

doi :10.3969/j.issn.1005-3026.2016.07.021

考虑电磁激励的车用永磁同步电机转子扭振特性

陈 星^{1,2},苑士华¹,陈 凯¹,任 勇²

(1. 北京理工大学 车辆传动重点实验室,北京 100081 ;2. 重庆长安新能源汽车有限公司,重庆 401120)

摘 要：研究了车用永磁同步电机转子系统在电磁激励与机械激励作用下的非线性扭振特性.建立了电磁激励作用下的转子系统机电耦合扭振振动模型,利用多尺度法求解了振动方程,确定了电机-转子系统扭振的稳态解及其稳定性.分别研究了永磁同步电机内功率因数角、极对数、电机运行的磁饱和系数以及转子系统的扭转刚度等对转子系统扭转振动特性的影响.研究结果表明:合理地控制和设计永磁同步电机的电磁与机械参数,可以避开车用永磁同步电机转子系统的扭转振动系统可能出现的跳跃及分岔等不稳定现象.

关 键 词：机电耦合;永磁同步电机;扭振;多尺度法;稳定性

中图分类号:TH 113 文献标志码:A 文章编号:1005-3026(2016)07-1008-06

Torsional Vibration Characteristics of PMSM for HEV Considering the Electromagnetic Excitation

CHEN Xing^{1,2},YUAN Shi-hua¹,CHEN Kai¹,REN Yong²

(1. Science and Technology on Vehicular Transmission Laboratory, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China; 2. Chongqing Changan New Energy Automobile Co., Ltd., Chongqing 401120, China. Corresponding author: CHEN Xing, E-mail: bit_cx@163.com)

Abstract : An nonlinear torsional vibration characteristics of permanent magnet synchronous motor 's rotor system under the electromagnetic and mechanical excitations were investigated. The model of electromechanical excitation was derived by an energy method. The method of multiple scales was used to solve the equation of motion. The steady state solutions and stability were determined. The effects of inner power factor angle , pole pairs , saturation coefficient and torsional stiffness of shaft on rotor system torsional vibration were studied. The results indicate that it could avoid the amplitude jump and bifurcation instability phenomenon through the reasonable control of permanent magnet synchronous motors and design of electromagnetic and mechanical parameters.

Key words : electromechanical coupling ; PMSM (permanent magnet synchronous motor); torsional vibration ; multiscale method ; stability

永磁同步电机具有高转矩/惯量比、高功率密度、高效率、体积小、响应快、运行可靠等优点,因此在电动汽车领域的应用越来越普及^[1].随着车用永磁同步电机向高转速与大功率方向发展,受机电耦合作用的影响及系统的非线性特性,车用永磁同步电机转子的扭转振动问题在电磁激励和发动机等激励的作用下将更为复杂与突出.

在机电传动系统的扭振模型方面,文献[2]建立了大型发电机与负载转子系统合成的统一的

双质量机电耦合传动系统模型,研究了发电机的起动以及串联补偿电容等非平稳过程由机电耦合引起的扭转振动现象.电磁激励是影响系统机电耦合非线性动力学特性的重要因素,因此电磁激励是转子机电耦合振动分析首先要研究的问题.电磁激励的解析计算方法主要有能量法^[3]和麦克斯韦应力应变法^[4].文献[5-6]采用麦克斯韦应力应变法建立了电机电磁激励解析模型,讨论了电磁激励对电励磁发电机转子系统横向振动特

性的影响.文献[7]进行了多个转子组成的发电机组转子机械刚度引起的固有频率和外力频率产生的二重共振问题;文献[8]利用 Hopf 分岔理论与 Floquet 理论研究了系统电磁参数变化引起的自激振动,指出了转子系统失稳的机理及其变化规律;文献[9-10]考虑了定子径向位移对发电机气隙磁场能的影响,研究了系统主共振分岔响应方程在开折参数和物理参数平面的转迁集和分岔图.

本文综合考虑转子扭转角对永磁同步电机磁动势的影响,从能量角度推导了电磁激励的解析式,从而建立了车用永磁同步电机与机械转子非线性扭转振动模型,采用多尺度法研究了永磁同步电机电磁参数激励非线性扭转振动系统在主参数共振情况下的近似解,导出了转子的频率响应方程,研究了机电参数对转子系统扭振的影响。

1 电磁激励分析与扭振动力学模型

1.1 永磁同步电机电磁激励

图 1 是永磁同步电机运行于同步转速时根据双反应理论画出的永磁同步电动机的相矢图。 E_0 称为空载反电动势 (V), 表示气隙空载基波磁场产生的电动势; E_s 为气隙合成电动势 (V); E_d 表示气隙合成基波磁场直轴所产生的电动势, 称为直轴内电动势 (V), 为气隙合成基波磁场直轴气隙所产生的电动势; θ 为功率角; φ 为功率因数角; ψ 为内功率因数角。

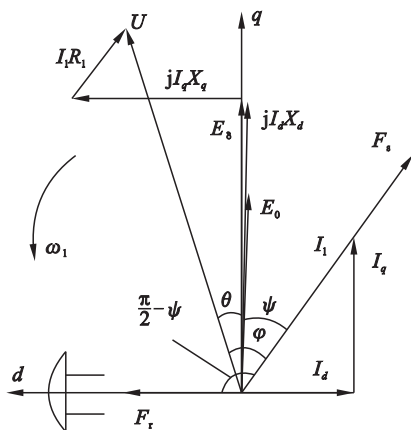


图 1 永磁同步电动机磁动势 - 电动势相矢图
Fig. 1 The F-V phase vector diagram of permanent magnet synchronous motor

为了便于分析,作以下假设:永磁材料的磁导率与空气相同,铁心的叠压系数为1,旋转气隙磁场正弦分布,忽略磁场高次谐波的影响。图2为永磁体与定子电枢相对位置关系, α 为某一定子齿

槽的中心线和某一永磁磁极中心线之间的夹角，称之为定转子之间的相对位置角。

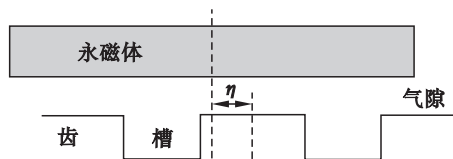


图2 永磁体与定子电枢相对位置
Fig. 2 Relative position of permanent magnets and stator

车用永磁同步电机由 PWM 电压供电,当不考虑谐波影响时,定子电枢电流近似为三相对称正弦电流,因此定子气隙基波磁动势为行波方程:

$$F_{\phi}(\alpha, t) = F_{\text{cm}} \cos(\omega t - p\phi). \quad (1)$$

式中: $F_{sm} = 1.35 \frac{N_w k_w}{p} I_1$ 为定子基波磁动势幅值; N_w 为每相绕组串联匝数; I_1 为电流的有效值; k_w 为基波磁动势的绕组因数, 其等于节距因数 k_p 和分布因数 k_d 的乘积。

$$k_p = \frac{\pi}{2} k_d \sin \frac{y_1}{\tau} = \frac{\sin q \frac{\pi}{Q_s}}{q \sin \frac{\pi}{Q_c}}. \quad (2)$$

式中: y_1 为绕组节距; Q_s 为定子槽数.

根据永磁铁磁路分析原理,永磁铁可以视为恒定的磁动势源,对于内转子表面式永磁同步电机,由永磁同步电动机的电动势相矢量图可知,转子基波磁动势滞后定子基波磁动势相位 $\pi/2 + \psi$ 。因此,永磁转子基波磁动势可以表示为

$$F(t, \varphi) = F_{\text{rm}} \cos \left[\omega t - p\varphi + \left(\frac{\pi}{2} - \psi \right) \right]. \quad (3)$$

其中 F_m 为转子旋转基波磁动势的幅值 p 为永磁电机的极对数.

永磁同步电机负载运行,并且考虑电机转子轴的扭转角为 φ 时,则在定子坐标系中的基波合成磁动势可表示为

$$F(\varphi, t) = F_{\text{sm}} \cos(\omega t - p\varphi) + F_{\text{rm}} \cos\left[\omega t - p\varphi - (\psi + p\varphi) + \frac{\pi}{2}\right]. \quad (4)$$

气隙磁导公式为 $\Lambda_0 = \frac{\mu_0}{k_\mu \delta}$.

式中 μ_0 为空气导磁系数 ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$) ; k_μ 为磁饱和度.

永磁同步电机的气隙磁场能量为

$$W = \frac{Rl}{2} \int_0^{2p\pi} \Lambda(\varphi) F^2(\varphi) d\varphi = \frac{p\pi Rl\Lambda_0}{2} [F_{\text{sm}}^2 + F_{\text{rm}}^2 + 2F_{\text{sm}}F_{\text{rm}}\sin(\psi + p\varphi)]. \quad (5)$$

式中 R 为气隙的平均半径 l 为转子有效长度.

当转子扭转角为 φ 时,电磁转矩为

$$T_e = \frac{\partial W}{\partial (p\varphi)} = p\pi R l \Lambda_0 F_{sm} F_{rm} \cos(\psi + p\varphi) = F_m [\sin\psi \sin(p\varphi) - \cos\psi \cos(p\varphi)]. \quad (6)$$

其中 $F_m = p\pi R l \Lambda_0 F_{sm} F_{rm}$.

将含 φ 的三角函数展开并化简,即可得到作用于转子上的电磁转矩:

$$T_e = F_m (\cos\psi + p \sin\psi \cdot \varphi + \frac{1}{2} p^2 \cos\psi \cdot \varphi^2 - \frac{1}{6} p^3 \sin\psi \cdot \varphi^3) = b_0 + b_1 \varphi + b_2 \varphi^2 + b_3 \varphi^3. \quad (7)$$

1.2 转子系统扭转振动模型

分析车用永磁同步电机传动系统与转子系统机电耦合扭转振动特性时,将轴系进行简化,等效为二质体机电耦合转子模型,如图 3 所示.图中永磁同步电机转子和机械转子之间用弹性联轴器联接,电机的机座视为刚性.图中 T_e 为电磁转矩, T_L 为负载转矩.

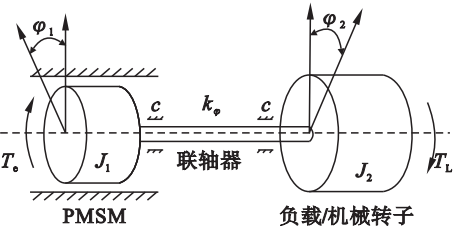


图 3 二质体机电耦合转子系统示意图

Fig. 3 Two-mass torsional vibration model of rotor system

根据牛顿定律,二质体转子系统的扭转振动动力学方程写为

$$\left. \begin{aligned} J_1 \ddot{\varphi}_1 + \alpha (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + k_\varphi (\varphi_1 - \varphi_2) &= T_e, \\ J_2 \ddot{\varphi}_2 - \alpha (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) - k_\varphi (\varphi_1 - \varphi_2) &= -T_L. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

通过方程的变换得到:

$$\left. \begin{aligned} (\ddot{\varphi}_1 - \ddot{\varphi}_2) + \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2} \alpha (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2} k_\varphi (\varphi_1 - \varphi_2) &= \frac{T_e}{J_1} + \frac{T_L}{J_2}, \\ (J_1 + J_2) \frac{d\Omega}{dt} + J_1 \ddot{\varphi}_1 + J_2 \ddot{\varphi}_2 &= T_e - T_L. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

当负载力矩和电磁力矩平衡时,转子的机械角速度 Ω 恒定.

$$\left. \begin{aligned} \alpha = \varphi_1 - \varphi_2 &= \frac{J_1 + J_2}{J_2} \varphi_1, \\ \dot{\varphi}_1 = \Omega + \dot{\varphi} &= \Omega + \frac{J_2}{J_1 + J_2} \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

消除转子系统的转动运动,方程(9)可以转换成关于相对扭振角 α 的扭振方程:

$$\ddot{\alpha} + \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2} \alpha \dot{\alpha} + \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2} k_\varphi \alpha = \frac{T_e}{J_1} + \frac{T_L}{J_2}. \quad (11)$$

于是,可得到永磁同步电机转子系统扭振方程:

$$\ddot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha = -2\mu \dot{\alpha} + \frac{b_2}{J_1} (r\alpha)^2 + \frac{b_3}{J_1} (r\alpha)^3 + \frac{M}{J_2} \cos \Omega t. \quad (12)$$

2 非线性方程的求解

采用多尺度法求解永磁同步电机转子系统的非线性扭振振动方程.本文考虑一阶近似解,忽略高阶响应的影响.基于传统的多尺度法^[11],设式(12)的解的形式为

$$\alpha(\tau, \varepsilon) = \alpha_0(T_0, T_1) + \varepsilon \alpha_1(T_0, T_1) + \dots \quad (13)$$

其中 $T_0 = \tau$, $T_1 = \varepsilon \tau$,分别为快变时间尺度和慢变时间尺度.因此可获得微分算子:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{d\tau} &= D_0 + \varepsilon D_1 + \varepsilon^2 D_2 + \dots, \\ \frac{d^2}{d\tau^2} &= D_0^2 + 2D_0 D_1 \varepsilon + (D_1^2 + 2D_0 D_2) \varepsilon^2 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

系统定常运动情况下,方程(11)中的常量部分相互抵消.视阻尼力、电磁力矩、参数激发项为小项,在相应各项前面冠以系数 ε :

$$\ddot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha = \varepsilon \left[-2\mu \dot{\alpha} + \frac{b_2}{J_1} (r\alpha)^2 + \frac{b_3}{J_1} (r\alpha)^3 + \frac{M}{J_2} \cos(\omega_0 + \varepsilon \sigma) t \right]. \quad (15)$$

将式(14)代入方程(15),比较 ε 同次幂的系数可得到各阶近似线性偏微分方程组:

$$\varepsilon^0 D_0^2 \alpha_0 + \omega_0^2 \alpha_0 = 0. \quad (16)$$

$$\varepsilon^1 D_0^2 \alpha_1 + \omega_0^2 \alpha_1 = -2D_0 D_1 \alpha_0 - 2\mu D_0 \alpha_0 +$$

$$\frac{b_2 r^2}{J_1} \alpha_0^2 + \frac{b_3 r^3}{J_1} \alpha_0^3 + \frac{M}{2J_2} (e^{i\Omega \tau} + c. c.) \quad (17)$$

设方程(16)的通解为

$$\alpha_0 = A(T_1) e^{i\omega_0 T_0} + c. c. \quad (18)$$

式中 $c. c.$ 表示前面项的共轭复数,下同.

将式(18)代入式(17),整理得到

$$\begin{aligned} D_0^2 x_1 + \omega_0^2 x_1 &= -2i\omega_0 (D_1 A + \mu A) e^{i\omega_0 T_0} + \\ &\frac{b_2 r^2}{J_1} (A^2 e^{2i\omega_0 T_0} + A \bar{A}) + \\ &\frac{b_3 r^3}{J_1} (A^3 e^{3i\omega_0 T_0} + 3A^2 \bar{A} e^{i\omega_0 T_0}) + \end{aligned}$$

$$\frac{M}{2J_2}e^{im_0} + c. c. \quad (19)$$

研究转子扭转振动的主共振,激励频率 Ω 被认为非常靠近 ω_0 的值,引入调谐参数 σ ,激励频率写成

$$\Omega = \omega_0 + \varepsilon\sigma. \quad (20)$$

将式 (20) 代入式 (19) 并消除久期项:

$$-2i\omega_0(D_1A + \mu A) + \frac{3b_3r^3}{J_1}A^2\bar{A} + \frac{M}{2J_2}e^{i\sigma T_1} = 0. \quad (21)$$

复数 A 定义为极坐标的形式如下:

$$A(T_1) = \frac{1}{2}a(T_1)e^{i\alpha(T_1)}. \quad (22)$$

其中 a 和 β 均是 T_1 的函数.

通过假设参数 $\gamma = \sigma T_1 - \beta$, 并将式 (22) 代入式 (21) 中分离方程的实部和虚部, 则方程 (21) 可转化为自治微分方程:

$$\left. \begin{aligned} D_1a &= -\mu a - \frac{M}{2J_2\omega_0}\sin\gamma, \\ aD_1\gamma &= \sigma a - \frac{3b_3r^3}{8J_1\omega_0}a^3 + \frac{M}{2J_2\omega_0}\cos\gamma. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

3 系统稳态周期解的稳定性

考虑到稳态运动时,存在 $\dot{a} = \dot{\beta} = 0$, 将其代入式 (23) 有

$$\left. \begin{aligned} -\mu a &= \frac{M}{2J_2\omega_0}\sin\gamma, \\ -\sigma a + \frac{3b_3r^3}{8J_1\omega_0}a^3 &= \frac{M}{2J_2\omega_0}\cos\gamma. \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

因此,幅频响应方程和相频响应方程分别为

$$\left[\mu^2 + \left(\sigma - \frac{3b_3r^3}{8J_1\omega_0}a^2 \right)^2 \right] a^2 = \left(\frac{M}{2J_2\omega_0} \right)^2, \quad (25)$$

$$\gamma = \tan^{-1} \frac{\mu}{\sigma - \frac{3b_3r^3}{8J_1\omega_0}a^2}. \quad (26)$$

为判别弱非线性系统在主共振情形下的运动稳定性,设稳态周期解为 (a_0, γ_0) , 引入稳态周期解的扰动变量,令

$$\left. \begin{aligned} a &= a_0 + a_1 \Rightarrow \dot{a} = \dot{a}_1, \\ \gamma &= \gamma_0 + \gamma_1 \Rightarrow \dot{\gamma} = \dot{\gamma}_1. \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

式中 a_1, γ_1 为小扰动量. 列出弱非线性系统在稳态值附近的一阶近似扰动方程:

$$\begin{bmatrix} \dot{a}_1 \\ \dot{\gamma}_1 \end{bmatrix} = C(a_0, \gamma_0) \begin{bmatrix} a_1 \\ \gamma_1 \end{bmatrix}. \quad (28)$$

其中,矩阵 C 为雅克比矩阵. 由此可得到特征方程:

$$\begin{vmatrix} -\mu - \lambda & -\sigma a_0 - \frac{3b_3r^3}{8J_1\omega_0}a_0^3 \\ \frac{\sigma}{a_0} - \frac{9b_3r^3a_0}{8J_1\omega_0} & -\mu - \lambda \end{vmatrix} = 0. \quad (29)$$

展开并整理后得

$$\lambda^2 + 2\mu\lambda + \mu^2 + \left(\sigma + \frac{3b_3r^3}{8J_1\omega_0}a_0^2 \right) \left(\sigma - \frac{9b_3r^3a_0^2}{8J_1\omega_0} \right) = 0. \quad (30)$$

式 (30) 中 $\mu > 0$, 因此在满足式 (31) 时稳态运动是不稳定的, 否则是稳定的.

$$\mu^2 + \left(\sigma + \frac{3b_3r^3}{8J_1\omega_0}a_0^2 \right) \left(\sigma - \frac{9b_3r^3a_0^2}{8J_1\omega_0} \right) < 0. \quad (31)$$

4 结果和分析

以下计算中,如无特殊声明参数取值为 $J_1 = 0.0673 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, $J_2 = 0.172 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, $k_\varphi = 0.15 \times 10^6 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$, $R = 67 \times 10^{-3} \text{ m}$, $d_0 = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$, $k_\delta = 1.1$, $L = 0.25 \text{ m}$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$, $p = 3$, $B_r = 1.28 \text{ T}$, $h_m = 4 \times 10^{-3} \text{ m}$, $\alpha_p = 0.85$, $N = 168$, $k_w = 0.921$, $I = 168 \text{ A}$, $\mu = 1.03$, $M = 100 \text{ N}\cdot\text{m}$, $\Omega = 200 \text{ rad/s}$.

图 4 反映了 ω_0 随内功率因数角 ψ 的变化. 从图中可以看出,当内功率因数角 $0 < \psi < \pi/2$ 时, ω_0 随内功率因数角的增大而减小,下降幅度高达 22%;当内功率因数角 $\pi/2 < \psi < \pi$ 时, ω_0 随内功率因数角的增大而增大. 因此,内功率因数角是影响转子扭振振动固有频率的重要电磁参数,车用永磁同步电机控制时需要合理控制内功率因数角的范围.

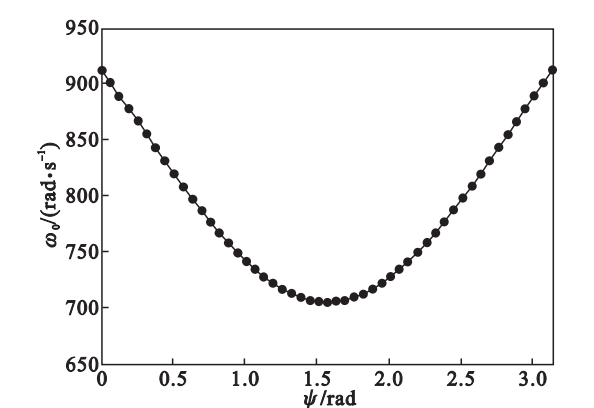


图 4 ω_0 随内功率因数角 ψ 的变化
Fig. 4 Curve of ω_0 versus inner power factor angle ψ

图 5a 反映内功率因数角 ψ 对幅频响应的影响. 可以看出当内功率因数角 $\psi = 0$ 时,由式 (12) 可知转子系统为线性强迫振动系统,幅频响

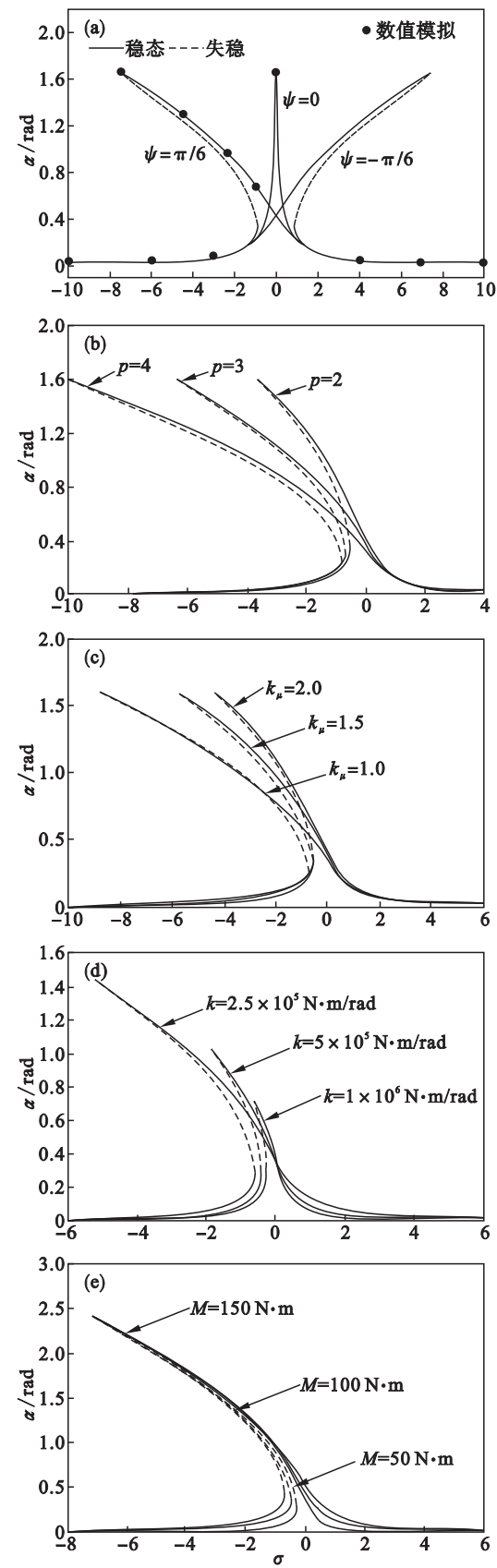


图 5 永磁同步电机各参数对幅频响应曲线的影响
Fig. 5 Effect of different parameters of permanent magnet synchronous motors on frequency response

(a)—内功率因数角 ; (b)—极对数 ; (c)—磁饱和系数 ;
(d)—转子系统扭转刚度 ; (e)—机械激励幅值.

应曲线是对称的. 当 $\psi \neq 0$ 时, 转子系统扭振方程为非线性系统, 对于特定的参数 σ , 系统有 3 个稳态解, 其中有 2 个是稳定的, 1 个是不稳定的. 对于车用永磁同步电动机, 电机的电流矢量相位滞后于反电动势相位矢量, 内功率因数角为正, 因此永磁同步电动机的扭振幅频响应曲线表现为软特性.

图 5b 对比了永磁同步电动机不同极对数对幅频响应曲线的影响, 极对数越大, 永磁同步电动机扭振动的主共振区与失稳区也越大. 因此车用永磁同步电机极对数设计时应综合考虑转子系统扭转的影响, 避免转子系统发生共振. 图 5c 对比了永磁同步电动机不同磁饱和系数对频率响应曲线的影响, 与极对数的影响类似, 磁饱和系数对共振幅值的影响很小, 磁饱和系数只影响共振区大小, 共振区与失稳区随着磁饱和系数的增大而缩小.

图 5d 反映了转子系统扭振刚度对幅频响应曲线的影响. 可以看出, 随着扭振刚度的增大, 转子扭转振动的幅值在减小, 同时共振区间与失稳区也在缩小. 增大扭转刚度可以抑制转子系统的扭转共振. 图 5e 所示为转子系统负载激励对幅频响应曲线的影响. 随着负载干扰力矩幅值 M 的增大, 转子扭转振动的幅值在增大, 同时共振区间与失稳区也在扩大.

5 结 论

1) 本文以经典电机理论与 Maxwell 理论为基础建立了车用永磁同步电机电磁激励模型, 车用永磁同步电机转子扭转角对磁动势的影响引起的电磁激励是产生非线性扭转振动的主要原因.

2) 内功率因数角是影响转子扭振振动固有频率的重要电磁参数, 车用永磁同步电机控制时需要合理控制内功率因数角的范围以避免扭转共振.

3) 车用永磁同步电动机的扭振幅频响应曲线表现为软特性, 并且车用永磁同步电机内功率因数角越大、极对数越大、磁饱和越小, 主共振区间扩大, 使得不稳定区间也增大. 永磁同步电机扭振刚度增大, 转子扭转振动的幅值在减小, 同时共振区间与失稳区也在缩小. 干扰力矩增大, 转子扭转振动的幅值在增大, 同时共振区间与失稳区也扩大.

(下转第 1021 页)