

磁耦合谐振无线电能传输系统中继结构的研究

王 浩,王安娜,赵 强,会国涛  
( 东北大学 信息科学与工程学院,辽宁 沈阳 110819 )

摘 要: 针对具有中继结构的磁耦合谐振无线电能传输系统进行了系统分析,首先建立系统理论模型,利用耦合模理论对中继系统的功率模型进行分析,得出中继系统的功率与非中继系统的功率具有相同的变化规律.利用电磁仿真软件分析系统在中继线圈工作状态下的磁场分布情况,分析中继系统的电路模型,获得负载电压比,提出中继系数的概念,推导出负载电压比和中继系数的变化关系.并根据系统负载电压的等效关系,推导出中继系数变化模型,求得中继线圈的合理位置范围.最后通过实验验证了该模型的准确性.

关 键 词: 中继结构;耦合模;能量交换;负载电压比;中继系数

中图分类号: TM 72 文献标志码: A 文章编号: 1005 - 3026( 2016 )07 - 0913 - 05

Study on Relay Structure for Wireless Power Transmission System via Electromagnetic Resonant Coupling

WANG Hao , WANG An-na , ZHAO Qiang , HUI Guo-tao  
( School of Information Science & Engineering , Northeastern University , Shenyang 110819 , China. Corresponding author : WANG Hao , E-mail : wanghao7405@163. com )

**Abstract :** In order to analyze the transmission efficiency of wireless power transmission system via electromagnetic resonant coupling with relay structure , the relay system model was set up and analyzed with couple mode theory. In addition , the same power change rule compare with non-relay system was derived out. Take advantage of electromagnetic simulation software to make a system analyze with the magnetic field distribution of the power transmission system , and to analyze the circuit model of relay system to get the load power ratio , the motion as relay coefficient was proposed. In this way , the relationship between the load voltage ratio and relay coefficient was derived out. According to equivalent relation of load voltage , the model of relay coefficient was obtained , which could calculate reasonable relay coefficient. Finally , the accuracy of this model was verified by the experimental results.

**Key words :** relay structure ; couple mode ; energy exchange ; load voltage ratio ; relay coefficient

国内外关于无线电能传输系统的中继结构的研究日益增多<sup>[1-3]</sup>,主要围绕增加中继结构后系统传输效率的提高,以及多级中继结构的研究<sup>[4-6]</sup>.

本文针对加入中继天线的系统结构进行建模,结合耦合模理论,从能量传递角度对传输系统进行深入分析,分析能量变化规律、中继天线对系统能量变化规律的影响,并进行电路模型的对比分析.

1 系统建模与分析

无线电能传输系统主要由高频激励源、发射端天线、接收端天线、负载端、中继天线组成<sup>[7]</sup>,理论研究的重点是发射端和接收端<sup>[8]</sup>.本文假设中继结构与发射端天线和接收端天线具有相同的自谐振参数,并且处于同一轴线上,如图1所示.通过耦合模理论对具有中继结构的无线电能传输

系统进行建模 ,具有中继结构的无线电能传输系统的耦合方程组为

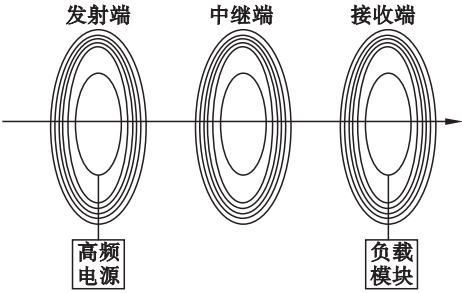


图 1 中继结构无线电能传输系统示意图  
Fig. 1 Diagram of wireless power transmission system with relay structure

$$\left. \begin{aligned} \frac{da_1}{dt} &= -(j\omega + \Gamma_1)a_1 + jk_{12}a_2 + jk_{13}a_3, \\ \frac{da_2}{dt} &= -(j\omega + \Gamma_2)a_2 + jk_{21}a_1 + jk_{23}a_3, \\ \frac{da_3}{dt} &= -(j\omega + \Gamma_3)a_3 + jk_{31}a_1 + jk_{32}a_2. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中  $a_1$   $a_2$   $a_3$  分别表示 3 个谐振体的耦合模幅度  $\Gamma_1$   $\Gamma_2$   $\Gamma_3$  表示谐振体的损耗率  $k_{12}$   $k_{13}$   $k_{21}$   $k_{23}$   $k_{31}$   $k_{32}$  分别表示谐振体之间的耦合系数 ,根据系统的互易性  $k_{12} = k_{21} = k_1$   $k_{23} = k_{32} = k_2$   $k_{13} = k_{31} = k_3$  . 由于系统结构特殊性 ,可以在分析过程中忽略发射端天线和接收端天线之间的耦合系数 ,即  $k_3 = 0$  ,式( 1)可以整理为

$$\left. \begin{aligned} \frac{da_1}{dt} &= -(j\omega + \Gamma_1)a_1 + jk_1a_2, \\ \frac{da_2}{dt} &= -(j\omega + \Gamma_2)a_2 + jk_1a_1 + jk_2a_3, \\ \frac{da_3}{dt} &= -(j\omega + \Gamma_3)a_3 + jk_2a_2. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

因系统设定对称性的特点 ,有  $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma_3 = \Gamma$  ,通过拉普拉斯变换可以解得

$$\left. \begin{aligned} a_1(t) &= \left[ \cos(\sqrt{k_1^2 + k_2^2}t) + \frac{k_2^2}{k_1^2 + k_2^2} \times \right. \\ &\quad \left. (e^{-j\omega t} - \cos(\sqrt{k_1^2 + k_2^2}t)) \right] e^{-\Gamma t}, \\ a_2(t) &= \frac{jk_1}{\sqrt{k_1^2 + k_2^2}} \sin(\sqrt{k_1^2 + k_2^2}t) e^{-\Gamma t}, \\ a_3(t) &= \frac{k_1k_2}{k_1^2 + k_2^2} (e^{-j\omega t} - \cos(\sqrt{k_1^2 + k_2^2}t)) e^{-\Gamma t}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} |a_1(t)|^2 &= \left[ \cos(\sqrt{k_1^2 + k_2^2}t) + \frac{k_2^2}{k_1^2 + k_2^2} \times \right. \\ &\quad \left. (e^{-j\omega t} - \cos(\sqrt{k_1^2 + k_2^2}t)) \right]^2 e^{-2\Gamma t}, \\ |a_2(t)|^2 &= \frac{k_1^2}{k_1^2 + k_2^2} \sin^2(\sqrt{k_1^2 + k_2^2}t) e^{-2\Gamma t}, \\ |a_3(t)|^2 &= \frac{k_1^2k_2^2}{(k_1^2 + k_2^2)} (e^{-j\omega t} - \cos(\sqrt{k_1^2 + k_2^2}t))^2 e^{-2\Gamma t}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

通过式( 4)计算并得到系统总能量为

$$W(t) = |a_1(t)|^2 + |a_2(t)|^2 + |a_3(t)|^2 = e^{-2\Gamma t}. \quad (5)$$

具有中继结构的无线电能传输系统与两线圈的结构具有相同的能量衰减关系 ,中继结构在提高传输性能的同时 ,并不会改变系统能量的衰减关系.

图 2 为具有中继天线的无线电能传输系统中能量交换关系图 ,其中五角星形曲线代表中继天线中能量交换关系 ,其能量交换频率是接收端和发射端能量交换频率的两倍 .说明中继天线处于发射端天线和接收端天线之间起到了能量传递的作用 .并且系统总能量以固定的衰减率下降.

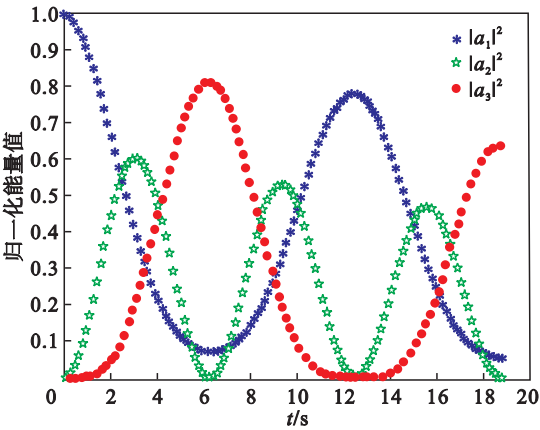


图 2 中继系统能量交换  
Fig. 2 Energy exchange of relay system

2 中继结构位置分析

图 3 中  $R_s$  为高频电源内阻<sup>[9]</sup> ; $R_L$  为负载电

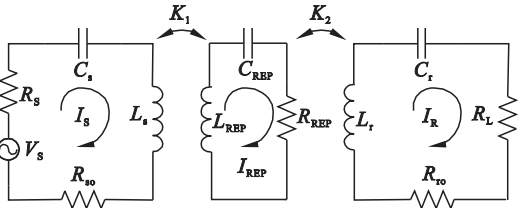


图 3 等效电路模型  
Fig. 3 Equivalent circuit model

阻  $R_{s0}$   $L_s$   $C_s$  为发射端固有电阻、等效电感、等效电容  $R_{REP}$   $L_{REP}$   $C_{REP}$  为中继天线固有电阻、等效电感、等效电容  $R_{r0}$   $L_r$   $C_r$  为接收端天线固有电阻、等效电感、等效电容  $k_1$   $k_2$  为系统中继天线两边的耦合系数。

对系统电路结构利用基尔霍夫电压定律 (KVL) 得出传输系统的方程组：

$$\left. \begin{aligned} (1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}) Y_S + k_1 I_{REP} \sqrt{\frac{L_{REP}}{L_s}} &= 0, \\ k_1 I_S \sqrt{\frac{L_s}{L_{REP}}} + (1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}) Y_{REP} + k_2 I_R \sqrt{\frac{L_r}{L_{REP}}} &= 0, \\ (1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}) Y_R + k_2 I_{REP} \sqrt{\frac{L_{REP}}{L_s}} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

通过式 (6) 可以推导出系统的负载电压为

$$V_L = I_R R_L = \frac{V_S \omega_0 \sqrt{L_s L_r} / R_1 R_2}{\frac{k_1}{k_2} Q_1 + \frac{k_2}{k_1} Q_2 + \frac{1}{Q_{REP}} \frac{1}{k_1 k_2}}. \quad (7)$$

其中  $V_L$  为负载电压, 因为发射端天线、接收端天线、中继天线具有相同的结构特性, 因此  $L_s = L_r$ ,  $C_s = C_r$ ,  $R_1 = R_S + R_{s0} = R_2 = R_L + R_{r0}$ . 所以发射端天线和接收端天线具有相同的品质因数,  $Q_1 = Q_2$ . 因为系统加入的中继线圈具有相当高的品质因数  $Q_{REP} \approx \infty$ , 发射端天线辐射阻抗等于接收端天线辐射电阻, 远小于负载电阻和电源内阻, 可以忽略不计, 则有  $R_1 = R_S$ ,  $R_2 = R_L$ . 因此式 (7) 可以简化为

$$\frac{V_L}{V_S} = \frac{1}{k_1/k_2 + k_2/k_1}. \quad (8)$$

当  $k_1 = k_2$  时,  $V_L$  取得最大值, 此时中继天线位于发射端天线与接收端天线正中心的位置, 系统负载端能够获得最大功率, 如图 4 所示的发射端天线和接收端天线位置固定, 中继天线在两者之间沿轴线移动, 那么系统能量传输就分为两级, 系统具有不同的传输特性。

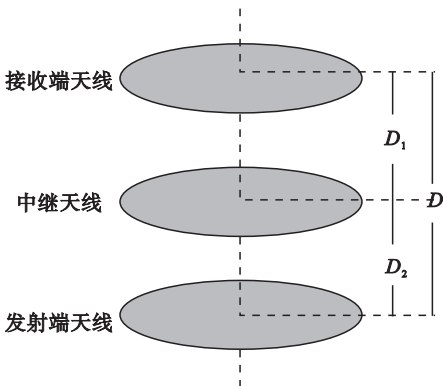


图 4 中继天线沿轴线位置示意图

Fig. 4 Diagram of relay antenna position

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \frac{M_1}{\sqrt{L_s L_{REP}}} \\ k_2 &= \frac{M_2}{\sqrt{L_r L_{REP}}} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= \frac{\pi \mu_0 n r^4}{2 D_1^3} = \frac{\Delta}{D_1^3} \\ M_2 &= \frac{\pi \mu_0 n r^4}{2 D_2^3} = \frac{\Delta}{D_2^3} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\Delta = \frac{\pi \mu_0 n r^4}{2} \text{ 对于该类型传输系统是定值.}$$

$$D = \alpha D_1, \quad (11)$$

$$D_2 = D - D_1 = (\alpha - 1) D_1. \quad (12)$$

其中  $\alpha$  为中继系数, 即总传输距离与一级传输距离的比值  $n$  为线圈匝数  $r$  为天线半径  $D$  为互感天线垂直距离, 由于发射端、中继端和接收端具有相同的结构性质, 所以  $\Delta = \frac{\pi \mu_0 n r^4}{2}$  对于该类型传输系统是定值, 且  $L_s = L_r = L_{REP} = L$  因此得到

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \frac{M_1}{\sqrt{L}} = \frac{\Delta}{D_1^3} \\ k_2 &= \frac{M_2}{\sqrt{L}} = \frac{\Delta}{D_2^3} = \frac{\Delta}{(\alpha - 1)^3 D_1^3} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\frac{V_L}{V_S} = \frac{1}{k_1/k_2 + k_2/k_1} = \frac{1}{(\alpha - 1)^3 + 1/(\alpha - 1)^3}. \quad (14)$$

随着中继系数的不断变化, 负载电压也发生变化, 负载电压比与中继系数的对应变化规律如图 5 所示。当  $\alpha = 2$  时, 负载电压比最大, 随着系统中继系数的增大或者减小, 负载电压迅速下降, 严重影响整个系统的传输效率, 也就是当中继线圈过于靠近接收端天线或者发射端天线的时候, 无线电能传输系统的能量传输效率极低。

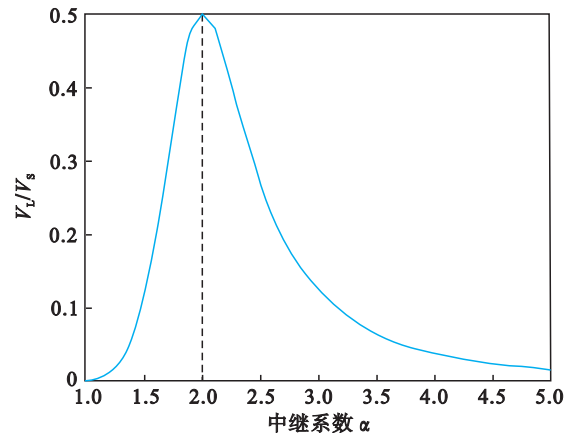


图 5 中继系统负载电压变化曲线

Fig. 5 Curves of load voltage for relay system

具有中继结构的系统与没有中继结构的系统相比,一般能够获得相对较好的负载电压比.根据式(14),可以分析系统最大负载功率点,因而中继系统的中继天线位于一定范围内的时候能够获得比没有中继结构的系统更好的电压比.利用等效功率法可以获得一个等效的中继系数区间.通过该区间能够确定中继天线的合理位置范围.针对传统无中继结构谐振无线电能传输系统,根据电路模型,应用基尔霍夫电压定律,能够得到系统的负载电压比.

$$\left. \begin{aligned} (R_1 + j\omega L + \frac{1}{j\omega C_s})I_s + j\omega kLI_R &= V_s \\ (R_1 + j\omega L + \frac{1}{j\omega C_R})I_R + j\omega kLI_s &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$\frac{V_L}{V_s} = \frac{1}{kQ + 1/(kQ)} \quad (16)$$

利用式(8)和式(16)的功率等效关系能够得到

$$\frac{1}{k_1/k_2 + k_2/k_1} = \frac{1}{kQ + 1/(kQ)} \quad (17)$$

将式(13)代入式(17)能够得到中继系数模型:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= (kQ)^{1/3} + 1 \\ \alpha &= (kQ)^{-1/3} + 1 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

因为系统具有互易性,所以当无中继系统中  $kQ > 1$  时  $(kQ)^{-1/3} + 1 \leq \alpha \leq (kQ)^{1/3} + 1$ , 当无中继系统中  $kQ < 1$  时  $(kQ)^{1/3} + 1 \leq \alpha \leq (kQ)^{-1/3} + 1$ , 当无中继系统中  $kQ = 1$  时,无中继系统工作在最大负载电压比情况下,那么同样中继系统也要工作在最大负载电压比情况下  $\alpha = 2$ . 其中  $k$  为传统无中继无线电能传输系统耦合系数,  $Q$  为传统无中继天线无线电能传输系统传输端的品质因数.

3 仿真分析与实验验证

当中继天线位于系统中心位置时,通过仿真可以看出,谐振情况下,磁场强度呈对称分布,说明能量对称分布在发射端与接收端,此时为系统的最佳工作状态.系统散射参数  $S_{21}$  可以表示系统的传输效率.发射端天线与接收端天线距离为60 cm,系统不同状态下的传输效率如图6所示,系统网络正向传输系数  $S_{21}$  与负载电压比存在如式(19)的关系,并且系统阻抗匹配  $R_s = R_L$ ,因此在仿真中可以用  $S_{21}$  表示负载电压比的变化规律.

$$S_{21} = 2 \frac{V_L}{V_s} \left( \frac{R_s}{R_L} \right)^{1/2} \quad (19)$$

从图6中曲线的对应关系可以得出,当中继天线位于轴线中心时系统具有最好的传输效率和

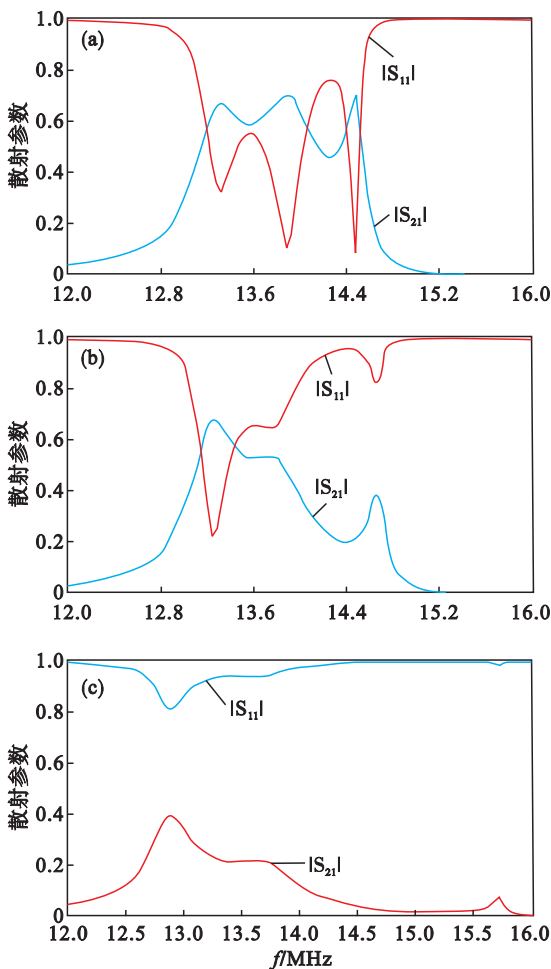


图6 系统传输效率曲线  
Fig. 6 Transfer efficiency curves of system

- (a)—中继天线位于系统轴线中心;
- (b)—中继天线偏离中心 5 cm;
- (c)—中继天线偏离中心 10 cm.

很好的传输频带宽度.当中继天线向偏离中心的位置移动,传输效率显著下降,当偏离达到5 cm时,传输系统网络正向传输系数  $S_{21}$  下降到大约 0.51,负载功率比为 0.255,模型计算理论值为 0.265;当偏离达到 10 cm 时,  $S_{21}$  下降到大约 0.2,也就是负载电压比接近 0.1,此时理论值为 0.12,这与模型计算中的效率变化关系保持一致.

实验平台传输距离为 60 cm,线圈内径为 16.5 cm,外径为 19 cm,匝数  $n = 6$ ,耦合系数  $k$  为 0.15,系统端子品质因数为  $Q = 30$ .首先验证中继天线的位置对于传输效率的影响.测量不同中继天线位置情况下的负载电压,求出负载电压比.

如图7所示,分别测量中继天线位于中心偏移 0, 5, 10 cm 三种情况的负载电压比,实验测量的曲线变化与理论分析和仿真分析的结果变化规律一致,证明在中心位置时系统工作在最佳状态,向两边偏移后,负载电压比迅速下降,对传输效果的影响明显,证明了理论分析的正确性.

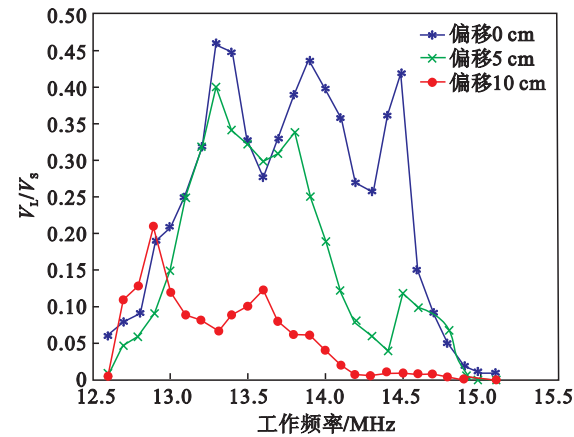


图 7 中继天线位置分析

Fig. 7 Analysis of relay antenna position

图 8 为中继结构系统与无中继结构系统传输效率的对比,因为中继天线不是一直提高传输效果,其超过一定范围甚至会影响原有的传输效果.通过改变中继系数可以获得一个合理的中继天线位置范围,实验系统工作距离为 60 cm,通过式(18)可以计算其中继系数范围为  $1.6 \leq \alpha \leq 2.65$ ,即中继天线从中心向两边偏移 7.5 cm,通过实验对比无中继系统与中继天线中心偏移 7.5 cm 情况下,且系统都工作在 13.81 MHz 时,负载电压比分别为 0.34 和 0.33.两个系统在该工作频率下具有基本相同的传输性能,证明了本文建立的中继系数模型的正确性,以及判断中继天线位置范围的合理性.

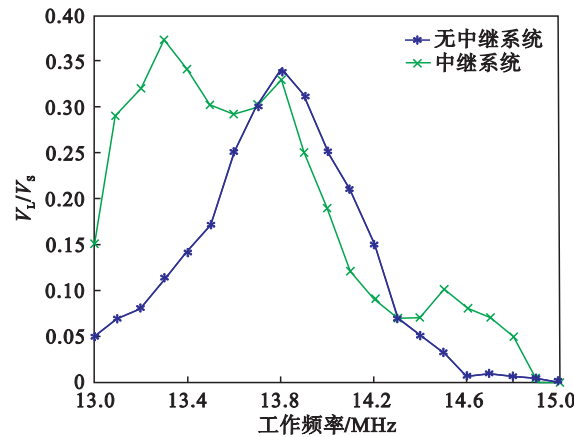


图 8 中继系数合理范围验证

Fig. 8 Verification of reasonable range for relay coefficient

## 4 结 论

1) 加入中继结构的无线电能传输系统具有和无中继系统相同的系统能量变化规律.

2) 推理出中继天线位置对系统传输性能的影响,并推导出最佳工作的位置,定义了中继系数的概念并给出该系数的合理工作范围模型.最后通过实验验证了模型的正确性.

### 参考文献：

[ 1 ] Kurs A ,Karalis A ,Moffatt R ,et al. Wireless power transfer via strongly coupled magnetic resonances[ J ]. *Science* 2007 , 317( 6 ) 83 – 86.

[ 2 ] Koh K E ,Beh T C ,Imura T. Impedance matching and power division using impedance inverter for wireless power transfer via magnetic resonant coupling[ J ]. *IEEE Transactions on Industry Applications* 2014 ,50( 3 ) 2061 – 2070.

[ 3 ] Johari R ,Krogmeier J V ,Love D J. Analysis and practical considerations in implementing multiple transmitters for wireless power transfer via coupled magnetic resonance[ J ]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* ,2014 ,61( 4 ) : 1774 – 1783.

[ 4 ] 黄学良 ,吉青晶 ,谭林林 ,等. 磁耦合谐振式无线电能传输系统串并联模型研究 [ J ]. 电工技术学报 ,2013 ,28( 3 ) : 171 – 176.

( Huang Xue-liang ,Ji Qing-jing ,Tan Lin-lin ,et al. Study on series-parallel model of wireless power transfer via magnetic resonance coupling [ J ]. *Transactions of China Electrotechnical Society* 2013 ,28( 3 ) 171 – 176. )

[ 5 ] Sample A P ,Meyer D A ,Smith J R. Analysis ,experimental results , and range adaptation of magnetically coupled resonators for wireless power transfer[ J ]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 2011 ,58( 2 ) 544 – 554.

[ 6 ] Niu W Q ,Gu W ,Chu J X ,et al. Frequency splitting patterns in wireless power relay transfer[ J ]. *IET Circuits ,Devices & Systems* 2014 ,8( 6 ) 561 – 567.

[ 7 ] Zhang X ,Yang Q X ,Zhang X ,et al. Modeling and experimental verification for a novel wireless power transmission system via electromagnetic resonant coupling [ J ]. *Transactions of China Electrotechnical Society* 2013 ,29( 2 ) 185 – 190.

[ 8 ] Zhang Y M ,Zhao Z M ,Chen K N. Frequency-splitting analysis of four-coil resonant wireless power transfer[ J ]. *IEEE Transactions on Industry Applications* ,2014 ,50( 4 ) : 2436 – 2445.

[ 9 ] Imura T ,Hori Y. Maximizing air gap and efficiency of magnetic resonant coupling for wireless power transfer using equivalent circuit and Neumann formula [ J ]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 2011 ,58( 10 ) 4746 – 4752.