

钢铁原料库存问题研究

刘国莉¹, 唐立新¹, 张明²

(1. 东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004; 2. 宝钢股份有限公司 制造管理部, 上海 201900)

摘 要: 中国钢铁企业的库存成本占产品总成本的 32% 到 36%, 超过生产的直接成本。因此, 降低库存水平能够直接影响企业的竞争力。以上海宝钢为背景研究了钢铁企业的原料库存问题, 建立了原料库存优化模型, 用于确定各种原料的最佳库存水平和补库时间间隔, 以实现原料库存相关成本的最小化。同时给出了相应的求解方法, 即将拉格朗日松弛、序贯引入约束法和启发式算法结合使用的方法。并根据宝钢的实际生产情况产生的数据进行了仿真计算, 实验结果表明这种方法能够在允许的时间内得到高质量的解。

关 键 词: 库存; 生产计划; 组合最优化; 拉格朗日松弛; 序贯引入约束法

中图分类号: F 253.4 文献标识码: A 文章编号: 1005-3026(2007)02-0172-04

A Study on Raw Material Inventory in Iron and Steel Industry

LIU Guo-li¹, TANG Li-xin¹, ZHANG Ming²

(1. School of Information Science & Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China; 2. Management & Manufacture Department, Baosteel Co., Ltd., Shanghai 201900, China. Correspondent: LIU Guo-li, E-mail: liuguoli@ yahoo. com. cn.)

Abstract: Now, the inventory cost amounts to 32% ~ 36% of the total cost in China's iron and steel industry, i. e., greater than its direct production cost. So, lowering inventory level means an improvement of a company's competitive power. Taking the Shanghai Baoshan Iron and Steel Complex (Baosteel) as an example, the problem of raw material inventory was investigated to develop an inventory optimization model which can determine appropriate inventory levels and schedule adaptable intervals between replenishment times for each and every raw material so as to minimize all the costs relevant to raw material inventories. A corresponding solution was thus given methodologically to the model combining Lagrangian relaxation, algorithm of ordinal introduction of constraints with heuristic algorithms. A numerical simulation was carried out according to the actual production figures of Baosteel, and the results showed that the approach proposed enables the high-quality solutions within permissible time.

Key words: inventory; production planning; combinatorial optimization; Lagrangian relaxation; algorithm of ordinal introduction of constraints

符号表

T — 决策区间;	间;
N — 综合料场中所存放的原料集合, 用 i 指代其中的元素;	I_k — 将原料按逻辑分组归类后得到的第 k 个原料组, $1 \leq k \leq n$, 且有 $I_1 \cup I_2 \cup \dots \cup I_n = N, I_i \cap I_j = \emptyset, i \neq j$;
D_i — 原料 i 的需求率;	V_k — 综合料场对于 I_k 中原料的最大存储能力, $1 \leq k \leq n$;
h_i — 原料 i 的单位库存成本, 这里主要指原料 i 的单位库存所占用的资金;	Q_i — 原料 i 的库存水平;
K_i — 每次采购原料 i 所需的固定启动费用;	t_i — 原料 i 的进货时间间隔;
s_i — 原料 i 所需的安全库存量;	m_i — 在决策区间内原料 i 的进货次数。
v_i — 原料 i 的储存期限, 即原料 i 可以存储的最长时间;	

收稿日期: 2006-01-17

基金项目: 国家杰出青年科学基金资助项目(70425003); 国家自然科学基金资助项目(60674084; 60274049); 高等学校优秀青年教师教学科研奖励计划项目(教育司[2002]383)。

作者简介: 刘国莉(1978-), 女, 辽宁本溪人, 东北大学博士研究生, 辽宁科技大学讲师; 唐立新(1966-), 男, 黑龙江兰西人, 东北大学教授, 博士生导师。

在过去的几十年中, 库存问题引起了学术界的普遍重视, 大量研究成果随之产生^[1-8]。尽管如此, 对于钢铁生产中的库存问题的研究仍然十分有限。本文针对宝钢的原料库存问题进行了研究。文中对原料进行了逻辑分组, 其与物理分组的区别在于: 逻辑分组是将原料按其自身属性归类, 而物理分组则是按原料的实际存放位置进行分类。采用逻辑分类法的目的是将料场中存放同种性质原料的分散库存能力集中化, 有利于确定出料场对于每组原料的整体存贮能力。本文的中心任务就是协助宝钢的原料控制中心在原料需求计划给定的情况下制定出各种原料的最佳库存水平和进货时间间隔。

1 数学模型

为了解决钢铁企业的原料库存问题, 本文沿用了 EOQ 模型的思想, 建立了一个带有能力约束的原料库存优化模型, 能够为每种原料确定出最佳的库存水平和进货时间间隔。

原料库存问题描述如下:

$$\begin{aligned} \min C &= \sum_{i \in N} K_i m_i + \sum_{i \in N} \frac{1}{2} h_i (Q_i + s_i) \cdot (1) \\ \text{s. t. } m_i t_i &= T, \quad i \in N, \quad (2) \\ Q_i &= s_i + t_i D_i, \quad i \in N, \quad (3) \\ \sum_{i \in I_k} Q_i &\leq V_k, \quad 1 \leq k \leq n, \quad (4) \\ Q_i &\leq v_i D_i, \quad i \in N, \quad (5) \\ 0 < t_i &\leq T, \quad i \in N, \quad (6) \\ m_i &\text{是正整数}, \quad i \in N, \quad (7) \\ Q_i &> 0, \quad i \in N. \quad (8) \end{aligned}$$

目标函数(1)是最小化企业的相关成本; 约束(2)揭示了 m_i , t_i 和 T 三者之间的关系; 约束(3)描述了原料 i 在决策区间内的库存水平 Q_i 与其安全库存 s_i 及进货时间间隔 t_i 之间的关系; 式(4)是库存能力约束; 约束(5)要求库存水平 Q_i 必须低于原料 i 在存储期限内的消耗量; 式(6)~ 式(8)定义了变量的取值范围。

2 求解策略

拉格朗日松弛(LR)是求解整数规划和组合最优化问题极为有效的工具。基于文献[9-10]中的思想, 本文建立了适用于此问题的 LR 算法, 并把它作为主要的求解策略。

2.1 拉格朗日松弛

因为约束(4)是涉及多种原料的“耦合约束”,

所以本文通过将一组非负的拉格朗日乘子 $\{u_k\}$ 引入目标函数, 得到了下面的松弛问题:

(LR)

$$\begin{aligned} \min C_{LR} &= \sum_{i \in N} K_i m_i + \sum_{i \in N} \frac{1}{2} h_i (Q_i + s_i) + \\ &\quad \sum_{k=1}^n u_k \left[\sum_{i \in I_k} Q_i - V_k \right], \quad (9) \\ \text{s. t. } &\quad \text{式(2), 式(3), 式(5) ~ 式(8)}. \end{aligned}$$

当 $\{u_k\}$ 的值给定时, 松弛问题能够分解为多个只涉及一种原料的子问题。其中关于原料 $i \in N$ 的子问题为

(LR _{i})

$$\begin{aligned} \min C_{LR}(i) &= K_i m_i + \frac{1}{2} h_i (Q_i + s_i) + \sum_{i \in I_k} u_k Q_i, \quad (10) \\ \text{s. t. } &\quad \text{式(2), 式(3), 式(5) ~ 式(8)}. \end{aligned}$$

2.2 序贯引入约束法

将 $m_i = T/t_i$ 和 $Q_i = s_i + t_i D_i$ 代入式(10):

$$\begin{aligned} \min C_{LR}(i) &= K_i \frac{T}{t_i} + \left[\frac{1}{2} D_i h_i + \sum_{i \in I_k} u_k D_i \right] t_i + \\ &\quad h_i s_i + \sum_{i \in I_k} u_k s_i \cdot \quad (11) \\ \text{s. t. } &\quad 0 < t_i \leq \min \left\{ v_i t_i - \frac{s_i}{D_i}, T \right\}, \quad (12) \\ &\quad \frac{T}{t_i} \text{ 是正整数}. \quad (13) \end{aligned}$$

由于目标函数(11)具有严格凸的特性, 所以此处采用了序贯引入约束法来求解这一问题。

Step 1 求解无约束问题(11), 将其最优解记为 t_1^* ;

Step 2 如果 $0 < t_1^* \leq \min \left\{ v_i t_i - \frac{s_i}{D_i}, T \right\}$, 令 $t_2^* = t_1^*$; 否则, 令 $t_2^* = \min \left\{ v_i t_i - \frac{s_i}{D_i}, T \right\} \cdot t_2^*$ 用于表示约束最优化问题(11), (12)的最优解;

Step 3 如果 $\frac{T}{t_2^*}$ 是整数, 令 $t^* = t_2^*$; 否则, 令 $c_1 = \left\lceil \frac{T}{t_2^*} \right\rceil$, $t_1 = \frac{T}{c_1}$, $t_2 = \frac{T}{(c_1 + 1)}$ 。分别计算 $t = t_1$ 和 $t = t_2$ 时的目标函数值 $C_{LR}(t_1)$ 和 $C_{LR}(t_2)$ 。如果 $C_{LR}(t_1) < C_{LR}(t_2)$, 令 $t^* = t_1$; 否则, 令 $t^* = t_2$ 。此时所得到的 t^* 正是约束最优化问题(11)~ (13)的最优解。

2.3 构造原问题的可行解

因为松弛了能力约束, 通常松弛问题的解都不是原问题的可行解, 本文是通过调整违背能力约束的原料组中各种原料的库存水平的方法来获得

得原问题的可行解的.详细步骤如下:

Step 1 寻找违反库存能力约束的原料组 $I_k, 1 \leq k \leq n$; 如果不存在这样的原料组, 令 $f = 1$, 转 Step 6;

Step 2 如果 $\sum_{i \in I_k} Q_i - V_k > \sum_{i \in I_k} (Q_i - s_i)$, 则启发式算法失效, 令 $f = 0$, 转 Step 6;

Step 3 将原料组 I_k 中的元素按 $K_i - 0.5Dih_i(T/Q_i - T/(Q_i + 1))$ 的值升序排列;

Step 4 选择上面序列中未经使用的第一个元素 i , 令 $m_i = m_i + 1$, 更新 $t_i = T/m_i, Q_i = s_i + Dit_i$;

Step 5 如果 $\sum_{i \in I_k} Q_i - V_k > 0$, 返回 Step 3; 否则, 返回 Step 1;

Step 6 停止; 如果 $f \neq 0$, 则 $\{(m_i, Q_i, t_i) | i \in N\}$ 为原问题的一个可行解.

2.4 逼近策略

当连续 10 次迭代都不能够更新上界时, 启用下面的三阶段启发式调整算法. 为了方便起见, 这里, 将松弛问题的解、当前最优解、原问题的上下界分别记为 $\{(m_{1i}, Q_{1i}, t_{1i}) | i \in N\}, \{(m_i, Q_i, t_i) | i \in N\}, up-bound, lo-bound$.

阶段 I :

Step 1 初始化: 对于任意原料 $i \in N$, 置 $m_i^{(1)} = m_{1i}, Q_i^{(1)} = Q_{1i}, t_i^{(1)} = t_{1i}$;

Step 2 寻找违反库存能力约束的原料组 $I_k, 1 \leq k \leq n$; 如果不存在这样的原料组, 令 $f = 1$, 转 Step 7;

Step 3 如果 $\sum_{i \in I_k} Q_i - V_k > \sum_{i \in I_k} (Q_i - s_i)$, 令 $f = 0$, 转 Step 10;

Step 4 寻找未被选择过的序号最小的原料 $l \in I_k$ 且满足条件: $Q_l^{(1)} - s_l \geq D_l(T/m_l^{(1)} - T/(m_l^{(1)} + 1))$ 和 $m_l^{(1)} + 1 < T$; 如果 I_k 中的所有原料都被选择过, 则令 $f = 0$, 转 Step 10;

Step 5 令 $m_l^{(1)} = m_l^{(1)} + 1, t_l^{(1)} = T/m_l^{(1)}, Q_l^{(1)} = s_{0,l} + D_l t_l^{(1)}, \Delta Q_l$ 表示 $Q_l^{(1)}$ 的缩减量;

Step 6 如果 $\sum_{i \in I_k} Q_i - V_k > 0$, 且原料 l 仍满足 Step 4 中的条件, 返回 Step 5; 如果 $\sum_{i \in I_k} Q_i - V_k > 0$, 但原料 l 已不满足 Step 4 中的条件, 返回 Step 4; 如果 $\sum_{i \in I_k} Q_i - V_k \leq 0$, 则转 Step 2;

Step 7 计算目标函数值

$$C_1 = \sum_{i \in N} K_1 m_i^{(1)} + \sum_{i \in N} \frac{1}{2} h_i \left[Q_i^{(1)} + s_{0i} \right],$$

如果 $C_1 < up-bound$, 转 Step 10; 否则, 令 $f = 0$;

Step 8 基于 $\{(m_{1i}, Q_{1i}, t_{1i}) | i \in N\}$, 构造违反库存能力限制的原料组的集合 S ;

Step 9 对于任意原料组 $k \in S$, 如果所有可能的交换均已完成, 令 $f = 0$; 否则, 交换 I_k 中原料的顺序, 返回 Step 1;

Step 10 停止; 如果 $f = 1$, 令 $up-bound = C_1, \{(m_i^{(1)}, Q_i^{(1)}, t_i^{(1)}) | i \in N\} \rightarrow \{(m_i, Q_i, t_i) | i \in N\}$; 否则启发式算法失效.

阶段 II:

Step 1 初始化: 对于任意原料 $i \in N$, 置 $m_i^{(2)} = m_i, Q_i^{(2)} = Q_i, t_i^{(2)} = t_i$;

Step 2 寻找未被选择过的序号最小的原料 $l \in N$ 且满足条件

$$\frac{T}{(m_l^{(2)} - 1)} \leq \min \left\{ vl_l - \frac{s_{0l}}{D_l}, T \right\} \text{ 和 } m_l^{(2)} \geq 2;$$

如果所有的原料都被选择过, 停止;

Step 3 搜索原料 l 所属的原料组 k ; 如果通过将 $m_l^{(2)}$ 减小至 $m_l^{(2)}$ 能够得到一个更好的解且其对应的目标函数值为 C_2 , 则更新 $up-bound = C_2$, 令 $\{(m_i^{(2)}, Q_i^{(2)}, t_i^{(2)}) | i \in N\} \rightarrow \{(m_i, Q_i, t_i) | i \in N\}$, 然后返回 Step 1;

Step 4 搜索满足条件 $r \in I_k$ 且 $r \neq l$ 的原料 r ; 如果通过将 $m_l^{(2)}$ 减小至 $m_l^{(2)}$ 和将 $m_r^{(2)}$ 增加至 $m_r^{(2)}$ 能够得到一个更好的解且其对应的目标函数值为 C_2 , 则更新 $up-bound = C_2, flag = 0$, 令 $\{(m_i^{(2)}, Q_i^{(2)}, t_i^{(2)}) | i \in N\} \rightarrow \{(m_i, Q_i, t_i) | i \in N\}$; 最终返回 Step 1.

阶段 III

Step 1 初始化: 对于任意原料 $i \in N$, 置 $m_i^{(3)} = m_i, Q_i^{(3)} = Q_i, t_i^{(3)} = t_i$;

Step 2 如果能找到未被选择的原料, 则以 l 记录下其最小序号; 否则, 停止;

Step 3 搜索原料 l 所属的原料组 k ;

Step 4 搜索满足条件 $r \in I_k$ 且 $r \neq l$ 的原料 r ; 如果通过将 $m_l^{(3)}$ 增加至 $m_l^{(3)}$ 和将 $m_r^{(3)}$ 减少至 $m_r^{(3)}$ 能够得到一个更好的解且其对应的目标函数值为 C_3 , 更新 $up-bound = C_3$, 令 $\{(m_i^{(3)}, Q_i^{(3)}, t_i^{(3)}) | i \in N\} \rightarrow \{(m_i, Q_i, t_i) | i \in N\}$; 最终返回 Step 1.

2.5 更新拉格朗日乘子

拉格朗日乘子 $\{u_k\}$ 的最优值是通过求解下面的拉格朗日对偶问题(LD)得到的.

(LD)

$$\begin{aligned} \max \quad & C_D(u_k) \equiv \min C_{LR}, \\ \text{s. t.} \quad & \text{式(2), 式(3), 式(5) ~ 式(8),} \\ & u_k \geq 0, 1 \leq k \leq n. \end{aligned} \tag{15}$$
$$\tag{16}$$

本文采用次梯度算法求解了上述对偶问题, 迭代公式为

$$\theta^m(u_k^m) = \sum_{i \in I_k} Q_i - V_k, 1 \leq k \leq n; \tag{17}$$
$$t^m = \beta_m(C_U - C_D(u^m)) \setminus \|\theta^m(u^m)\|^2, \tag{18}$$
$$0 < \beta < 2;$$
$$u_k^{m+1} = \max\{0, u_k^m + t^m \theta^m(u_k^m)\}, \tag{19}$$
$$1 \leq k \leq n.$$

这里 t^m 表示第 m 次迭代的步长, β_m 表示第 m 次迭代的步长调整因子, C_U 和 C_L 分别表示原问题的上下界. 如果满足下述条件之一, 算法即停止.

- (1) $(C_U - C_L)/C_L < \zeta$, 这里 ζ 是一个非常小的正数;
- (2) $m >$ 规定的最大迭代代数.

2.6 计算结果

为了检验上述求解策略的性能, 本文基于宝钢的实际生产数据进行了两类实验: ①固定原料组数, 改变料场中所包含的原料的品种数; ②固定原料的品种数, 变化原料组的数目. 因为拉格朗日松弛只能找到近优解, 本文采用对偶间隙 $(C_U - C_L)/C_L$ 作为衡量解质量的标准. 计算结果见表 1.

表 1 计算结果
Table 1 Computational results

问题 序号	问题结构 原料数× 原料组数	对偶间隙 %	平均计算时间 s
1-1	20× 2	0.004 203	0.128 000
1-2	40× 2	0.003 676	0.545 300
1-3	60× 2	0.004 054	0.515 600
1-4	80× 2	0.003 597	2.240 400
1-5	100× 2	0.004 077	12.762 801
2-1	20× 3	0.004 371	0.260 800
2-2	40× 3	0.004 381	2.326 500
2-3	60× 3	0.003 773	3.718 800
2-4	80× 3	0.004 074	3.779 800
2-5	100× 3	0.003 907	2.112 400
3-1	20× 5	0.094 818	9.601 601
3-2	40× 5	0.023 636	9.861 000
3-3	60× 5	0.004 827	3.909 700
3-4	80× 5	0.049 304	15.758 002
3-5	100× 5	0.004 521	3.364 100
4-1	20× 10	0.722 313	44.201 398
4-2	40× 10	0.369 827	33.843 802
4-3	60× 10	0.331 341	35.228 403
4-4	80× 10	0.106 913	35.910 999
4-5	100× 10	0.040 730	28.615 698
平均值		0.089 417	12.434 26

据此可得出以下结果:

(1) 当原料组的数目固定时, 随着原料品种的增加, 解的质量会有所改善, 但计算时间会增加;

(2) 当原料的品种数固定时, 随着原料组数目的增加, 不仅解的质量有所下降, 同时运行时间也会显著增加.

3 结 论

- (1) 提出了一个混合整数规划模型用于处理多种原料的库存补充问题, 能够在需求计划已知的情况下同时确定出各种原料的最佳库存水平和补库时间间隔.
- (2) 开发了结合使用拉格朗日松弛、序贯引入约束法及启发式算法的求解策略.
- (3) 基于宝钢的实际生产数据, 使用了 200 组算例对算法的性能进行了测试. 结果表明, 平均对偶间隙是 0.089 417%, 平均计算时间是 12.434 26 s, 这一结果充分证明了求解策略的有效性.

参考文献:

[1] Bowman E H. Production scheduling by the transportation method of linear programming[J]. *Operations Research*, 1956, 4(1): 100– 103.

[2] Manne A S. Programming of economic lot sizes[J]. *Management Science*, 1958, 4(2): 115– 135.

[3] Wagner H M, Whitin T M. A dynamic version of the economic lot size model[J]. *Management Science*, 1958, 5(1): 89– 96.

[4] Newhart D D, Stott K L, Vasko F J. Consolidating product sizes to minimize inventory levels for a multi-stage production and distribution system[J]. *J Opt Res Soc*, 1993, 44(7): 637– 644.

[5] Chiang C, Gutierrez G J. A periodic review inventory system with two supply modes[J]. *Eur J Opt Res*, 1996, 94: 527– 547.

[6] Hoshino K. Criterion for choosing ordering policies between fixed-size and fixed-interval, pull-type and push-type[J]. *Int J Prod Econ*, 1996, 44: 91– 95.

[7] Ishii K, Imori S. A production ordering system for two-item, two-stage, capacity-constraint production and inventory model[J]. *Int J Prod Econ*, 1996, 44: 119– 128.

[8] Luh P B, Zhou X H, Tomastik R N. An effective method to reduce inventory in job shops[J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2000, 16(4): 420– 424.

[9] Luh P B, Hoitomt D J, Pattipati K R. Schedule generation and reconfiguration for parallel machines [J]. *IEEE Transactions on Robotics & Automation*, 1990, 6(6): 687– 696.

[10] Tang L X, Luh P B, Liu J Y, et al. Steel-making process scheduling using Lagrangian relaxation[J]. *Int J Prod Res*, 2002, 40(1): 55– 70.