

# 多轴轮毂电机驱动车辆的转向阻力特性

智晋宁<sup>1,2</sup>, 项昌乐<sup>1</sup>, 马越<sup>1</sup>

(1. 北京理工大学机械与车辆学院, 北京 100081; 2. 太原科技大学机械工程学院, 山西 太原 030024)

**摘 要:** 为研究多轴电动车辆的转向阻力特性, 在考虑了轮胎负荷变化对轮胎侧偏刚度影响的基础上, 建立了车辆 3 自由度动力学模型, 提出了一种稳态转向工况下的转向阻力计算方法, 推导了轮胎侧偏角和转向阻力矩的理论计算式。基于该模型, 分析了转向阻力矩与转向输入量和车速的关系及理论约束边界, 比较了在不同质量与等效履带接地长度条件下轮胎式与履带式车辆的转向阻力矩, 讨论了轮胎侧偏角对轮胎力分配的影响, 并通过 ADAMS 软件对计算结果进行了验证。结果表明, 相同参数条件下, 多轮驱动车辆的转向阻力矩大于履带式车辆的阻力矩, 计算模型可为转向控制策略提供理论参考。

**关 键 词:** 轮毂电机; 多轴车辆; 转向阻力; 计算模型

中图分类号: U 463.2 文献标志码: A 文章编号: 1005-3026(2016)08-1155-06

## Steering Resistance Characteristics of Multi-axle in-Wheel Motor Electric Vehicle

ZHI Jin-ning<sup>1,2</sup>, XIANG Chang-le<sup>1</sup>, MA Yue<sup>1</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China; 2. College of Mechanical Engineering, Taiyuan University of Science & Technology, Taiyuan 030024, China. Corresponding author: MA Yue, E-mail: yuema.bit@gmail.com)

**Abstract:** To study the steering resistance characteristics of multi-axle electric vehicle, the dynamic model was established for three degree of freedom vehicle based on the effect of wheel load changes on tire cornering stiffness. The steering resistance computational method was proposed under steady steering condition, and the theoretical formulas of the tire side slip angle and steering resistance moment were derived. Based on this model, the relation of resistance moment with the steering input and vehicle velocity was analyzed as well as its theoretical constraint boundaries. The steering resistance moment of the wheeled vehicle was compared with that of the tracked vehicle under the equal mass and track length conditions. Furthermore, the influences of side slip angles on each tire force distribution were discussed and the computational results were validated using the ADAMS software. The results indicate that the resistance moment of multi-axle electric vehicle is more than that of the tracked vehicle with the same configurations, and the computational model can lay a theoretical basis of the steering control strategy.

**Key words:** in-wheel motor; multi-axle vehicle; steering resistance; computational model

多轴轮毂电机驱动车辆采用速差转向形式, 与传统的偏转车轮转向相比, 提高了低速转向机动性。速差转向主要应用于坦克等军用车辆、工程机械、煤矿机械和无人车辆等领域。不同结构形式的速差转向车辆的转向原理本质上是相同的, 即通过改变左右两侧驱动轮的驱动转矩, 使其产生

不同的转速, 从而使左右两侧车轮(或履带)产生速度差, 实现转向。近年来, 有学者研究了履带式、轮履复合式速差转向车辆与作业机械的转向运动学与动力学, 建立了基于滑移条件下的动力学模型, 分析了不同工况的转向阻力特性<sup>[1-4]</sup>。由于对轮式车辆越野工况下转向机动性的需求, 学者们

基于轮胎与地面相互作用的微观和宏观尺度的力学模型,对轮式车辆速差转向动力学及其转向特性和转向功率等进行了研究<sup>[5-9]</sup>,但在计算速差转向阻力时,很少考虑车轮负荷变化对轮胎侧偏刚度的影响.

因此,本文以基本轮胎力学为基础,通过分析速差转向动力学,借鉴履带式车辆转向阻力计算方法,研究了多轴轮毂电机驱动车辆的转向阻力的理论计算方法,并与等效履带长度条件下的履带式车辆转向阻力矩计算值进行了对比,最后通过 ADAMS 整车模型进行了动力学验证.

1 车辆转向原理

轮式车辆速差转向时,假设内外侧车轮线速度分别为  $v_i, v_o$ ,车辆模型可以简化为两轮模型,如图 1 所示.图中  $v$  是车辆质心的纵向车速,  $R$  为瞬时转向半径,  $B$  为轮距.

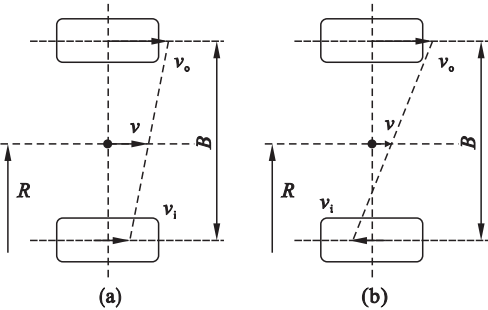


图 1 转向原理图

Fig. 1 Steering principle diagram

(a)—大半径转向;(b)—小半径转向.

若  $v_o = v_i = v$ ,其转向半径  $R = \infty$ ,车辆直线行驶;若  $v_o > v_i$  且  $v_i \geq 0$ ,车辆按规定半径转向,其最小转向半径为  $B/2$ ;若  $v_o > v_i$  且  $v_i < 0$ (与外侧车轮转速相反),其转向半径  $0 \leq R \leq B/2$ ,进行原地转向;若  $v_o = -v_i$ ,车辆实现中心转向.

2 轮胎载荷分布特性

轮式车辆速差转向时,由于轮胎侧向力迅速增加,轮胎会有不同程度的横向与纵向滑移,因此,在轮胎接地印迹内轮胎的垂直载荷与侧向力分布是不均匀的,具有非线性特征<sup>[10-11]</sup>.轮胎载荷分布如图 2 所示,  $F_z$  为车轮垂直载荷,  $\Omega$  为车轮转速.

图 3 为在纯侧偏工况下,文献[10]描述的某型号轮胎在垂直载荷为 2、4 和 6 kN 时侧向力  $F_y$  与侧偏角  $\alpha$  的关系.由图 3 可以看出,轮胎负荷增

大时,侧偏刚度增大.当侧偏角  $\alpha < 6^\circ$ ,轮胎侧向力可以近似表达为侧偏刚度与侧偏角的线性乘积,侧偏角继续增大时,侧向力呈非线性变化.

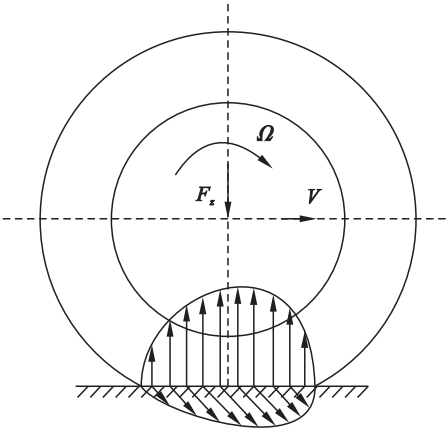


图 2 轮胎垂直力与侧向力分布

Fig. 2 Distribution of tire vertical and lateral forces

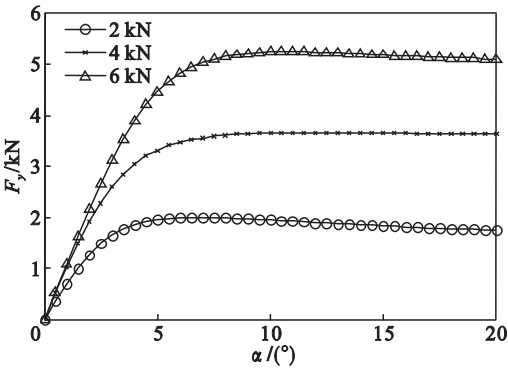


图 3 侧向力与侧偏角

Fig. 3 Lateral force and slip angle

3 转向阻力计算

3.1 多轴车辆模型

为简化计算,作如下假设:车辆具有纵向与横向几何对称性;车辆重心与转向中心重合;轮胎侧偏特性处于线性区,忽略轮胎外倾角对轮胎特性的影响;车辆在水平路面上行驶,不考虑俯仰角、坡度角的影响,且忽略风阻力;悬架的刚度阻尼特性相同,不考虑车身侧倾对转向的影响.

在不考虑车辆重心偏移的条件下,考虑纵向、横向运动与横摆运动自由度,以及车轮垂向载荷的转移,建立了车辆的轮荷转移模型与三自由度速差转向分析模型,分别如图 4a 和图 4b 所示.图中  $xoy$  为固定于车辆的局部动坐标系,坐标原点为车辆重心  $G$ ,它与车辆的几何对称中心、转向中心重合.  $XOY$  为惯性坐标系,  $XY$  平面固定于水平地面,  $O_1$  为车辆瞬时转动中心.按车轴顺序,左侧车轮标号分别为 1、3、5,右侧车轮标号分别为 2、

4  $\delta$  为轮距  $L_f$  为第一轴与第二轴的轴距  $L_r$  为第二轴与第三轴的轴距  $H$  为整车重心高度  $m$  为整车质量  $g$  为重力加速度。

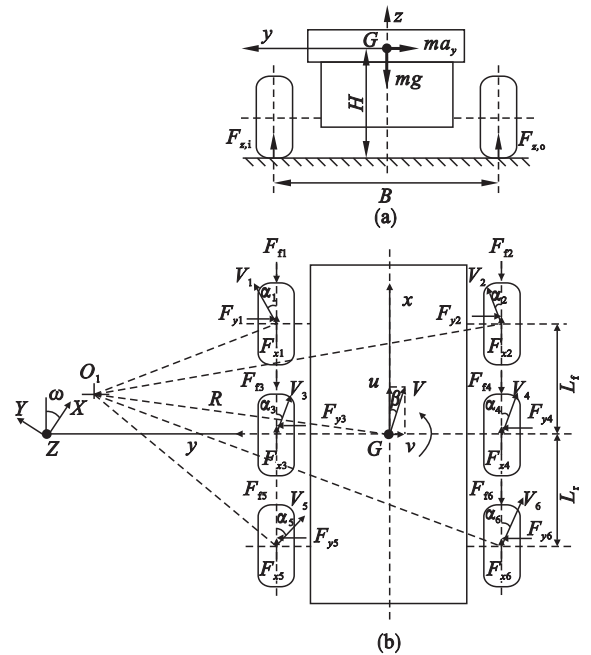


图 4 六轮速差转向车辆模型

Fig. 4 Six-wheeled skid-steering vehicle model  
(a)—轮荷转移模型;(b)—速差转向车辆 3 自由度模型。

$F_{x1} \sim F_{x6}$  分别表示 6 个车轮的纵向力,  $F_{y1} \sim F_{y6}$  分别为车轮的侧向力,  $F_{f1} \sim F_{f6}$  分别为车轮的滚动阻力,  $V_1 \sim V_6$  为车轮轮心处的绝对速度,  $u_1 \sim u_6$  和  $v_1 \sim v_6$  (图 4 中未标注) 分别为 6 个车轮轮心速度在  $xoy$  动坐标系下  $x$  轴与  $y$  轴的投影,  $\alpha_1 \sim \alpha_6$  为轮胎侧偏角,  $V$  为车速  $\mu$   $\nu$  分别为车速在  $xoy$  坐标系下的投影  $\beta$  为车辆质心侧偏角  $R$  为瞬时转向半径  $a_y$  为侧向加速度  $\omega$  为横摆角。

如图 4b 所示, 转向半径  $R > B/2$ , 在  $xoy$  坐标系下, 可列出模型的力学平衡方程式。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^6 F_{xi} - \sum_{i=1}^6 F_{fi} &= ma_x, \\ \sum_{i=1}^6 F_{yi} &= ma_y, \\ M_q - M_\mu &= I_z \ddot{\omega}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$M_q = \sum_{i=1}^3 (F_{x(2i)} - F_{x(2i-1)}) \frac{B}{2}, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} M_\mu &= \sum_{i=1}^3 (F_{x(2i)} - F_{x(2i-1)}) \frac{B}{2} - \\ &\sum_{i=1}^2 F_{yi} (L_f + d_i) - \sum_{i=3}^4 F_{yi} d_i + \sum_{i=5}^6 F_{yi} (L_r - d_i). \end{aligned} \quad (3)$$

式中  $M_q$ ,  $M_\mu$  分别为转向驱动力矩与阻力矩  $d_i$

为轮胎拖距(图 4b 中未示出)。当轮胎侧偏角处于轮胎力线性变化区域时, 轮胎拖距可以近似表示为  $d_i = s/6$ ,  $s$  为轮胎接地印迹长度, 轮胎印迹长度一般由试验测得。

3.2 基本运动学方程

当车辆质心侧偏角  $\beta$  较小时, 质心绝对速度  $V$  与其在动坐标系  $xoy$  的  $x$   $y$  轴的速度分量  $u$   $\nu$  的关系可表示为

$$\left. \begin{aligned} u &= V \cos \beta \approx V, \\ \nu &= V \sin \beta \approx V \beta, \\ \beta &\approx \nu / u. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

则可获得车辆纵向与侧向加速度表达式<sup>[8]</sup>, 其中  $\dot{\omega}$  为横摆角速度  $a_x$   $a_y$  分别表示纵向与侧向加速度。

$$\left. \begin{aligned} a_x &= \dot{u} - \nu \dot{\omega}, \\ a_y &= \dot{\nu} + u \dot{\omega}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

3.3 转向阻力计算

在静平衡条件下, 假设所有轮胎参数相同, 悬架参数相同, 车身视为刚体, 则可求得轮胎的静态垂直载荷。

$$\left. \begin{aligned} F_{z12} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{L_f(L_f + L_r)}{2(L_f + L_r)^2 - 2L_f L_r} mg, \\ F_{z34} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{L_f^2 + L_r^2}{2(L_f + L_r)^2 - 2L_f L_r} mg, \\ F_{z56} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{L_r(L_f + L_r)}{2(L_f + L_r)^2 - 2L_f L_r} mg. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

车辆转向过程中, 考虑轮胎负荷的转移。轮荷由内侧车轮向外侧车轮转移, 则内外侧车轮的垂直载荷可表示为

$$\left. \begin{aligned} F_{z\rho} &= \frac{1}{2} mg + \frac{H}{B} ma_y, \\ F_{zi} &= \frac{1}{2} mg - \frac{H}{B} ma_y. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中  $F_{z\rho}$  为外侧车轮承受的垂直载荷,  $F_{zi}$  为内侧车轮承受的垂直载荷。将转移后的载荷向每个车轮分配后, 可以得到每个车轮的垂直载荷:

$$\left. \begin{aligned} F_{z12} &= \frac{L_f(L_f + L_r)}{2(L_f + L_r)^2 - 2L_f L_r} \left( \frac{1}{2} mg \mp \frac{H}{B} ma_y \right), \\ F_{z34} &= \frac{L_f^2 + L_r^2}{2(L_f + L_r)^2 - 2L_f L_r} \left( \frac{1}{2} mg \mp \frac{H}{B} ma_y \right), \\ F_{z56} &= \frac{L_r(L_f + L_r)}{2(L_f + L_r)^2 - 2L_f L_r} \left( \frac{1}{2} mg \mp \frac{H}{B} ma_y \right). \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中内侧车轮取“ $-$ ”, 外侧车轮取“ $+$ ”。

假设轮胎与路面的滚动阻力系数均为  $f$ , 则车轮的滚动阻力记为

$$F_{fi} = F_{zi} f. \quad (9)$$

轮胎侧偏刚度  $k$  可用魔术公式表示为车轮垂直载荷的拟合函数<sup>[11]</sup>.

$$k_i = f(P_{zi}) = D \sin[2 \arctan(P_{zi}/P)] \quad (10)$$

式中  $D$  为侧偏刚度峰值因子;  $P$  为侧偏刚度最大值所对应的垂直载荷;  $P_{zi}$  为轮胎实际垂直载荷.

则轮胎侧向力可以表示为

$$\left. \begin{aligned} F_{yi} &= -k_i \alpha_i \\ \alpha_i &= \arctan\left(\frac{v_i}{u_i}\right) \approx \frac{v_i}{u_i} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中  $k_i$  为轮胎的侧偏刚度;  $\alpha_i$  为轮胎侧偏角. 速差转向时, 车辆的横摆角速度  $\dot{\omega}$  与内外侧车轮周向速度之差  $\Delta V_c$  满足如下关系:

$$\dot{\omega} = \frac{\Delta V_c}{B} \quad (12)$$

所以, 当轮胎特性处于线性变化范围时,

$$\beta = \frac{1}{2} \left[ \frac{m \left( \frac{\Delta u}{u} \right)^3 u^2 + (B m \dot{v} - 2I(k_1 - k_2 - (k_5 - k_6))) \left( \frac{\Delta u}{u} \right)^2}{B \left( \sum_{i=1}^3 (k_{2i-1} - k_{2i}) \left( \frac{\Delta u}{u} \right) + 2 \sum_{i=1}^6 k_i \right)} - \frac{(4mu^2 + 4I(k_1 + k_2 - (k_5 + k_6))) \left( \frac{\Delta u}{u} \right) - 4Bm\dot{v}}{B \left( \sum_{i=1}^3 (k_{2i-1} - k_{2i}) \left( \frac{\Delta u}{u} \right) + 2 \sum_{i=1}^6 k_i \right)} \right] \quad (14)$$

假设车辆匀速稳态转向时, 满足  $\dot{v} = 0$ ,  $\Delta u/u = B/R$ , 则质心侧偏角公式改写为转向半径与车速的关系. 忽略轮胎拖距对转向阻力矩的影响,

$$\beta = \frac{1}{2} \frac{m(B^2 - 4R^2)u^2}{R^2(B \sum_{i=1}^3 (k_{2i-1} - k_{2i}) + 2R \sum_{i=1}^6 k_i)} - \frac{BLR(k_1 - k_2 - (k_5 - k_6)) - 2LR^2(k_1 + k_2 - (k_5 + k_6))}{R^2(B \sum_{i=1}^3 (k_{2i-1} - k_{2i}) + 2R \sum_{i=1}^6 k_i)} \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} Q &= \frac{m \left( \frac{\Delta u}{u} \right)^3 u^2 - 2I(k_1 - k_2 - k_5 + k_6) \left( \frac{\Delta u}{u} \right)^2 - 4(mu^2 + I(k_1 + k_2 - k_5 - k_6)) \left( \frac{\Delta u}{u} \right)}{\sum_{i=1}^3 (k_{2i-1} - k_{2i}) \left( \frac{\Delta u}{u} \right) + 2 \sum_{i=1}^6 k_i} \\ M_\mu &= \frac{1}{B \left( \left( \frac{\Delta u}{u} \right)^2 - 4 \right)} \left[ Hfm \left( \frac{\Delta u}{u} \right)^3 u^2 - 2L^2(k_1 - k_2 + k_5 - k_6) \left( \frac{\Delta u}{u} \right)^2 - I(k_1 - k_2 - k_5 + k_6)Q + \right. \\ &\quad \left. 4Hfmu^2 + 4L^2(k_1 + k_2 + k_5 + k_6) \left( \frac{\Delta u}{u} \right) - 2I(k_1 + k_2 - k_5 - k_6)Q \right] \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$\Delta u \approx \Delta V_c = B\dot{\omega}$  成立. 根据式(11), 式(12)可以列出内外侧轮胎的侧偏角.

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{1,2} &= \frac{v + L_f \dot{\omega}}{u \mp \frac{B}{2} \dot{\omega}} = \frac{\beta + L_f/B \cdot \Delta u/u}{1 \mp \frac{1}{2} \Delta u/u} \\ \alpha_{3,4} &= \frac{v}{u \mp \frac{B}{2} \dot{\omega}} = \frac{\beta}{1 \mp \frac{1}{2} \Delta u/u} \\ \alpha_{5,6} &= \frac{v - L_r \dot{\omega}}{u \mp \frac{B}{2} \dot{\omega}} = \frac{\beta - L_r/B \cdot \Delta u/u}{1 \mp \frac{1}{2} \Delta u/u} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

将式(5), 式(8), 式(10)~式(12)代入方程组(1)中的侧向力平衡方程. 为了便于计算, 令  $L_f = L_r = L$ , 可以得到车辆质心侧偏角的求解公式:

响, 由方程组(1)可推导出转向阻力矩  $M_\mu$  (见式(16)).

在轮胎线性范围内有效.

结果表明, 如果车辆绕瞬时中心进行稳态转向时, 且瞬时转向中心位于第二轴之前, 内侧轮胎的侧偏角总是大于外侧轮胎的侧偏角; 同时, 在相同的  $\Delta u/u$  输入条件下, 前轴外侧车轮的侧偏角最小, 后轴内侧车轮的侧偏角最大, 且最先处于非线性区域. 由于纵向力与侧向力的耦合作用, 侧偏角增大时, 轮胎提供纵向力的能力随之减小.

## 4 理论计算与结果分析

### 4.1 轮胎侧偏角

依据整车参数(整车质量 1 500 kg; 第一轴距 0.71 m; 第二轴距 0.71 m; 轮距 1.7 m; 重心高度 0.55 m; 车轮半径 0.33 m; 滚动阻力系数 0.02), 由式(11)计算得到轮胎侧偏角, 如图 5 所示, 它表征了侧偏角  $\alpha_i$  随  $\Delta u/u$  和  $u$  的变化规律, 数据

4.2 转向阻力矩计算与分析

基于前述转向阻力矩的计算方法,由式(16)可计算得到转向阻力矩随转向输入量与车速的变化规律,如图6所示.图中同时画出了转向阻力矩的理论约束边界.

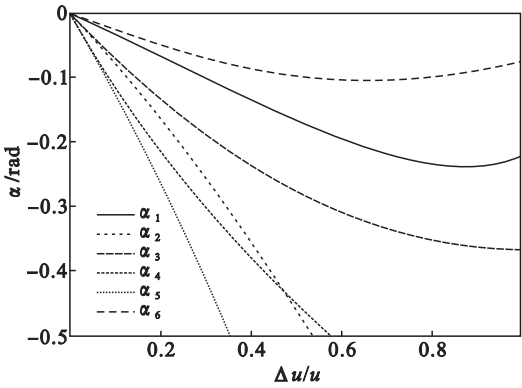


图5 轮胎侧偏角分布  
Fig. 5 Distribution of tire slip angle

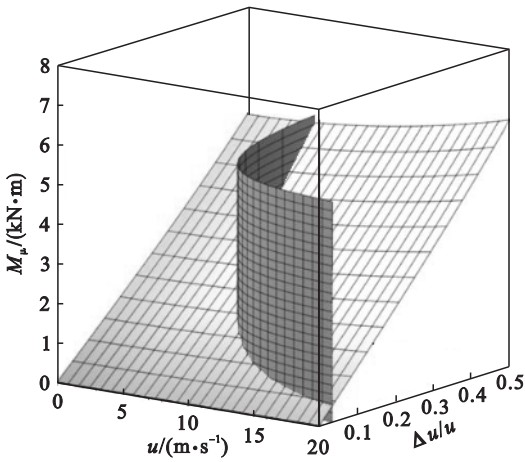


图6 转向阻力矩与车速和转向输入的关系  
Fig. 6 Relation of steering resistance moment with vehicle velocity and steering input

车辆匀速稳态转向时,其最大的侧向加速度受到地面提供的附着力的限制,转向轨迹曲率与行驶车速的侧向滑移约束关系可表示为

$$m|a_y| \leq \mu mg. \tag{17}$$

将其转化为关于  $\Delta u/u$  与  $u$  的约束关系:

$$u^2 \left( \frac{\Delta u}{u} \right) \leq \mu g B. \tag{18}$$

式中  $\mu$  为道路摩擦系数; $g$  为重力加速度; $B$  为轮距.

对于单个轮胎,地面所能提供的最大侧向力的约束边界描述为如下关系式<sup>[12]</sup>:

$$\left. \begin{aligned} F_{yi \max} &= \sqrt{(\mu F_{zi})^2 - (F_{xi})^2}, \\ F_{xi} &\leq \mu F_{zi} \cos \alpha_i. \end{aligned} \right\} \tag{19}$$

由图6可以看出,在理论约束区域内,车速一定,转向阻力矩随转向输入的增大而增大;转向输入不变,转向阻力矩随车速增大而增大.如图7所示,车速与转向输入的合理范围为曲线的下方与坐标轴的正向的公共区域.

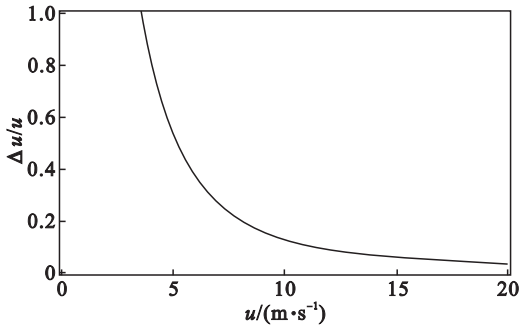


图7 转向输入与车速的约束边界  
Fig. 7 Boundary of the steering input and vehicle speed

4.3 履带式车辆转向阻力矩

假设履带绕其自身转动中心转动,整车质量平均分配于两侧履带,且在履带接地段内横向阻力为均匀分布,则转向阻力矩计算公式为<sup>[13]</sup>

$$\left. \begin{aligned} M_{\mu} &= \frac{\mu_1 m g l}{4}, \\ \mu_1 &= \frac{\mu_{1 \max}}{0.925 + 0.15 \frac{R}{B}}. \end{aligned} \right\} \tag{20}$$

式中  $\mu_1$  为转向阻力系数; $m$  为整车质量; $l$  为履带接地长度; $R$  为转弯半径; $B$  为履带中心距; $\mu_{1 \max}$  定义为最大转向阻力系数,对于一般土路面可取为 0.6~0.8.

4.4 转向阻力矩算例与验证

设定计算条件:转向输入  $\Delta u/u = 0.1$ ,纵向车速  $u = 10 \text{ m/s}$ ,最大路面附着系数  $\mu_{1 \max} = 0.8$ ,等效履带接地长度  $l = 1.42 \text{ m}$ (等于轮式车辆第一轴距与第二轴距之和).

在相同输入条件下,根据式(16)、式(20)分别计算出两种车辆的转向阻力矩,见表1.为了进一步验证计算模型的有效性,利用 ADAMS 软件建立了整车虚拟样机模型<sup>[14]</sup>,如图8所示.通过动力学仿真得到了轮胎的垂直载荷分布、侧偏角与侧向力等数据,最后计算得到车辆的总转向阻力矩.

表1 转向阻力矩结果  
Table 1 Steering resistance moment results

N·m		
履带式车辆	多轴轮式车辆	ADAMS 模型
1 722	2 217	2 145

依据表 1 的数据 ,在相同转向输入下 ,多轴轮  
毂电机驱动车辆的转向阻力矩大于履带式车辆的  
转向阻力矩 ,且该计算值与 ADAMS 计算结果一  
致性较好.

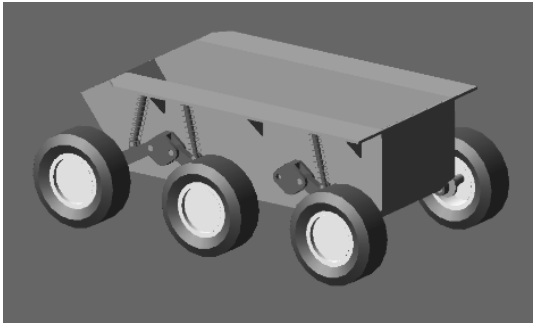


图 8 ADAMS 虚拟样机模型

Fig. 8 Virtual prototype developed in ADAMS

5 结 论

1) 基于车辆 3 自由度动力学模型 ,推导了多  
轴轮毂电机驱动车辆转向时轮胎侧偏角与转向阻  
力矩的计算式.

2) 在转向约束边界内 ,转向阻力矩随转向输  
入量  $\Delta u/u$  的增大而明显增大 ,而随车速增大的  
幅度变缓. 在等效尺寸参数条件下 ,多轴轮毂电机  
驱动车辆的转向阻力矩的理论值大于履带式车  
辆 ,并与 ADAMS 动力学仿真结果较为一致.

参考文献 :

[ 1 ] 郭亚朝 ,黄海东. 轮胎式滑移装载机转向阻力矩分析 [ J ].  
矿山机械 ,2012 ,40( 8 ) :36 - 39.  
( Guo Ya-chao , Huang Hai-dong. Analysis on steering  
resistance torque of wheeled skid loader [ J ]. *Mining &  
Processing Equipment* 2012 ,40( 8 ) :36 - 39. )

[ 2 ] 迟媛 ,蒋恩臣. 履带车辆转向时最大驱动力矩的计算 [ J ].  
农业工程学报 ,2009 ,25( 3 ) :74 - 78.  
( Chi Yuan , Jiang En-chen. Method for calculating maximum  
tractive torque of tracked vehicle while steering [ J ].  
*Transactions of the Chinese Society of Agricultural  
Engineering* 2009 ,25( 3 ) :74 - 78. )

[ 3 ] Yu W ,Chuy O Y Jr ,Collins E G Jr ,et al. Analysis and  
experimental verification for dynamic modeling of a skid-  
steered wheeled vehicle [ J ]. *IEEE Transactions on  
Robotics* 2010 ,26( 2 ) :340 - 353.

[ 4 ] 杨磊 ,马彪 ,李和言 ,等. 液压驱动装甲履带车辆转向特性  
仿真研究 [ J ]. 兵工学报 ,2010 ,31( 6 ) :663 - 668.  
( Yang Lei , Ma Biao , Li He-yan , et al. Simulation of steering  
characteristic for hydrostatic drive tracked vehicle [ J ]. *Acta  
Armamentarii* 2010 ,31( 6 ) :663 - 668. )

[ 5 ] Lopatka M J ,Muszynski T ,Rubiec A. Loads analysis of skid  
steer robot drive system [ C ] //2013 18th International  
Conference on Methods and Models in Automation and  
Robotics. New York :IEEE ,2013 :362 - 367.

[ 6 ] Mohammadpour E ,Naraghi M. Robust adaptive stabilization  
of skid steer wheeled mobile robots considering slipping  
effects [ J ]. *Advanced Robotics* 2011 ,25( 1/2 ) :205 - 227.

[ 7 ] 李雪原 ,张宇 ,胡纪滨 ,等. 基于单轴模型的轮式速差转向  
车辆的转向动力学分析 [ J ]. 汽车工程 ,2012( 2 ) :  
159 - 163.  
( Li Xue-yuan , Zhang Yu , Hu Ji-bin , et al. A steering  
dynamics analysis for steering wheeled vehicle based on  
single-axle model [ J ]. *Automotive Engineering* ,2012( 2 ) :  
159 - 163. )

[ 8 ] Zhang Y ,Hu J B ,Li X Y ,et al. A linear lateral dynamic  
model of skid steered wheeled vehicle [ C ] // Intelligent  
Vehicles Symposium. New York :IEEE ,2013 :964 - 969.

[ 9 ] Fauroux J C , Vaslin P. Modeling , experimenting , and  
improving skid steering on a 6  $\times$  6 all-terrain mobile platform  
[ J ]. *Journal of Field Robotics* 2010 ,27( 2 ) :107 - 126.

[ 10 ] 郭孔辉. 汽车操纵动力学 [ M ]. 长春 :吉林科学技术出版  
社 ,1991 :96 - 122.  
( Guo Kong-hui. Vehicle handling dynamics [ M ].  
Changchun :Jilin Science and Technology Press ,1991 :  
96 - 122. )

[ 11 ] Pacejka H. Tyre and vehicle dynamics [ M ]. 2nd ed. [ S. l. ] :  
Elsevier ,2006 :2 - 10.

[ 12 ] Maclaurin B. A skid steering model using the Magic Formula  
[ J ]. *Journal of Terramechanics* 2011 ,48( 4 ) :247 - 263.

[ 13 ] 闫清东 ,张连第 ,赵毓芹. 坦克构造与设计 :下册 [ M ]. 北  
京 :北京理工大学出版社 ,2007 :222 - 232.  
( Yan Qing-dong , Zhang Lian-di , Zhao Yu-qin. Tank  
construction and design :volume II [ M ]. Beijing :Beijing  
Institute of Technology Press ,2007 :222 - 232. )

[ 14 ] Nah J ,Yi K ,Kim W ,et al. Torque distribution algorithm of  
six-wheeled skid-steered vehicles for on-road and off-road  
maneuverability [ R ]. SAE Technical Paper 2013 - 01 -  
0628. doi :10.4271/2013 - 01 - 0628. 2013.