用枚举法,即根据工程具体情况给定一个圆心区域和半径范围,并根据精度要求给定步长在该范围内逐一搜索,求出最优解。这种方法计算时间长效率低,并且需要人为给定圆心和半径范围,范围判断不好则容易出错,也不利于通用性好的商业软件使用。

近年来在优化领域涌现出了一批新的优化方法,如遗传算法、微粒群算法等^[2-5]。遗传算法收

收敛速度慢、计算结果的精度也不是很高。微粒群算法(PSO)是一种比较新的进化计算技术,优势在于算法不仅容易实现(没有过多的参数需要人为调整)、精度高而且收敛速度也比较快^[6-8]。但是,微粒群算法在计算本文的问题时,其收敛速度也不尽如人意,尤其土层情况复杂时,收敛速度明显变慢。

单纯形算法(SM)有以下优势:能够以较快的速度直接搜索到优化目标;对复杂形式的函数,一般不会出现不收敛或收敛不稳定的情况。但是当目标函数有多个局部极值时,应用该方法将由于初值选用的不同而得到不同解,从而陷如局部最优解,这是单纯形法的一个较大的缺陷^[5]。

针对粒子群算法与单纯形算法各自的优缺点,将两种算法结合起来,并将这一方法应用于路堤边坡稳定性系数计算这一具体问题。这种算法的优点在于:第一,利用单纯形法能够快速并且直接搜索到目标值这一优点弥补微粒群算法解决复杂函数搜索速度慢这一缺陷;第二,利用微粒群算法突跳性解决了单纯形法容易陷入局部极值的问题^[6];第三,单纯形微粒群算法搜索结果的精确度也会明显提高。这样就很好解决了由于复杂条件引起的收敛速度以及精确度等一系列问题。

1 简化 Bishop 算法

依据规范要求^[1]简化的 Bishop 算法是假定滑动面为圆弧,路基坡身稳定性采用此算法进行分析计算稳定安全系数 F_s 如式(1)所示。

$$F_s = \frac{\sum K_i}{\sum W_i \sin \alpha_i} \quad (1)$$

其中: W_i 为第 i 土条的重力; α_i 为第 i 土条底滑面的倾角; K_i 为内部作用力^[8]。

当土条 i 滑弧处于地基中时:

$$K_i = \frac{C_{di} b_i + W_{di} \tan \varphi_{di} + W_{ui} \tan \varphi_{ui}}{m_{\alpha_i}} \quad (2)$$

当土条 i 滑弧处于路基中时:

$$K_i = \frac{C_{ui} b_i + W_{ui} \tan \varphi_{ui}}{m_{\alpha_i}} \quad (3)$$

其中: W_{di} 为第 i 土条地基部分的重力; W_{ui} 为第 i 土条路基部分的重力; b_i 为土条宽; C_{di} 、 φ_{di} 为地基的黏结力和内摩擦角^[9];

$$m_{\alpha_i} = \frac{\cos \alpha_i + \sin \alpha_i \tan \varphi_i}{F_s} \quad (4)$$

由式(1)和式(4)可以看出,安全系数 F_s 的表达式是一个复杂的隐函数的形式, F_s 函数性质

除和圆弧的圆心坐标、半径有关外,还和土条划分、土层参数、坡比等有关,性质很复杂,具有多极值的特点。图 1 是某一算例按传统算法搜索得到的不同圆心(取 F_s 最小时的半径) F_s 等值线图,图中有曲线部分段呈现波状与步长及计算误差有关。图中可以看出, F_s 分布很不规则,有多个极值点并且不连续。传统的最优化算法很难解决这一类问题,然而用枚举法(海捞)费时又费力,并且需要给定搜索范围、步长,不利于通用程序编制。为了解决该问题,本文引入单纯形微粒群算法。

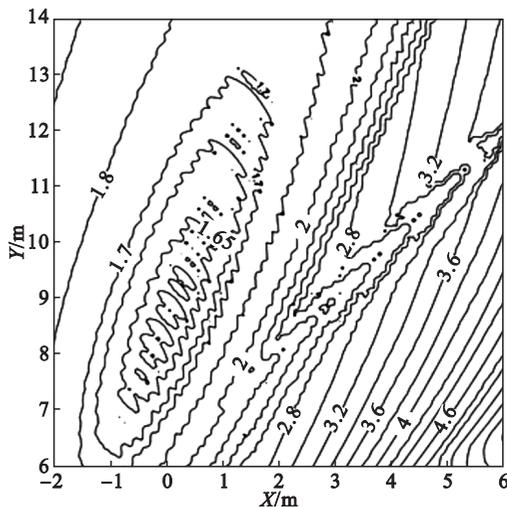


图 1 某算例安全系数的等值线图

Fig. 1 Contour map of the safety factor of a sample

2 单纯形微粒群结合算法

微粒群算法是基于群体的,根据对环境的适应情况将群体中的个体移动到好的区域。然而它不对个体使用优化算子,而是将每个个体看作是 D 维搜索空间中的一个没有体积的微粒点,在搜索空间中以一定的速度飞行,这个速度根据它本身的飞行经验和同伴的飞行经验来动态调整。使微粒在解空间飞行,最终停留在最优解处。每个粒子按式(5)更新自己的位置和速度。

$$\begin{aligned} v_i(k+1) &= \omega_i(k) v_i(k) + c_1 \text{rand}(\cdot) [p_i(k) - x_i(k)] + c_2 \text{rand}(\cdot) [p_g - x_i(k)], \\ x_i(k+1) &= x_i(k) + v_i(k+1). \end{aligned} \quad (5)$$

其中 k 是迭代次数; c_1 、 c_2 是学习因子; $\text{rand}(\cdot)$ 是 $[0, 1]$ 区间的随机数; ω_i 为惯性权重, ω_i 越大,全局搜索能力越强。其余符号含义参见文献[5]。

单纯形法(SM)也称可变凸多面体搜索法,它计算量小,搜索速度快,是一种传统的线性规划方法。该法首先在 n 维空间中构造一个具有 $n+1$ 个极点的凸多面体,求出各点的适应值,并确定其中的最优、次优和最差点,然后通过反射、扩张、收

缩和压缩等策略找出一个较好的点,取代最差点,从而构成新的多面体,这样重复迭代可以找到或逼近一个最优点^[9-10].

考虑本计算模型的特点,针对单纯形算法和粒子群算法的各自特点,将 2 种算法结合起来使用. SM-PSO 算法是首先利用单纯形算法得到目标函数的局部优化解,再利用粒子群算法的随机跳跃性搜索,得到新的初始解从而不容易陷入局部最优解,使它能够跳出局部极值点.同时结合范围搜索使单纯形算法不会跳过全局最优解陷入下一个局部最优.

SM-PSO 算法流程如图 2 所示.

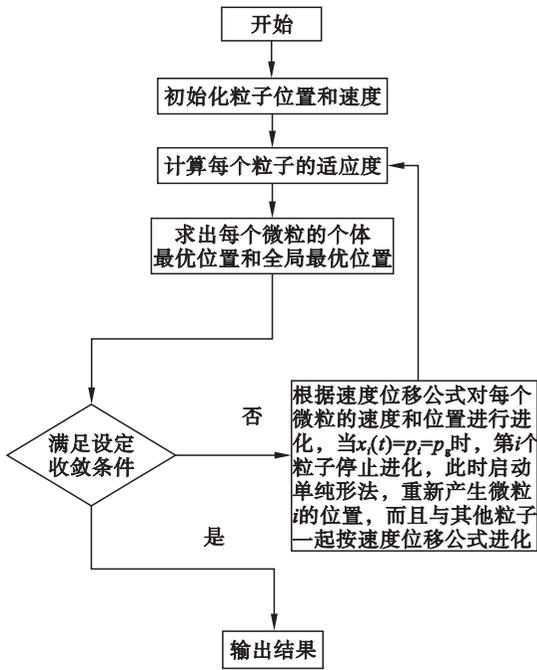


图 2 SM-PSO 算法流程
Fig. 2 SM-PSO algorithm

- 1) 初始化设置 SM-PSO 的各参数;
- 2) 计算每个微粒的初始适应值;
- 3) 对于每一个微粒,将其适应值与其经历的最优位置的适应值进行比较,将较好的作为当前粒子最优位置;
- 4) 再将其与全局所经历的最优位置的适应值进行比较,将较好的作为全局粒子最优位置;
- 5) 根据式(5)对每个微粒的速度和位置进行进化,当第 i 个粒子停止进化,此时启动动态扩张单纯形法,重新产生微粒 i 的位置,而且与其他粒子一起按式(5)进化;
- 6) 若满足设定的收敛条件,则输出结果,否则转入步骤 3)。

其中 $x_i(t)$ 为第 i 个粒子在 t 时刻的位置,为第 i 个粒子的个体最优位置 p_i^g 为全局最优位置。

3 算例分析

分别选用 3 个有代表性的例子,路基高度都采用 6 m,坡比分别为 1:1, 1:1.5, 1:1.25,代表了坡比的一般情况,内聚力、内摩擦角取值也考虑了砂土、黏土的一般情况。

表 1 算例模型参数表
Table 1 Soil parameter of example models

算例	土层	密度 kN/m ³	坡比	C kPa	$\phi/(^\circ)$
算例 1	路基	19.2	1:1.0	15	24.2
	地基	17.3	1:1.0	14	23.5
算例 2	路基	17.8	1:1.5	18	28
	地基	17.5	1:1.5	25	15
算例 3	路基	18.5	1:1.25	22	22
	地基	17.8	1:1.25	20	20.2

用 MATLAB 软件编程计算,各个算例按以上参数计算.为便于对比,分别用 3 种方法计算,即 SM-PSO 方法,PSO 方法以及传统的枚举法(海捞法)。

图 3 和表 2 为算例 1 的结果.图 3 中可以看出,首次迭代后 SM-PSO 方法迭代速度就加快,而 PSO 到第 8 次才开始加速,PSO 方法迭代到 20 次接近真值,而 SM-PSO 方法迭代到 7 次就接近真值,SM-PSO 明显比 PSO 收敛速度快,并且精确度更高.表 2 为几种方法计算结果的比较,其中的误差是由迭代结果和枚举算法的结果的差值除以枚举结果得到的相对误差(下同).SM-PSO 迭代到 10 次相对误差已经达到 0.01%,而 PSO 迭代到 200 次相对误差仍为 1.02%,从迭代到 200 次的最终结果看,PSO 算法求的最小安全系数为 1.641 3,无法达到真值.SM-PSO 算法求得的最小安全系数为 1.622 3,已经好于传统算法.需要说明,传统枚举算法受搜索步长的影响,结果也不是最好的。

图 4 和表 3 为算例 2 的结果.图 4 中可以看出,首次迭代后 SM-PSO 方法也明显优于 PSO 方法,随着迭代次数增加 F_s 稳定下降并逐渐收敛,到 20 次基本收敛到真值,并且精确度更高. PSO 方法收敛慢,到 50 次左右有一个台阶,才收敛加速,精度也不好.表 3 为 PSO 与 SM-PSO 计算结果的比较,SM-PSO 迭代到 10 次相对误差已经达到 1.99%,到 20 次结果已经好于枚举法.而 PSO 迭代到 10 次相对误差为 9.51%,200 次相对误差仍为 2.35%,无法有效收敛到真值.表 3 为

PSO 与 SM-PSO 计算结果的比较,由表可以看出在非均质边坡情况中 SM-PSO 算法的搜索速度明显比 PSO 要快,而且精度更好。

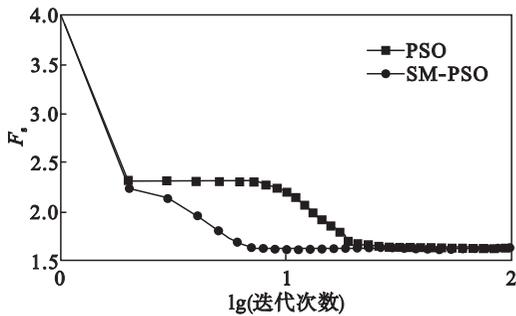


图 3 算例 1 PSO 与 SM-PSO 计算结果对比图

Fig. 3 Comparison chart between PSO and SM-PSO of example 1

表 2 算例 1 PSO 与 SM-PSO 计算结果的比较

Table 2 Comparison of calculated results between PSO and SM-PSO of sample 1

迭代次数	枚举算法		PSO		SM-PSO	
	F_s	F_s	F_s	误差/%	F_s	误差/%
5			2.323 2	42.9	1.797 6	10.6
10			2.257 5	38.9	1.625 0	0.01
15			1.951 4	20.1	1.624 8	—
20	1.625		1.646 2	1.32	1.622 3	—
50			1.641 3	1.02	1.622 3	—
100			1.641 3	1.02	1.622 3	—
200			1.641 3	1.02	1.622 3	—

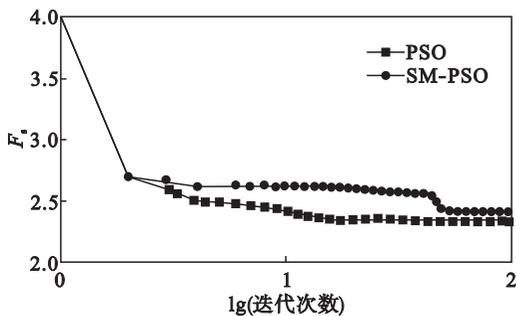


图 4 算例 2 PSO 与 SM-PSO 计算结果对比图

Fig. 4 Comparison chart of iterative number between PSO and SM-PSO of example 2

图 5 和表 4 为算例 3 的结果。图 5 中可以看出算例 3 首次迭代后 SM-PSO 方法也明显优于 PSO 方法,随着迭代次数增加 F_s 稳定下降并逐渐收敛,收敛过程中有几个台阶跳跃,到迭代 10 次基本收敛到真值,并且精确度高,比算例 2 收敛速度快。PSO 方法相对收敛慢,收敛中有几个台阶跳跃,到 30 次左右基本收敛,再往后收敛慢,精度也不好。表 4 为 PSO 与 SM-PSO 计算结果的比较,SM-PSO 迭代到 10 次相对误差已经达到

0.43% 到 20 次结果已经好于枚举法。而 PSO 迭代到 10 次相对误差为 19.4%,20 次以后不再收敛,200 次相对误差仍为 2.1%,无法有效收敛到真值。

表 3 PSO 与 SM-PSO 计算结果的比较

Table 3 Comparison of calculated results between PSO and SM-PSO

迭代次数	枚举算法		PSO		SM-PSO	
	F_s	F_s	F_s	误差/%	F_s	误差/%
5			2.598 5	10.53	2.504 8	6.54
10			2.574 5	9.51	2.397 9	1.99
15			2.567 7	9.22	2.357 8	0.29
20	2.351		2.562 5	9.00	2.349 5	—
50			2.418 8	2.88	2.349 5	—
100			2.401 4	2.14	2.349 5	—
200			2.401 4	2.14	2.349 5	—

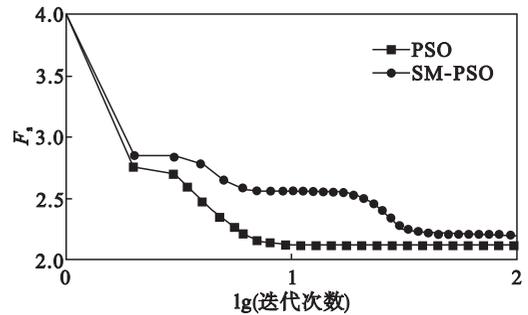


图 5 算例 3 PSO 与 SM-PSO 计算结果对比图

Fig. 5 Comparison chart of iterative number between PSO and SM-PSO of example 3

表 4 PSO 与 SM-PSO 计算结果的比较

Table 4 Comparison of calculated results between PSO and SM-PSO

迭代次数	枚举算法		PSO		SM-PSO	
	F_s	F_s	F_s	误差/%	F_s	误差/%
5			2.753 3	30.09	2.308 8	9.09
10			2.527 0	19.40	2.125 5	0.43
15			2.500 7	18.16	2.120 3	0.19
20	2.116		2.469 2	16.67	2.118 3	—
50			2.227 4	5.25	2.118 3	—
100			2.186 1	3.29	2.118 3	—
200			2.186 1	3.29	2.118 3	—

4 结 论

针对粒子群算法和单纯形算法的特点,将二者结合起来运用到路基边坡稳定性分析,有效克服了传统方法需要输入搜索范围、搜索速度慢等缺点,无需给出搜索范围和半径,也克服了粒子群算法误差大等缺点,并且通过多个一般性算例测试,收敛速度快,计算结果精度较高。

参考文献:

- [1] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 建筑基坑支护技术规程 [M]. 北京: 建筑工业出版社, 2012. (Ministry of Housing and Urban-Rural Construction of the People ' s Republic of China. Technical specification for retaining and protection of building foundation excavation [M]. Beijing :China Architecture & Building Press 2012.)
- [2] Kenney J ,Eberhart R C. Particle swarm optimization[C]// IEEE International Conference on Neural Network. Perth : IEEE Service Center ,1995 :1942 - 1948.
- [3] Yang B ,Bletzinger K U ,Zhang Q ,et al. Frame structural sizing and topological optimization via a parallel implementation of a modified particle Swarm algorithm[J]. *KSCCE Journal of Civil Engineering* 2013 ,17(6) :1359 - 1370.
- [4] Xiao H F ,Tan G Z. A novel particle swarm optimizer without velocity 'simplex-PSO[J]. *Journal of Central South University of Technology* ,2010 ,17(2) :349 - 356.
- [5] 崔志华 ,曾建潮. 微粒群优化算法 [M]. 北京: 科学出版社, 2011. (Cui Zhi-hua ,Zeng Jian-chao. Particle swarm optimization [M]. Beijing :Science Press 2011.)
- [6] 江维 ,沈斌 ,胡中功. 微粒群算法参数的理论分析 [J]. 化工自动化及仪表 2009 ,36(4) :38 - 40. (Jiang Wei ,Shen Bin ,Hu Zhong-gong. The parameters theoretical analysis of particle swarm optimization algorithm [J]. *Control and Instruments in Chemical Industry* ,2009 ,36 (4) :38 - 40.)
- [7] Shi Y H ,Eberhart R C. A modified particle swarm optimizer [C]//IEEE International Conference on Evolutionary Computation. Anchorage ,1998 :785 - 791.
- [8] Zhang P ,Wei P. Simplex particle swarm optimization for block matching algorithm[C]//Intelligent Signal Processing and Communication Systems. Chengdu 2010 :1 - 4.
- [9] Xiong Q ,Arthur J. Continuous optimization using a dynamic simplex method[J]. *Chemical Engineering Science* 2003 ,58 (16) :3817 - 3828.
- [10] Cho H ,Kim D ,Olivera F ,et al. Enhanced speciation in particle swarm optimization for multi-modal problems[J]. *European Journal of Operational Research* ,2011 ,213(1) :15 - 23.

(上接第 889 页)

时更加均匀,净化装置附近温度更加接近房间顶部的温度,使得净化间温度可达到防冻要求,保障了生物质气化站在沈阳地区冬季极寒条件下的安全运行。

4 结 论

1) 本文提出了一种利用轴流风机与套管将生物质气化站气化间内气化反应产生的余热送入净化间进行采暖的方法,并采用 CFD 计算软件 Fluent 对采暖后净化间内的温度场进行模拟,预测了采暖后净化间内的温度分布,对解决我国北方地区生物质气化站冬季防冻问题提供了一种可行性方案。

2) 当进气口管径为 0.1 m,风速为 10 m/s 时,采暖后的净化间内温度可由 243.15 K 提高至 254 K 以上;若对净化间的外墙、门、房顶采取保温措施可使温度进一步提高到 278 K 以上,达到防冻要求。采用本方案进行采暖要同时考虑房屋的保温性能才可使最终采暖效果达到防冻要求。

参考文献:

- [1] Zhang W N. Automotive fuels from biomass via gasification [J]. *Fuel Processing Technology* 2010 ,91(8) :866 - 876.
- [2] Nelson O M ,César E R ,Valeri I B ,et al. Unsteady fluid mechanics and heat transfer study in a double-tube air-combustor heat exchanger with porous medium [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer* ,2009 ,52 (13/14) :3353 - 3363.
- [3] Han H Z ,Li B X ,Wu H ,et al. Multi-objective shape optimization of double pipe heat exchanger with inner corrugated tube using RSM method[J]. *International Journal of Thermal Sciences* 2015 ,90 :173 - 186.
- [4] 张俊霞 ,王立 ,冯俊小. 套管换热器换热特性的数值分析 [J]. 北京工业大学学报 2012 ,38(2) :288 - 293. (Zhang Jun-xia ,Wang Li ,Feng Jun-xiao. Numerical analysis of heat transfer of double pipe heat exchangers[J]. *Journal of Beijing University of Technology* 2012 ,38(2) :288 - 293.)
- [5] Rodrigues M K ,Brum R D S ,Vaz J ,et al. Numerical investigation about the improvement of the thermal potential of an earth-air heat exchanger (EAHE) employing the constructal design method[J]. *Renewable Energy* 2015 ,80 :538 - 551.
- [6] 王谦 ,郭泽宇 ,吉恒松,等. 基于风机盘管热风供热系统的温室热环境研究[J]. 农业机械学报 2013 ,44(8) :219 - 223. (Wang Qian ,Guo Ze-yu ,Ji Heng-song ,et al. Investigation of thermal environment in greenhouse based on fan coil unit forced-air heating system[J]. *Transactions of the Chinese Society for Agriculture Machinery* 2013 ,44(8) :219 - 223.)
- [7] 陶文铨. 数值传热学 [M]. 西安:西安交通大学出版社, 2001. (Tao Wen-quan. Numerical heat transfer[M]. Xi 'an :Xi 'an Jiaotong University Press 2001.)
- [8] 赵镇南. 传热学 [M]. 北京:高等教育出版社, 2008. (Zhao Zhen-nan. Heat transfer [M]. Beijing :Higher Education Press 2008.)
- [9] Kays W M ,Crawford M E ,Weigand B. Convective heat and mass transfer [M]. New York :McGraw Hill Higher Education 2004 :189 - 213.
- [10] Warren M R. Handbook of heat transfer fundamentals[M]. New York :McGraw Hill Higher Education ,1985.