

doi: 10.12068/j.issn.1005-3026.2020.12.017

考虑多个子群意见的多要素大群体决策方法

李铭洋¹, 王爽¹, 曹萍萍^{1,2}, 赵晓杰³

(1. 辽宁大学 商学院, 辽宁 沈阳 110136; 2. 中国刑事警察学院 基础教研部, 辽宁 沈阳 110854;
3. 大连理工大学 经济管理学院, 辽宁 大连 116024)

摘 要: 针对存在多个子群的多要素大群体决策问题, 提出一种决策分析方法. 首先, 依据参与决策的个体针对方案构成要素的排序, 计算各要素针对各参与个体的 borda 分值. 其次, 构建要素针对各子群的平均 borda 分值向量, 再将其归一化后作为针对各子群的虚拟方案. 然后, 考虑到各子群的评估一致性存在差异, 计算各子群的权重. 进一步地, 计算各虚拟方案与各备选方案之间的贴近期, 并将其与各子群权重相集结, 得到针对各备选方案的综合贴近期, 并据此对备选方案进行排序. 最后, 通过一个考虑公众意愿的城市公园设计方案选择问题的算例说明了所提出方法的可用性.

关键词: 大群体决策; 子群; borda 分值; 评估一致性; 贴近期

中图分类号: C 934 文献标志码: A 文章编号: 1005-3026(2020)12-1781-07

Method for Large Group Decision-Making with Multiple Elements Considering Multiple Subgroup Opinions

LI Ming-yang¹, WANG Shuang¹, CAO Ping-ping^{1,2}, ZHAO Xiao-jie³

(1. Business School, Liaoning University, Shenyang 110136, China; 2. Department of Basic Teaching and Research, Criminal Investigation Police University of China, Shenyang 110854, China; 3. School of Economics and Management, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China. Corresponding author: CAO Ping-ping, E-mail: caopingping1981@163.com)

Abstract: A decision analysis method is proposed for large group decision-making with multiple elements. Firstly, the borda score of each element for each participant is calculated according to the rankings of the constituent elements of the alternatives by the individuals participating in decision-making. Secondly, the average borda score vector of each subgroup is constructed and normalized as a virtual alternative for each subgroup. Then, the weight of each subgroup is calculated considering the differences in the consensus of evaluations of each subgroup. Furthermore, the similarity degree between each virtual solution and each alternative is calculated and aggregated with the weight of each subgroup to obtain the comprehensive similarity degree for each alternative, and then the alternative is ranked accordingly. Finally, the feasibility of the proposed method is illustrated by an example of urban park design alternative selection considering the public will.

Key words: large group decision-making; subgroup; borda score; consensus of evaluations; similarity degree

大群体决策是指针对参与决策的个体数量多、规模大的情形, 将参与决策的个体意见集结成群体意见, 并据此进行备选方案比较和择优的过程^[1-2]. 在现实中, 大群体决策具有广泛的实际应

用背景. 例如, 随着政府工作的透明化, 政府部门为提高政务服务水平和民众满意度, 在实施民生工程项目前通常会广泛征集公众意见, 从而对项目实施方案进行优化或调整. 近年来, 已有学者从

收稿日期: 2019-10-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71503266); 教育部人文社会科学研究规划基金资助项目(19YJA630037); 公安部公安理论与软科学研究计划项目(2018LLYJXJXY054); 辽宁省社会科学规划基金重点项目(L17AGL001); 辽宁省教育厅科学研究项目(LQN201922).

作者简介: 李铭洋(1980-), 男, 锡伯族, 辽宁沈阳人, 辽宁大学副教授, 博士生导师.

多个角度针对大群体决策问题开展研究,如考虑多指标多标度的大群体决策方法研究^[1-3]、对大群体中个体意见或偏好进行聚类分析^[4-9]、大群体决策中的共识问题研究^[10-14]等。

在现实的大群体决策过程中,参与决策的个体往往在年龄段、知识结构、社会背景等方面存在差异,根据这些差异可将大群体划分为若干子群,在决策过程中兼顾各子群的偏好和需求,以此提升决策过程的合理性。此类大群体决策问题可称为考虑多个子群意见的大群体决策问题,目前已有学者针对此类问题开展了探索性的研究。例如,文献[15]依据预先建立的评价标度集合对备选方案进行评估,从而确定各子群关于各备选方案的评估百分比分布,进而计算两两备选方案之间的序序度,利用 PROMETHEE II 方法确定备选方案的排序。文献[16]针对同时考虑集体评估和备选方案公平性的大群体决策问题,通过计算两种情形下各备选方案的排名值,获得针对各备选方案的贴近度,从而确定备选方案的排名。需要指出的是,文献[15-16]仅考虑了子群中的个体针对各备选方案给出评分值的情形,但在一些现实的决策情境中,个体直接对备选方案进行评估并给出确切的分值显然是比较困难的。为解决此类问题,提高个体针对备选方案评估的准确性,可令个体对构成备选方案的要素或指标进行评估。例如,某地政府欲建设一个城市公园,初步拟定了若干个设计方案,现广泛征求民众的意见。由于设计方案具有复杂性和专业性,对参与调查的民众来说,直接对设计方案进行打分具有较强的随意性。此时,若能将设计方案拆解为多个构成方案的要素,再由民众对各要素进行评估,则所获取的评估结果的准确性会更高。

基于此,本文在考虑了多个子群意见的前提下,提出一种新的多要素大群体决策方法。在该方法中,参与决策的个体依据自己的偏好对构成方案的要素进行排序。为确定最优备选方案,首先根据排序结果计算出各要素针对每个个体的 borda 分值,然后构建要素针对各子群的归一化平均 borda 分值向量,并将其作为代表各子群偏好的虚拟方案;进一步地,计算出各子群的权重和各虚拟方案与备选方案之间的贴近度,将二者集结得到针对各备选方案的综合贴近度,从而确定出最优备选方案。

1 问题描述

为了描述本文考虑的大群体决策问题中的集

合与变量,现给出如下符号说明。

$A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$: 备选方案集合,其中 A_i 表示第 i 个备选方案, $i = 1, 2, \dots, n$;

$E = \{E_1, E_2, \dots, E_k\}$: 构成方案的要素集合,其中 E_r 表示构成方案的第 r 个要素, $r = 1, 2, \dots, k$;

$b_i = (b_{i1}, b_{i2}, \dots, b_{ik})$: 备选方案 A_i 针对各要素的表现值向量,其中 b_{ir} 表示备选方案 A_i 针对要素 E_r 的表现值, $i = 1, 2, \dots, n, r = 1, 2, \dots, k$;

$G = \{G_1, G_2, \dots, G_m\}$: 参与决策的子群集合,其中 G_j 表示参与决策的第 j 个子群, $j = 1, 2, \dots, m$;

$C = \{c_1, c_2, \dots, c_m\}$: 子群中的个体数量集合,其中 c_j 表示子群 G_j 中的个体数量, $j = 1, 2, \dots, m$;

$P_j = \{P_j^1, P_j^2, \dots, P_j^{c_j}\}$: 子群 G_j 中的个体集合,其中 P_j^l 表示子群 G_j 中的第 l 个个体, $j = 1, 2, \dots, m, l = 1, 2, \dots, c_j$;

R_j^l : 个体 P_j^l 对各要素的排序, $j = 1, 2, \dots, m, l = 1, 2, \dots, c_j$ 。在本文中,每个个体给出针对各要素的严格排序, R_j^l 可表示为 $R_j^l \rightarrow E_{(1)} > E_{(2)} > \dots > E_{(k)}$;

B_{jr}^l : 要素 E_r 针对个体 P_j^l 的 borda 分值, $j = 1, 2, \dots, m, l = 1, 2, \dots, c_j, r = 1, 2, \dots, k$;

B_{jr} : 要素 E_r 针对子群 G_j 的 borda 总分值, $j = 1, 2, \dots, m, r = 1, 2, \dots, k$;

\bar{B}_{jr} : 要素 E_r 针对子群 G_j 的 borda 均值, $j = 1, 2, \dots, m, r = 1, 2, \dots, k$;

$\bar{B}_j = (\bar{B}_{j1}, \bar{B}_{j2}, \dots, \bar{B}_{jk})$: 各要素针对子群 G_j 的重要程度向量,其中 \bar{B}_{jr} 表示要素 E_r 针对子群 G_j 的重要程度, $j = 1, 2, \dots, m, r = 1, 2, \dots, k$;

$\tilde{B}_j = (\tilde{B}_{j1}, \tilde{B}_{j2}, \dots, \tilde{B}_{jk})$: 针对子群 G_j 的虚拟方案, $j = 1, 2, \dots, m$;

σ_{jr}^2 : 子群 G_j 针对要素 E_r 的评估结果的离散程度, $j = 1, 2, \dots, m, r = 1, 2, \dots, k$;

$\bar{\sigma}_j^2$: 子群 G_j 针对所有要素的评估结果的平均离散程度, $j = 1, 2, \dots, m$;

CI_j : 子群 G_j 针对所有要素的评估一致性, $j = 1, 2, \dots, m$;

w_j : 子群 G_j 的权重, $j = 1, 2, \dots, m$;

$\tilde{b}_i = (\tilde{b}_{i1}, \tilde{b}_{i2}, \dots, \tilde{b}_{ik})$: 归一化后的备选方案 A_i 针对各要素的表现值向量, $i = 1, 2, \dots, n$;

d_{ji} : 虚拟方案 \tilde{B}_j 与备选方案 A_i 之间的距离, $i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m$;

$U(\tilde{B}_j, \tilde{b}_i)$: 子群 G_j 的意见与备选方案 A_i 之间的贴近度, $i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m$;

U_i :大群体意见与备选方案 A_i 之间的综合贴近度, $i = 1, 2, \dots, n$.

本文需要解决的问题是,考虑到参与决策的个体来自不同的子群,依据子群 G_j 中的个体 P_j^l 对构成方案的要素的排序 R_j^l 和备选方案针对各要素的表现值向量 b_j ,确定最优的备选方案。

2 决策过程

2.1 构建针对各子群的虚拟方案

如上文所述,个体 P_j^l 对构成方案的要素 E_1, E_2, \dots, E_k 进行排序,排序结果为 R_j^l . 为方便处理,首先依据 R_j^l 计算要素 E_1, E_2, \dots, E_k 针对个体 P_j^l 的 borda 分值^[17]. 具体地,依据个体 P_j^l 对各要素的排序结果 R_j^l ,将 $k-1, k-2, \dots, 1, 0$ 这 k 个数值分别赋予排序 R_j^l 中的第 1 位,第 2 位, ..., 最末位的要素. 记要素 E_r 针对个体 P_j^l 的 borda 分值为 B_{jr}^l ,其计算公式为

$$B_{jr}^l = \sum_{E_r, E_q \in E} N(E_r > E_q), j = 1, 2, \dots, m, l = 1, 2, \dots, c_j, r = 1, 2, \dots, k. \quad (1)$$

其中, $N(\cdot)$ 为计数函数.

然后,计算要素 E_r 针对子群 G_j 的 borda 总分值 B_{jr} ,其计算公式为

$$B_{jr} = \sum_{l=1}^{c_j} B_{jr}^l, j = 1, 2, \dots, m, r = 1, 2, \dots, k. \quad (2)$$

进一步地,考虑到各子群中的个体数量存在差别,为使各子群的意见在群决策中得到均衡考虑,计算要素 E_r 针对子群 G_j 的 borda 均值 \bar{B}_{jr} ,即

$$\bar{B}_{jr} = B_{jr}/c_j, j = 1, 2, \dots, m, r = 1, 2, \dots, k. \quad (3)$$

容易看出, \bar{B}_{jr} 的含义为在考虑子群 G_j 中所有个体意见的前提下得到的要素 E_r 的重要程度. 针对要素 E_1, E_2, \dots, E_k ,可以构建 borda 均值向量 $\bar{B}_j = (\bar{B}_{j1}, \bar{B}_{j2}, \dots, \bar{B}_{jk})$,该向量刻画了在考虑子群 G_j 中所有个体意见的前提下,构成方案的各要素 E_1, E_2, \dots, E_k 的重要程度. 也就是说,对于子群 G_j 来说,若某方案的各要素以 $\bar{B}_{j1}, \bar{B}_{j2}, \dots, \bar{B}_{jk}$ 的比例关系进行配置,则此方案是最令该群体满意的. 在此基础上,将向量 \bar{B}_j 归一化得到向量 $\tilde{B}_j = (\tilde{B}_{j1}, \tilde{B}_{j2}, \dots, \tilde{B}_{jk})$,其中

$$\tilde{B}_{jr} = \frac{\bar{B}_{jr}}{\sum_{r=1}^k \bar{B}_{jr}}, j = 1, 2, \dots, m, r = 1, 2, \dots, k. \quad (4)$$

因此,本文以 $\tilde{B}_j = (\tilde{B}_{j1}, \tilde{B}_{j2}, \dots, \tilde{B}_{jk})$ 来表示针

对子群 G_j 的虚拟方案, $j = 1, 2, \dots, m$. 对于子群 G_j 来说,虚拟方案 $\tilde{B}_j = (\tilde{B}_{j1}, \tilde{B}_{j2}, \dots, \tilde{B}_{jk})$ 是集结了子群 G_j 中所有参与个体意见的最令子群 G_j 满意的方案,该虚拟方案既能刻画子群中参与决策的个体对方案各要素的重视程度,又能够规避不同规模子群对进一步决策造成的影响,从而使各子群的意见在决策过程中可以得到均衡考虑. 为了解释针对子群的虚拟方案的生成过程,下面举例说明.

例 1 某住宅小区欲投入一定资金进行园区环境改造,物业公司通过征求业主代表意见来确定改造方案. 构成改造方案的要素为 $E_1 =$ “增加健身器材”, $E_2 =$ “增设休闲座椅”, $E_3 =$ “种植树木”, $E_4 =$ “景观升级”. 现按不同年龄段将业主代表分为若干子群,设子群 G_j 中的业主代表为 $P_j^1, P_j^2, \dots, P_j^8$,各业主代表分别依据自己的偏好对要素 E_1, E_2, E_3, E_4 进行排序,其结果如表 1 所示.

表 1 个体对各要素的排序结果
Table 1 The ranking result of individual for each element

P_j^l	排序结果 R_j^l
P_j^1	$E_1 > E_2 > E_4 > E_3$
P_j^2	$E_2 > E_1 > E_4 > E_3$
P_j^3	$E_1 > E_3 > E_4 > E_2$
P_j^4	$E_1 > E_3 > E_2 > E_4$
P_j^5	$E_2 > E_3 > E_4 > E_1$
P_j^6	$E_2 > E_4 > E_1 > E_3$
P_j^7	$E_3 > E_2 > E_4 > E_1$
P_j^8	$E_4 > E_2 > E_1 > E_3$

依据式(1),计算要素 E_r 针对个体 P_j^l 的 borda 分值 B_{jr}^l ,其结果如表 2 所示.

然后,依据式(2),计算要素 E_r 针对子群 G_j 的 borda 总分值 B_{jr} ,其结果为 $B_{j1} = 13, B_{j2} = 16, B_{j3} = 9, B_{j4} = 10$. 进一步地,计算要素 E_r 针对子群 G_j 的 borda 均值 \bar{B}_{jr} ,其结果为 $\bar{B}_{j1} = 1.625, \bar{B}_{j2} = 2, \bar{B}_{j3} = 1.125, \bar{B}_{j4} = 1.25$. 则 $\bar{B}_j = (1.625, 2, 1.125, 1.25)$,在此基础上,对向量 \bar{B}_j 进行归一化处理,得到 $\tilde{B}_j = (0.2708, 0.3333, 0.1875, 0.2084)$,故 \tilde{B}_j 为针对子群 G_j 的虚拟方案,也就是依据子群 G_j 中各业主代表的意见而构建出的虚拟方案. 该虚拟方案的含义为:综合考虑子群 G_j 中业主代表的意见,“增加健身器材(E_1)”、“增设休闲座椅(E_2)”、“种植树木(E_3)”和“景观升级(E_4)”这 4 项内容在该住宅小区环境改造资金中的比例应为 1.625:2:1.125:1.25.

表 2 要素针对个体的 borda 分值

Table 2 The borda score of the element for the individual

P_j^l	E_1	E_2	E_3	E_4
P_j^1	3	2	0	1
P_j^2	2	3	0	1
P_j^3	3	0	2	1
P_j^4	3	1	2	0
P_j^5	0	3	2	1
P_j^6	1	3	0	2
P_j^7	0	2	3	1
P_j^8	1	2	0	3

2.2 确定子群权重

在考虑子群意见的大群体决策问题中,来自不同子群的个体通常具有不同的知识背景,决策组织者会关注各子群中的个体所提供的偏好信息,进而确定各子群的权重.这里,子群中的个体针对要素评估的意见越一致,相应子群的意见在决策过程中所占权重就越大.关于子群 G_j 的权重确定过程如下.

首先,基于 2.1 节得到的 B_{jr}^l 和 \bar{B}_{jr} ,计算子群 G_j 针对要素 E_r 的评估结果的离散程度 σ_{jr}^2 ,其计算公式为

$$\sigma_{jr}^2 = \frac{\sum_{l=1}^{c_j} (B_{jr}^l - \bar{B}_{jr})^2}{c_j}, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad r = 1, 2, \dots, k. \quad (5)$$

然后,为使方案的构成要素得到均衡考虑,计算子群 G_j 针对所有要素的评估结果的平均离散程度 $\bar{\sigma}_j^2$,其计算公式为

$$\bar{\sigma}_j^2 = \frac{\sum_{r=1}^k \sigma_{jr}^2}{k}, \quad j = 1, 2, \dots, m. \quad (6)$$

进一步地,计算子群 G_j 针对所有要素的评估一致性 $CI_j^{[15]}$,其计算公式为

$$CI_j = 1 - \sqrt{\frac{\sigma_j^2}{\sum_{j=1}^m \bar{\sigma}_j^2}}, \quad j = 1, 2, \dots, m. \quad (7)$$

可以看出,一致性 CI_j 越高,说明子群 G_j 中个体之间的分歧越小.

在此基础上,给出子群 G_j 的权重 w_j 的计算公式,即

$$w_j = CI_j / \sum_{j=1}^m CI_j, \quad j = 1, 2, \dots, m. \quad (8)$$

容易看出,权重 w_j 满足 $\sum_{j=1}^m w_j = 1$ 且 $0 \leq w_j \leq 1, j = 1, 2, \dots, m$.

2.3 对备选方案排序

为统一量纲,需要先对备选方案表现值向量 $b_i = (b_{i1}, b_{i2}, \dots, b_{ik})$ 进行归一化处理,得到 $\bar{b}_i = (\bar{b}_{i1}, \bar{b}_{i2}, \dots, \bar{b}_{ik})$. 其中

$$\bar{b}_{ir} = \frac{b_{ir}}{\sum_{r=1}^k b_{ir}}, \quad i = 1, 2, \dots, n, r = 1, 2, \dots, k. \quad (9)$$

基于上面的论述,为表示虚拟方案与备选方案之间的接近程度,引入贴近度 $U(\tilde{B}_j, \bar{b}_i)$. $U(\tilde{B}_j, \bar{b}_i)$ 表示子群 G_j 的意见与备选方案 A_i 之间的接近程度,其计算过程如下.

首先,计算虚拟方案 \tilde{B}_j 与备选方案 A_i 之间的距离 d_{ji} ,其计算公式为

$$d_{ji} = \left[\sum_{r=1}^k (\tilde{B}_{jr} - \bar{b}_{ir})^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, m. \quad (10)$$

在此基础上,贴近度 $U(\tilde{B}_j, \bar{b}_i)$ 的计算公式为

$$U(\tilde{B}_j, \bar{b}_i) = \frac{d_j^+ - d_{ji}}{d_j^+ - d_j^-}, \quad i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m. \quad (11)$$

其中: $d_j^+ = \max\{d_{j1}, d_{j2}, \dots, d_{jn}\}$, 表示虚拟方案 \tilde{B}_j 与 n 个备选方案之间的最大距离; $d_j^- = \min\{d_{j1}, d_{j2}, \dots, d_{jn}\}$, 表示虚拟方案 \tilde{B}_j 与 n 个备选方案之间的最小距离.

显然,贴近度 $U(\tilde{B}_j, \bar{b}_i)$ 越大,说明子群 G_j 的意见与备选方案 A_i 之间越接近.

进一步地,在综合考虑各子群意见的前提下,集结 $U(\tilde{B}_j, \bar{b}_i)$ 与 w_j , 得到大群体意见与备选方案 A_i 之间的综合贴近度 U_i ,其计算公式为

$$U_i = \sum_{j=1}^m w_j U(\tilde{B}_j, \bar{b}_i), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (12)$$

最后,依据综合贴近度 U_i 的大小对方案 A_1, A_2, \dots, A_n 进行排序. 显然, U_i 越大, 备选方案 A_i 就越接近于集结各子群意见后的大群体意见. 也就是说, U_i 越大, 相应的备选方案 A_i 就越好.

3 算例

以 L 市的城市公园建设项目为例来说明本文提出方法的可用性. L 市拟建设一座综合性城市公园, 计划投资金额为 800 万元, 构成公园设计方案的 8 个要素分别是 E_1 “公园建筑小品”, E_2 “公园绿化”, E_3 “儿童游乐设施”, E_4 “公共健身设施”, E_5 “休闲广场”, E_6 “文化长廊”, E_7 “运动场”, E_8 “健身步道”. 经过相关部门的研究, 初步拟定了

3 个备选设计方案 A_1, A_2, A_3 , 如表 3 所示.

表 3 中的数字表示各构成要素针对各备选方案所花费的金额. 由表 3 可知, $b_1 = (48, 320, 74,$

$40, 134, 86, 48, 50)$, $b_2 = (58, 280, 82, 20, 180, 54,$
 $90, 36)$, $b_3 = (32, 328, 30, 80, 80, 26, 120, 104)$.

表 3 公园建设的 3 个备选设计方案
 Table 3 Three design alternatives for park construction

备选方案	构成方案的要素							
	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	E_7	E_8
A_1	48	320	74	40	134	86	48	50
A_2	58	280	82	20	180	54	90	36
A_3	32	328	30	80	80	26	120	104

为选择一个最受市民认可的设计方案, 政府通过微信公众号征集市民意见, 参与调查的市民提交针对构成公园设计方案的 8 个要素的偏好. 通过一段时间的调查, 共有 5 120 位市民提供了自己对公园建设的意见.

由于不同年龄的人群对于设施有不同的偏好和期望, 现按年龄将参与调查的 5 120 人划分成 4 个子群, 分别是 $G_1 =$ “30 岁以下的青年人”, $G_2 =$ “30 ~ 45 岁 (包括 30 岁但不包括 45 岁) 的中青年人”, $G_3 =$ “45 ~ 60 岁 (包括 45 岁但不包括 60 岁) 的中年人”, $G_4 =$ “60 岁及以上的老年人”, 4 个子群的个体数量集合为 $C = \{1\ 290, 1\ 310, 1\ 270, 1\ 250\}$. 每个参与调查的个体都给出了关于构成设计方案的 8 个要素 E_1, E_2, \dots, E_8 的偏好排序. 依据式(1) ~ 式(3), 可获得各要素针对各子群的 borda 均值, 如表 4 所示.

故针对子群的 borda 均值向量分别为 $\bar{B}_1 = (3.43, 3, 4, 4.14, 1.43, 2.71, 4.86, 4.43)$, $\bar{B}_2 = (3.33, 3.52, 5.6, 3.2, 3.59, 3.92, 1.65, 3.19)$, $\bar{B}_3 = (2.75, 3.06, 2.05, 5.38, 3.9, 3.56, 2.5, 4.8)$, $\bar{B}_4 =$

$(4.35, 4.67, 2.1, 3.52, 3.84, 4.16, 1.1, 4.26)$. 考虑到 4 个子群中的个体数量存在差别, 为使各子群的意见在决策过程中得到均衡考虑, 依据各要素针对各子群的 borda 均值构建向量, 其中元素表示在考虑各子群中所有个体意见的前提下, 构成方案的要素 E_1, E_2, \dots, E_8 的重要程度.

依据式(4), 对 $\bar{B}_1, \bar{B}_2, \bar{B}_3, \bar{B}_4$ 进行归一化处理, 得到针对各子群的虚拟方案 $\tilde{B}_1 = (0.122\ 5, 0.107\ 1, 0.142\ 9, 0.147\ 9, 0.051\ 1, 0.096\ 8, 0.173\ 5, 0.158\ 2)$, $\tilde{B}_2 = (0.118\ 9, 0.125\ 7, 0.2, 0.114\ 3, 0.128\ 2, 0.14, 0.059\ 0, 0.113\ 9)$, $\tilde{B}_3 = (0.098\ 2, 0.109\ 3, 0.073\ 2, 0.192\ 2, 0.139\ 3, 0.127\ 1, 0.089\ 3, 0.171\ 4)$, $\tilde{B}_4 = (0.155\ 4, 0.166\ 8, 0.075, 0.125\ 7, 0.137\ 1, 0.148\ 6, 0.039\ 3, 0.152\ 1)$. 虚拟方案 $\tilde{B}_1, \tilde{B}_2, \tilde{B}_3, \tilde{B}_4$ 表示集结了各子群意见的最令子群 G_1, G_2, G_3, G_4 满意的方案.

然后, 依据式(5) ~ 式(7), 计算各子群针对构成方案的所有要素的评估一致性, 4 个子群对应的评估一致性分别为 $CI_1 = 0.565, CI_2 = 0.452, CI_3 = 0.386, CI_4 = 0.487$.

表 4 各要素针对各子群的 borda 均值
 Table 4 The mean borda of each element for each subgroup

子群	构成方案的要素							
	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	E_7	E_8
G_1	3.43	3	4	4.14	1.43	2.71	4.86	4.43
G_2	3.33	3.52	5.6	3.2	3.59	3.92	1.65	3.19
G_3	2.75	3.06	2.05	5.38	3.9	3.56	2.5	4.8
G_4	4.35	4.67	2.1	3.52	3.84	4.16	1.1	4.26

在此基础上, 依据式(8), 计算各子群的权重, 计算结果分别为 $w_1 = 0.3, w_2 = 0.24, w_3 = 0.2, w_4 = 0.26$.

依据式(9), 对备选方案表现值向量 b_1, b_2, b_3 进行归一化处理, 得到 $\bar{b}_1 = (0.06, 0.4,$

$0.092\ 5, 0.05, 0.167\ 5, 0.107\ 5, 0.06, 0.062\ 5)$, $\bar{b}_2 = (0.072\ 5, 0.35, 0.102\ 5, 0.025, 0.225, 0.067\ 5, 0.112\ 5, 0.045)$, $\bar{b}_3 = (0.04, 0.41, 0.037\ 5, 0.1, 0.1, 0.032\ 5, 0.15, 0.13)$.

进一步地, 依据式(10)和(11), 分别计算各

虚拟方案与各备选方案之间的距离及贴程度. 各虚拟方案与各备选方案之间的距离如表 5 所示.

表 5 各虚拟方案与各备选方案之间的距离
Table 5 The distance between each virtual solution and each alternative

虚拟方案	备选方案		
	A_1	A_2	A_3
\tilde{B}_1	0.370 8	0.354 8	0.346 2
\tilde{B}_2	0.315 7	0.303 6	0.366 8
\tilde{B}_3	0.347 1	0.338 9	0.345 7
\tilde{B}_4	0.283 3	0.287 2	0.319 6

各虚拟方案与各备选方案之间的贴程度如表 6 所示.

表 6 各虚拟方案与各备选方案之间的贴程度
Table 6 The similarity degree between each virtual solution and each alternative

虚拟方案	备选方案		
	A_1	A_2	A_3
\tilde{B}_1	0	0.650 4	1
\tilde{B}_2	0.808 5	1	0
\tilde{B}_3	0	1	0.170 7
\tilde{B}_4	1	0.892 6	0

最后,依据式(12),计算集结各子群意见后的大群体意见与各备选方案之间的综合贴程度,计算结果分别为 $U_1 = 0.454 0$, $U_2 = 0.867 2$, $U_3 = 0.334 1$,故备选方案的排序结果为 $A_2 > A_1 > A_3$. 因此应选择备选方案 A_2 作为城市公园的建设方案.

4 结 语

本文提出了一种考虑多个子群意见的多要素大群体决策方法. 该方法依据参与决策的个体针对方案构成要素的排序构建了代表各子群偏好的虚拟方案. 考虑到各子群中个体意见存在差异,计算出各子群的权重和各虚拟方案与各备选方案之间的贴程度,并将二者集结得到针对各备选方案的综合贴程度,据此选出最优备选方案. 与已有研究不同的是,本文考虑到在许多决策环境下个体直接对备选方案进行评估并给出确切的分值是相当困难的,因而提出了“多要素大群体决策”这一新的决策问题.

在今后的研究中,可针对该类问题进行更加深入的研究,提出一系列具有适用性的决策模式

和决策方法,扩展大群体决策分析的研究范围.

参考文献:

- [1] 张晓,樊治平. 一种基于随机占优准则的多指标多标度大群体决策方法[J]. 系统工程,2010,28(2):24-29. (Zhang Xiao, Fan Zhi-ping. A method for large group decision making with multi-attribute and multi-identifier based on stochastic dominance rules [J]. *Systems Engineering*, 2010, 28(2): 24-29.)
- [2] 张晓,樊治平. 基于前景随机占优的多属性多标度大群体决策方法[J]. 控制与决策,2014,29(8):1429-1433. (Zhang Xiao, Fan Zhi-ping. Method for multi-attribute and multi-identifier large group decision making based on prospect stochastic dominance [J]. *Control and Decision*, 2014, 29(8): 1429-1433.)
- [3] 张晓,樊治平. 一种基于证据推理的多指标多标度大群体决策方法[J]. 运筹与管理,2011,20(2):15-20. (Zhang Xiao, Fan Zhi-ping. A method for large group decision making with multi-attribute and multi-identifier based on evidential reasoning [J]. *Operations Research and Management Science*, 2011, 20(2): 15-20.)
- [4] 徐选华,陈晓红,王红伟. 一种面向效用值偏好信息的大群体决策方法[J]. 控制与决策,2009,24(3):440-445. (Xu Xuan-hua, Chen Xiao-hong, Wang Hong-wei. A kind of large group decision-making method oriented utility valued preference information [J]. *Control and Decision*, 2009, 24(3): 440-445.)
- [5] Du Z, Luo H, Lin X, et al. A trust-similarity analysis-based clustering method for large-scale group decision-making under a social network [J]. *Information Fusion*, 2020, 63: 13-29.
- [6] Zhong X, Xu X. Clustering-based method for large group decision making with hesitant fuzzy linguistic information: integrating correlation and consensus [J]. *Applied Soft Computing*, 2020, 87: 105973.
- [7] Ma Z, Zhu J, Ponnambalam K, et al. A clustering method for large-scale group decision-making with multi-stage hesitant fuzzy linguistic terms [J]. *Information Fusion*, 2019, 50: 231-250.
- [8] Xu X, Yin X, Chen X. A large-group emergency risk decision method based on data mining of public attribute preferences [J]. *Knowledge-Based Systems*, 2019, 163: 495-509.
- [9] Liu B S, Chen Y, Shen Y H, et al. A complex multi-attribute large-group decision making method based on the interval-valued intuitionistic fuzzy principal component analysis model [J]. *Soft Computing*, 2014, 18: 2149-2160.
- [10] Wu Z B, Xu J P. A consensus model for large-scale group decision making with hesitant fuzzy information and changeable clusters [J]. *Information Fusion*, 2018, 41: 217-231.
- [11] Labella Á, Liu Y, Rodríguez R M, et al. Analyzing the performance of classical consensus models in large scale group decision making: a comparative study [J]. *Applied Soft Computing*, 2018, 67: 677-690.
- [12] Chu J, Wang Y, Liu X, et al. Social network community analysis based large-scale group decision making approach with incomplete fuzzy preference relations [J]. *Information Fusion*, 2020, 60: 98-120.
- [13] Tang M, Zhou X, Liao H, et al. Ordinal consensus measure with objective threshold for heterogeneous large-scale group decision making [J]. *Knowledge-Based Systems*, 2019, 180: 62-74.

- [14] Liu X, Xu Y, Herrera F. Consensus model for large-scale group decision making based on fuzzy preference relation with self-confidence: detecting and managing overconfidence behaviors[J]. *Information Fusion*, 2019, 52: 245 – 256.
- [15] Liu Y, Fan Z P, Zhang X. A method for large group decision-making based on evaluation information provided by participators from multiple groups [J]. *Information Fusion*, 2016, 29: 132 – 141.
- [16] Liu Y, Fan Z P, You T H, et al. Large group decision-making (LGDM) with the participators from multiple subgroups of stakeholders: a method considering both the collective evaluation and the fairness of the alternative[J]. *Computer & Industrial Engineering*, 2018, 122: 262 – 272.
- [17] 岳超源. 决策理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2003. (Yue Chao-yuan. Decision theory and method[M]. Beijing: Science Press, 2003.)

(上接第 1773 页)

系统失稳机制。

2) 采空区支撑系统的突发滑移失稳主要是由于上覆荷载作用等外控因素和采空区跨度 b 、矿柱宽度 a 、结构弱面倾角 θ 、软弱带厚度 B 、屈服区宽度 c 等内控因素协同作用的结果。在外部荷载因素 q 与岩性既定的条件下, 各内控因素的敏感度大小依次为: $f_b > f_a > f_B > f_\theta > f_c$ 。其中 f_B, f_θ 略小于 f_b, f_a 。在实际工程中, 应密切关注结构弱面因素的影响。

3) 计算结果表明, 山西晨光铝土矿采空区结构参数已经达到了失稳的充要条件, 支撑系统处于不稳定状态, 现场实录数据验证了理论计算结果的合理性。

参考文献:

- [1] Jiang L C, Yang C, Jiao H Z. Ultimately exposed roof area prediction of bauxite deposit goaf based on macro joint damage [J]. *International Journal of Mining Science and Technology*, 2020, 30(5): 699 – 704.
- [2] Gao L, Li J H, Wang D H, et al. Outline of metallogenic regularity of bauxite deposits in China [J]. *Acta Geologica Sinica (English Edition)*, 2015, 89(6): 2072 – 2084.
- [3] Qin S, Jiao J J, Tang C A, et al. Instability leading to coal bumps and nonlinear evolutionary mechanisms for a coal-pillar-and-roof system [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2006, 43: 7407 – 7423.
- [4] 姜立春, 王玉丹. 复杂荷载作用下残采矿柱综合安全系数 [J]. 中南大学学报 (自然科学版), 2018, 49(6): 1511 – 1518. (Jiang Li-chun, Wang Yu-dan. Comprehensive safety factor of residual mining pillar under complex loads [J]. *Journal of Central South University (Science and Technology)*, 2018, 49(6): 1511 – 1518.)
- [5] Wang S Y, Sloan S W, Huang M L, et al. Numerical study of failure mechanism of serial and parallel rock pillars [J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2011, 44(2): 179 – 198.
- [6] Singh A K, Singh R, Maiti J, et al. Assessment of mining induced stress development over coal pillars during depillaring [J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2011, 48(5): 805 – 818.
- [7] Wagner H, Ladinig T, Blaha H. Design considerations for pillar systems in deep mines [J]. *Geomechanik und Tunnelbau*, 2016, 9(5): 524 – 528.
- [8] Yu Y, Deng K Z, Luo Y, et al. An improved method for long-term stability evaluation of strip mining and pillar design [J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2018, 107: 25 – 30.
- [9] Wang S F, Li X B, Wang S Y. Three-dimensional mineral grade distribution modelling and longwall mining of an underground bauxite seam [J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2018, 103: 123 – 136.
- [10] Li H, Zha J, Guo G. A new dynamic prediction method for surface subsidence based on numerical model parameter sensitivity [J]. *Journal of Cleaner Production*, 2019, 233: 1418 – 1424.
- [11] 富崇彦. 孝义铝矿内排土场失稳控制工程研究 [D]. 长沙: 中南大学, 2009. (Fu Chong-yan. Study on instability control engineering of waste dump in Xiaoyi aluminum mine [D]. Changsha: Central South University, 2009.)