

doi : 10. 3969/j. issn. 1005 - 3026. 2016. 09. 011

# 基于离散元 and 全析因实验设计的 BPM 力学参数

李 强<sup>1</sup>, 巩亚东<sup>1</sup>, 宋伟刚<sup>1</sup>, 及 钊<sup>2</sup>

( 1. 东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819 ; 2. 吉林大学 机械科学与工程学院, 吉林 长春 130025 )

**摘 要 :** 为研究岩石微观力学参数与宏观力学性能之间关系并提高岩石破碎离散元仿真效率 , 从破碎原理出发 , 基于 EDEM 进行单轴压缩数值分析 , 研究摩擦系数、材料剪切模量、微观颗粒个数、平行键强度和刚度对岩石抗压强度和宏观刚度的影响。再通过全析因实验设计得到影响岩石力学术性能关键的主效应和交互效应 , 并以此为变量运用回归方法对黏结颗粒模型( bonded particle model , 简称 BPM ) 的宏观力学参数进行预测并进行方差、拟合优度和残差分析。仿真及物理实验结果证明该预测模型可行 , 误差率小于 10% 。

**关 键 词 :** 离散元方法 ; 全析因实验 ; 黏结颗粒模型 ; 回归分析 ; 破碎原理

中图分类号 : TD 451 ; TD 912      文献标志码 : A      文章编号 : 1005 - 3026( 2016 ) 09 - 1264 - 05

## BPM Mechanical Parameters Based on Discrete Element Method and Full Factorial Experiment Design

LI Qiang<sup>1</sup>, GONG Ya-dong<sup>1</sup>, SONG Wei-gang<sup>1</sup>, JI Zhao<sup>2</sup>

( 1. School of Mechanical Engineering & Automation , Northeastern University , Shenyang 110819 , China ; 2. School of Mechanical Science and Engineering , Jilin University , Changchun 130025 , China. Corresponding author : LI Qiang , E-mail : neulqiang@163. com )

**Abstract :** In order to investigate the relationship between microscopic and macroscopic mechanical properties of rock , and to improve the efficiency of rock breakage simulation in EDEM ( extended discrete element method ) , samples for breakage simulation were prepared. Based on the breakage principle , EDEM was used to simulate rock uniaxial compression test. The influence of friction coefficient , shear modulus , micro particle number , parallel bond strength and stiffness on compressive strength and macro stiffness was analyzed. The key and interaction effects were obtained by the full factorial experiment. Regression analysis method was used to predict BPM macroscopic mechanical parameters and to analyze the variance , goodness of fit and residuals. The results show that the error rate of prediction model is less than 10% .

**Key words :** discrete element method( DEM ) ; full factorial experiment ; BPM( bonded particle model ) ; regression analysis ; breakage principle

破碎过程模型的建立是矿物处理工业的核心。随着对高精度、高复杂度模型的需求 , 一些计算机软件( 如 EDEM ) 被广泛采纳并应用于各工业领域 , 取得了很好的效果<sup>[1-4]</sup>。由于破碎过程模型的建立主要依赖岩石本构参数 , 因此如何快捷、准确地获得岩石微观力学参数是建立破碎过程模型的首要任务。目前研究者多从黏结颗粒模型( BPM ) 着手<sup>[5-8]</sup> , 采用夹逼处理的方法 , 以岩石宏观力学特性为指标进行微观参数标定<sup>[9]</sup> , 但该

方法工作量大、耗时长。因此 , 合适的 BPM 建模方法对提高离散元破碎仿真的效率具有重大意义。

本文从破碎原理出发 , 基于 EDEM 对岩石进行单轴压缩数值实验 , 找到影响岩石宏观力学性能的关键因素及影响规律 , 进而 , 通过全析因实验设计得到影响岩石宏观力学性能的关键主效应和交互效应 , 建立 BPM 宏观力学性能参数理论方程 , 最后 , 通过回归方法对该方程的系数进行求

收稿日期 : 2015 - 05 - 29

基金项目 : 国家自然科学基金资助项目( 51375082 )。

作者简介 : 李 强( 1986 - ) , 男 , 辽宁沈阳人 , 东北大学博士研究生 ; 巩亚东( 1958 - ) , 男 , 辽宁本溪人 , 东北大学教授 , 博士生导师。

解, 并进行离散元仿真和物理实验验证.

## 1 BPM 模型的预测

### 1.1 影响岩石宏观力学性能关键参数分析

经虚拟实验参数匹配, 并保证岩石弹性变形阶段显著, 选择五莲花柱状花岗岩作为标准试样, 直径 50 mm, 高径比为 2:1, 构建 BPM, 微观颗粒半径为 1.5 mm, 平行键法向刚度和强度分别为  $1.1 \times 10^{12}$  Pa 和  $1.8 \times 10^8$  Pa·m<sup>-1</sup>, 微观颗粒泊松

比、剪切模量和密度分别为 0.2, 43 GPa, 2 780 kg·m<sup>-3</sup>, 颗粒之间摩擦系数为 0.3. 根据 Refahi 的研究<sup>[10]</sup>, 岩石经  $N$  个时间步后, 当外部累加载荷和大于岩石强度极限时, 岩石发生破碎. 又因为岩石内部受力情况与摩擦系数和杨氏模量相关, 因此以岩石材料内摩擦系数、剪切模量、平行键法向强度和刚度以及微观颗粒数量为因子进行多次单因素数值实验, 结果如图 1 所示, 可看出这些微观参数对岩石抗压强度和宏观刚度有显著影响, 且存在一定规律.

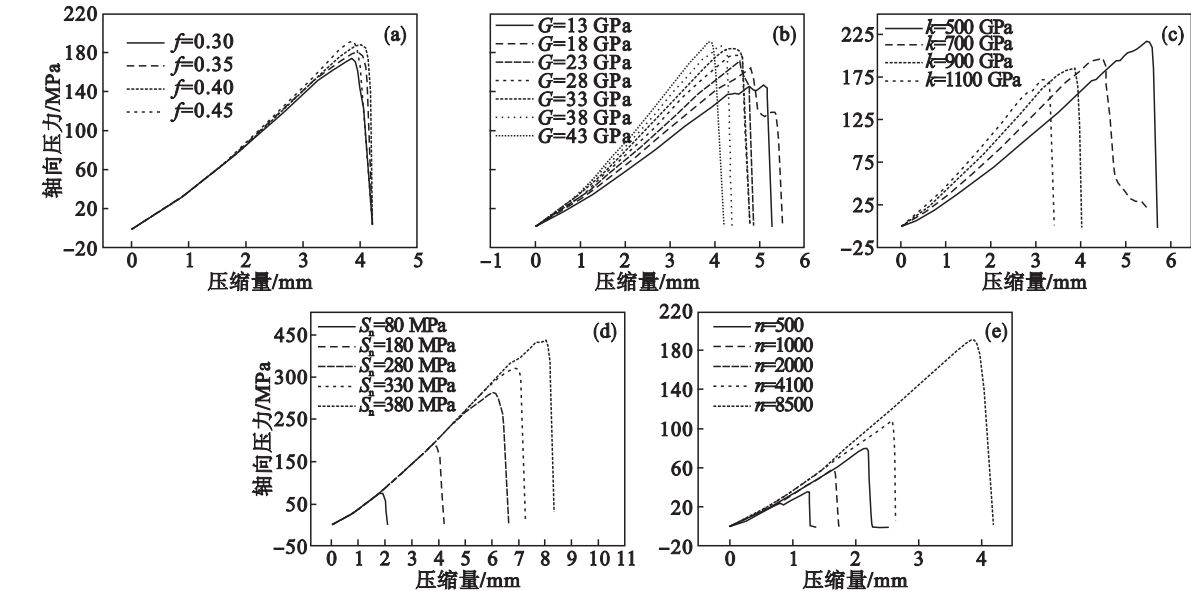


图 1 岩石材料微观力学参数对宏观力学性能的影响规律

Fig. 1 Influence of rock material micro mechanical parameters on the macroscopic mechanical properties  
(a)—摩擦系数;(b)—剪切模量;(c)—平行键强度;(d)—平行键刚度;(e)—微观颗粒个数.

### 1.2 基于全析因实验设计的岩石单轴压缩仿真

在 EDEM 环境下进行五因子两水平全析因实验<sup>[11]</sup>, 对 BPM 岩石宏观性能进行预测, 并基于此计算出平行键参数. 设置 4 个中心点, 36 组实验数据如表 1 所示. 所得响应结果与实验运行序关系如图 2a 和 2b 所示, 其中 0 代表中心数据点, 1 代表其他实验数据点. 从散点图可看出, 趋势正常, 并未出现连续上升或下降趋势, 且岩石宏观刚度数据没有明显偏倚, 因此可视为正态分布, 而抗压强度响应指标明显向低值偏倚, 但样本量大于 30, 可认为样本均值趋于正态. 从散点图中还可看出, 中心点所对响应值稳定, 说明实验环境趋于一致.

### 1.3 基于线性多项式回归方法的 BPM 力学参数预测

为考虑各因素效应对响应影响, 并采用序贯实验对结果进行分析, 对响应可采用式(1)进行预估:

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i x_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \beta_{ij} x_i x_j \quad (i \neq j). \quad (1)$$

其中  $y$  为响应变量,  $x_i$  为主效应,  $x_i \cdot x_j$  为交互效应. 对各效应对响应的显著性进行判断, 并提取关键主效应和交互效应. 设置  $T$  检验显著性水平  $\alpha = 0.05$ , 构建帕累托效应图, 如图 3 所示. 根据各效应对响应影响的显著性, 忽略量纲影响, 可建立岩石宏观刚度和抗压强度的解析方程, 如式(2)和式(3)所示. 通过计算, 可得解析式的各项系数, 如表 2 所示.

$$\begin{aligned} \hat{k} = & \beta'_0 + \beta'_1 \left( \frac{B-800}{300} \right) + \beta'_2 \left( \frac{E-28}{15} \right) + \beta'_3 \left( \frac{A-255}{75} \right) + \\ & \beta'_4 \left( \frac{D-4\,000}{3\,750} \right) + \beta'_5 \left( \frac{C-0.375}{0.075} \right) + \beta'_6 \left( \frac{B-800}{300} \right) \times \\ & \left( \frac{D-4\,000}{3\,750} \right) + \beta'_7 \left( \frac{A-255}{75} \right) \left( \frac{D-4\,000}{3\,750} \right) + \\ & \beta'_8 \left( \frac{E-28}{15} \right) \left( \frac{A-255}{75} \right) + \beta'_9 \left( \frac{A-255}{75} \right) \left( \frac{B-800}{300} \right), \quad (2) \end{aligned}$$

$$\hat{\sigma}=\beta_0+\beta_1\left(\frac{D-4\,000}{3\,750}\right)+\beta_2\left(\frac{A-255}{75}\right)+$$
$$\beta_3\left(\frac{B-800}{300}\right)+\beta_4\left(\frac{C-0.375}{0.075}\right)+\beta_5\left(\frac{E-28}{15}\right)+$$
$$\beta_6\left(\frac{A-255}{75}\right)\left(\frac{D-4\,000}{3\,750}\right)+\beta_7\left(\frac{B-800}{300}\right)\left(\frac{D-4\,000}{3\,750}\right)+$$
$$\beta_8\left(\frac{E-28}{15}\right)\left(\frac{D-4\,000}{3\,750}\right).$$
(3)

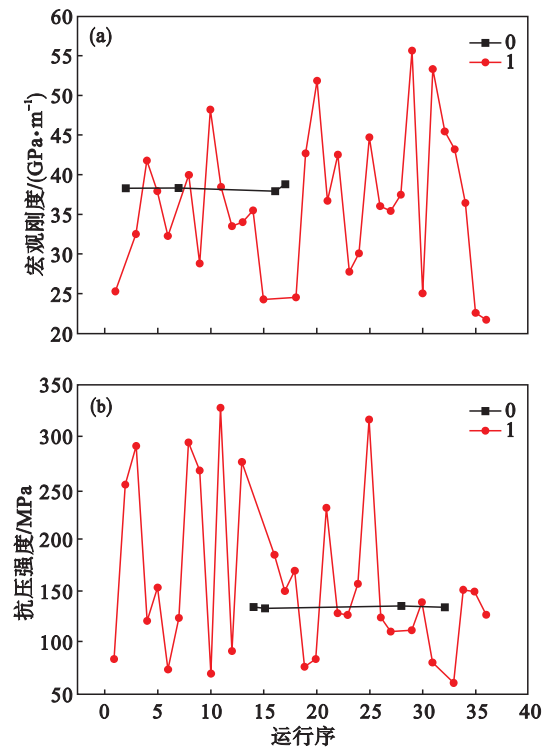


图2 岩石宏观力学性能与运行序的散点图  
Fig. 2 Scatter plot of rock macro-mechanical properties and operation sequence  
(a)—宏观刚度 ; (b)—抗压强度.

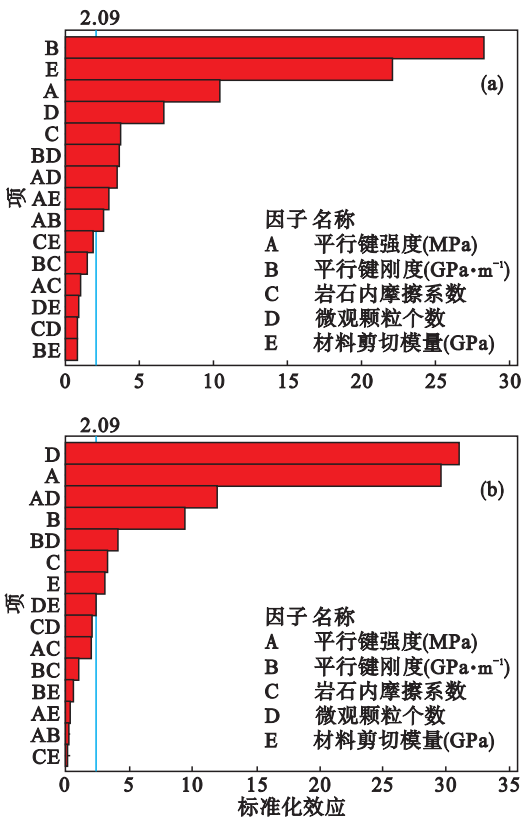


图3 岩石宏观力学性能的帕累托效应图  
Fig. 3 Pareto effect plot of macro-mechanical properties for rock  
(a)—宏观刚度 ; (b)—抗压强度.

1. 4 BPM 力学参数预测模型的检验

对宏观力学参数模型的有效性、失拟性和曲率进行假设检验 ,其中主效应、弯曲和失拟所对应的 *P* 值如表 3 所示.

表 1 五因子两水平全析因实验数据  
Table 1 Five factors and two level full factorial experimental data

水平	内摩擦系数	剪切模量 GPa	平行键的法向强度 MPa	平行键的法向刚度 GPa·m <sup>-1</sup>	微观颗粒个数
低水平	0. 300	13	180	500	2 000
高水平	0. 450	43	330	1 100	8 000
中心点	0. 375	28	255	800	4 000

表 2 回归方程系数  
Table 2 Regression equation coefficients

$\beta'_0$	$\beta'_1$	$\beta'_2$	$\beta'_3$	$\beta'_4$	$\beta'_5$	$\beta'_6$	$\beta'_7$	$\beta'_8$	$\beta'_9$
36. 43	6. 45	5. 03	2. 42	1. 51	0. 85	-0. 83	0. 81	0. 68	0. 60
$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	$\beta_5$	$\beta_6$	$\beta_7$	$\beta_8$	
159. 59	52. 24	49. 85	-15. 72	5. 59	5. 24	20. 13	-6. 91	4. 23	

表 3 宏观力学参数的  $P$  值检验

Table 3 $P$ test of macro-mechanical parameters			
响应指标	主效应 $P$ 值	弯曲 $P$ 值	失拟 $P$ 值
抗压强度	0.001	0.113	0.489
宏观刚度	0.001	0.549	0.180

从表 3 中可以看出,该线性回归方程总的来说是有有效的.虽忽略了很多交互效应,但模型并无发生明显失拟和弯曲.

为判断回归方程优劣,还需对其拟合优度和残差进行研究.回归分析中的离差总平方和 SST 由回归平方和 SSR 和残差平方和 SSE 两部分构成,如式(4)所示;其拟合优度  $R^2$  及扣除回归方程中包含项数影响的拟合优度  $R^2_{\text{adj}}$  分别如式(5)和式(6)所示.其中  $n$  为观测值总个数,将调整前后拟合优度汇总成表 4.

$$\text{SST} = \text{SSR} + \text{SSE} \quad ; \quad (4)$$

$$R^2 = 1 - \frac{\text{SSE}}{\text{SST}} \quad ; \quad (5)$$

$$R^2_{\text{adj}} = 1 - \frac{\text{SSE}/(n - p)}{\text{SST}/(n - 1)} \quad . \quad (6)$$

表 4 BPM 预测模型的拟合优度

Table 4 Goodness of fit for BPM prediction model		
响应指标	$R^2$	$R^2_{\text{adj}}$
抗压强度	98.68%	98.22%
宏观刚度	98.18%	97.46%

从表 4 可看出,模型性态良好.模型残差与拟合值的关系如图 4 所示.从图中可看出,去除异常点后,抗压强度和宏观刚度的误差率均小于 10%.

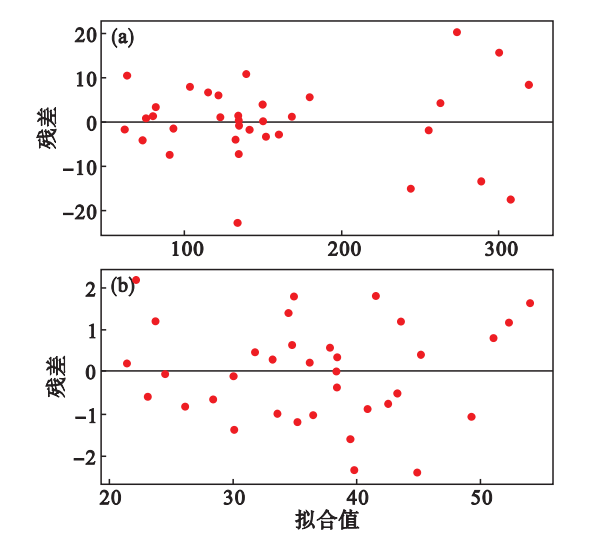


图 4 预测模型残差与拟合值的关系图  
Fig. 4 The relationship between residual error and fitted value of prediction model plot  
(a)—抗压强度;(b)—宏观刚度.

## 2 BPM 力学参数预测模型验证

### 2.1 BPM 平行键参数预测模型离散元验证

在 EDEM 环境中,构造 3 个验证岩石试样,进行单轴压缩数值实验,按照表 5 设置变量值,岩石抗压强度和宏观刚度预测结果和仿真结果如表 6 所示,从表中可见模型有很好的预测精度.

表 5 岩石微观力学参数  
Table 5 Rock micro-mechanical parameters

试样编号	平行键强度 MPa	平行键刚度 $\text{GPa} \cdot \text{m}^{-1}$	颗粒个数	剪切模量 GPa	摩擦系数
1	250	900	2 000	27	0.40
2	320	700	4 000	35	0.40
3	230	900	8 500	35	0.35

表 6 模型的 EDEM 仿真值与预测值比较  
Table 6 Comparison of EDEM simulation values and predicted values of model

岩石试样	抗压强度/MPa			宏观刚度/ $(\text{GPa} \cdot \text{m}^{-1})$		
	仿真值	预测值	误差率	仿真值	预测值	误差率
1	118.01	126.82	7.0%	39.38	38.82	1.4%
2	200.69	211.95	5.6%	41.58	39.16	5.8%
3	196.04	192.83	1.6%	42.53	40.90	3.8%

### 2.2 BPM 预测模型物理实验验证

为进一步验证模型有效性,还需进行物理实验验证,选取五莲花花岗岩标准试样进行单轴压缩,如图 5a 所示.以岩石抗压强度及宏观刚度为验证指标,在 EDEM 环境下进行仿真,如图 5b 所示.按照预测模型设置平行键刚度和强度,比较物理实验和数值实验的应力应变图,如图 6 所示.从图中可看出,物理实验和数值实验曲线图接近,但略有差异,符合统计学规律.

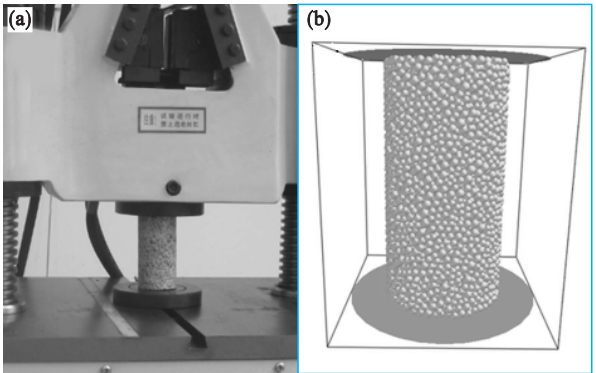


图 5 标准岩石试样单轴压缩  
Fig. 5 Uniaxial compression of standard rock samples  
(a)—实验;(b)—模拟.

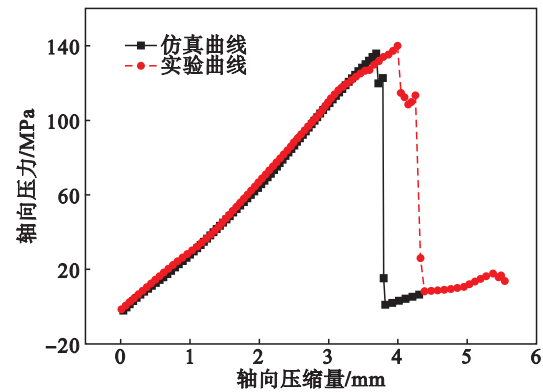


图 6 物理实验与仿真实验的应力应变曲线比较  
Fig. 6 Comparison of physics experiment and the simulation of stress-strain curve

3 结 论

1) 从岩石破碎原理出发 ,进行大量岩石压缩数值分析 . 结果表明对岩石宏观力学性能的影响因素为岩石内摩擦系数、剪切模量、平行键刚度、平行键强度和微观颗粒个数 .

2) 基于全析因实验设计方法 ,采用多项式回归模型建立岩石宏观刚度和强度与关键 BPM 参数函数关系 ,并对该函数的方差、拟合优度和残差进行分析 .

3) 以岩石宏观强度和刚度为指标 ,采用离散元方法和物理实验对模型进行验证 ,其误差率均小于 10% . 因此该预测模型可根据物理实验所得岩石宏观力学性能准确、快捷地得出平行键强度和刚度 ,提高了破碎仿真效率 .

参考文献 :

[ 1 ] Weerasekara N S ,Powell M S ,Cleary P W ,et al. The contribution of DEM to the science of comminution [ J ]. *Powder Technology* 2013 248 3 - 24.  
[ 2 ] Lichter J ,Lim K ,Potapov A ,et al. New development in cone crusher performance optimization [ J ]. *Minerals Engineering* , 2009 22( 7 ) 613 - 617.

[ 3 ] Ohannes J. Cone crusher modeling and simulation- development of a virtual rock crushing environment based on the discrete element method with industrial scale experiments for validation [ D ]. Nybro : Chalmers University of Technology 2012.  
[ 4 ] 蒋明镜 ,陈贺 ,刘芳 . 岩石微观胶结模型及离散元数值仿真方法初探 [ J ]. *岩石力学与工程学报* ,2013 ,32( 1 ) : 15 - 23.  
( Jiang Ming-jing ,Chen He ,Liu Fang. A microscopic bond model for rock and preliminary study of numerical simulation method by distinct element method[ J ]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering* 2013 32( 1 ) :15 - 23. )  
[ 5 ] Potyondya D O ,Cundall P A. A bonded-particle model for rock [ J ]. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences* 2004 41( 8 ) :1329 - 1364.  
[ 6 ] Ding X B ,Zhang L Y. A new contact model to improve the simulated ratio of unconfined compressive strength to tensile strength in bonded particle models[ J ]. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences* 2014 69( 3 ) :111 - 119.  
[ 7 ] Manouchehrian A ,Sharifzadeh M ,Marji M F et al. A bonded particle model for analysis of the flaw orientation effect on crack propagation mechanism in brittle materials under compression [ J ]. *Archives of Civil and Mechanical Engineering* 2014 14( 1 ) 40 - 52.  
[ 8 ] Obermayr M ,Dressler K ,Vrettos C ,et al. A bonded-particle model for cemented sand [ J ]. *Computers and Geotechnics* , 2013 49 299 - 313.  
[ 9 ] Quist J. Cone crusher modelling and simulation[ D ]. Nybro : Chalmers University of Technology 2012.  
[ 10 ] Refahi A ,Aghazadeh M J ,Rezaib B. Discrete element modeling for predicting breakage behavior and fracture energy of a single particle in a jaw crusher[ J ]. *International Journal of Mineral Processing* 2010 94( 2 ) 83 - 91.  
[ 11 ] Hassan J ,Mohd H I ,Amirreza S. Evaluation of significant manufacturing parameters in lost foam casting of thin-wall Al-Si-Cu alloy using full factorial design of experiment[ J ]. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China* 2013 23 ( 10 ) 2843 - 2851.