

文章编号: 1005-3026(2004)11-1058-03

OS-ESPRIT 算法

刘福来, 汪晋宽, 于 戈
(东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004)

摘 要: 讨论了无线网络环境中多径窄带信号的波达方向(DOA)估计算法的特点和性能,提出了基于一特征值分解的 S-ESPRIT(OS-ESPRIT)算法,该算法利用空间平滑的思想抽取采样数据,利用这些数据把对阵列流型的估计转化为旋转矩阵的估计,只需要一次特征值分解就可以求解 DOA,与 S-ESPRIT 算法相比,该算法求解过程简单且具有较小的估计误差,对信噪比的变化有更好的鲁棒性等优点,而且更适用于信噪比较低的通信环境. 计算机仿真结果证明了该算法的有效性.
关 键 词: S-ESPRIT 算法;波达方向;多径;特征值分解;信噪比
中图分类号: TN 911.7 **文献标识码:** A

DOA 估计是多径信号参数估计中一个重要领域,在波束形成上具有重要的应用^[1],如今已有大量的空域一维处理算法,这些算法可以分为两类^[2]:一类是极值搜索方法,另一类是利用阵列流型的某些特性直接求解方法. 由于空域一维处理均使用强迫置零条件,不能平滑噪声的影响^[3],为此出现了许多 DOA 和时延联合估计的空时二维处理算法,这些算法可以分为三类^[4]:谱估计、基于参数子空间的估计和确定性的参数估计. 谱估计算法以 MUSIC^[5]算法为代表,是一

种二维搜索方法;基于参数子空间的估计算法以 ESPRIT^[5,6]算法为代表,是一种利用阵列流型和时延流型的 Vandermonde 结构直接求解的方法;确定性的参数估计算法以 ML 算法^[4,7]为代表,它也是一种搜索方法. 三类算法中都存在着如何降低计算复杂性和提高算法估计性能的问题,为此出现了许多改进算法,如 TST-MUSIC^[8,9], TST-ESPRIT^[10],SAGE^[4]等算法. 其中各算法特性比较参见表 1.

表 1 空时二维处理中 DOA 估计算法及其性能比较
Table 1 Comparison of several two dimensional space-time processing algorithms for DOA estimation

算 法	性 能 分 析	
	优 点	缺 点
JADE-MUSIC	是一种谱估计法,天线阵元数目可以少于到达波的数目	需要在二维参量(θ, τ) (DOA 和时延) 空间上进行极值搜索,耗费巨大的计算量;不能实现参量(θ, τ) 的自动配对;需要提前知道多路径数目
TST-MUSIC	把二维空间搜索转化为对空域和时域的一维搜索,计算量比 MUSIC 算法减少,实现了二维参量(θ, τ) 的自动配对,不需要提前知道多路径数目	只利用了特征向量的信息;需要多次在空域或时域上进行一维搜索,计算量虽然少于 MUSIC,但多次的一维搜索过程仍然需要很大的计算量
JADE-ESPRIT	不需要搜索过程,利用特征值信息直接求解,阵元数目可以少于到达波的数目	只适用于等距线阵;需要提前知道多路径数目;由于引入了 Khatri-Rao 积形式所处理的矩阵维数很高;没有考虑噪声的影响
TST-ESPRIT	减少了 ESPRIT 算法的计算量;通过多次使用 T-ESPRIT 和 S-ESPRIT 实现了联合估计,把对高维数据矩阵的处理转化为对较低维数据矩阵的处理;实现了参量的自动配对;不需要多路径数目的知识	只适用于等距线阵,使用 S-ESPRIT 算法的时候需要两次特征分解求解 DOA,每次特征值分解所处理的数据矩阵维数较高,仍然需要较大的计算量
ML	是一种一致估计,能够渐进收敛到与 Cramer-Rao 成比例的下界	高维非线性的最优化问题,计算复杂;不能实现参量(θ, τ) 的自动配对

收稿日期: 2004-03-03
基金项目: 教育部科学技术研究重点项目(02085).
作者简介: 刘福来(1975-),男,河北唐山人,东北大学博士研究生;汪晋宽(1957-),男,辽宁沈阳人,东北大学教授,博士生导师;于 戈(1962-),男,辽宁大连人,东北大学教授,博士生导师.

TST-ESPRIT 估计性能优于其他算法,此算法使用 S-ESPRIT 求解 DOA,而 S-ESPRIT 需要对高维采样矩阵的两次特征值分解和一次方程组求解的多步处理过程,其中存在计算费时、求解空间巨大,不适用于低信噪比环境和估计偏差较大等缺陷.本文提出的 OS-ESPRIT 算法,只需要一次特征值分解,有效的提高了算法的估计精度,增强了算法的鲁棒性.

1 信号模型

考虑单用户在镜面多径环境中发射调制的数字信号情况,假设信源经过 Q 条路径传输,每条路径时延为 $\tau_i (i = 1, \dots, Q)$,采用等距线阵,则第 i 个阵元接收基带信号(不考虑噪声)为

$$x_i = \sum_{l=1}^Q e^{-j2\pi f_c \tau_i} s(t - \tau_i), \tag{1}$$

其中, $e^{-j2\pi f_c \tau_i}$ 是阵列对来自方向 θ_i 的路径的响应; $s(t)$ 是第 i 条路径的信号振幅衰减系数; $s(t)$ 是已知的发射信号,在线性调制(如 GMSK 等调制方式),它可以表示为卷积形式,即

$$s(t) = \sum_k s_k g(t - lT), \tag{2}$$

式中, $\{s_k\}$ 和 $g(t)$ 是已知的发送的数字序列和调制脉冲波形函数.

假设无线信道是时隙的,等距线阵具有 M 个阵元,在第 n 个时隙内以采样速率 P 进行过采样得到下面的采样矩阵

$$\mathbf{X}_t^{(n)} = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{B}^{(n)} \tilde{\mathbf{G}}^{(n)T}, \tag{3}$$

其中, $\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}) = [e^{-j2\pi f_c \tau_1}, \dots, e^{-j2\pi f_c \tau_Q}]$, $\mathbf{B}^{(n)} = \text{diag}\{b_1^{(n)}, \dots, b_Q^{(n)}\}$, 分别为阵列方向矩阵和第 n 个时隙内的路径的振幅衰减系数矩阵;

$\tilde{\mathbf{G}}^{(n)} = [\tilde{g}^{(n)}_1, \dots, \tilde{g}^{(n)}_Q]$, $\tilde{g}^{(n)}_i = S^T_t \cdot g^{(n)}_i$ 是发送的数字训练序列和调制成形函数 $g^{(n)}_i$ 的卷积; $\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}) \in \mathbb{C}^{M \times Q}$, $\tilde{\mathbf{G}}^{(n)} \in \mathbb{C}^{N_t \times Q}$, N_t 是训练长度. 阵元间距取半波长,这样阵列向量 $\mathbf{a}(\theta_i) = [1, e^{-j2\pi f_c \tau_i}, \dots, e^{-j2\pi f_c (M-1)\tau_i}]^T$, $\tau_i = \exp\{-j2\pi f_c \tau_i \sin \theta_i\} (i = 1, \dots, Q)$.

通过式(3)定义空间协方差矩阵

$$\mathbf{R}^s \triangleq E\{\mathbf{X}_t^{(n)} \mathbf{X}_t^{(n)H}\} = \mathbf{A} \mathbf{Z} \mathbf{A}^H, \tag{4}$$

其中, $\mathbf{Z} = E\{\mathbf{B}^{(n)} \tilde{\mathbf{G}}^T \tilde{\mathbf{G}}^H (\mathbf{B}^{(n)})^H\}$, 这里为了简化记号 \mathbf{A} , \mathbf{B} 和 $\tilde{\mathbf{G}}$ 分别代替 $\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})$, $\mathbf{B}^{(n)}$ 和 $\tilde{\mathbf{G}}^{(n)}$; $(\cdot)^H$ 表示复共轭转置 (Hermitian operation).

对式(4)利用基本的 ESPRIT 算法^[11]可以得到 DOA 估计.

2 OS-ESPRIT 算法

等距线阵前 $M-1$ 个阵元接收信号样本矩阵

为

$$\mathbf{X}_1 = \mathbf{A}_1 \mathbf{B} \tilde{\mathbf{G}}^T, \tag{5}$$

其中, 矩阵 \mathbf{A}_1 是矩阵 \mathbf{A} 的前 $M-1$ 行所构成的矩阵, 后 $M-1$ 个阵元接收信号样本矩阵为

$$\mathbf{X}_2 = \mathbf{A}_1 \mathbf{B} \tilde{\mathbf{G}}^T, \tag{6}$$

其中, $\mathbf{B} = \text{diag}\{b_1, \dots, b_Q\}$, $b_i = \exp\{-j2\pi f_c \tau_i \sin \theta_i\}$, $i = 1, \dots, Q$. 令

$$\mathbf{R}_1 = E\{\mathbf{X}_1 \mathbf{X}_1^H\} = \mathbf{A}_1 \mathbf{Z} \mathbf{A}_1^H, \tag{7}$$

$$\mathbf{R}_2 = E\{\mathbf{X}_2 \mathbf{X}_1^H\} = \mathbf{A}_1 \mathbf{Z} \mathbf{A}_1^H, \tag{8}$$

其中, $\mathbf{Z} = E\{\mathbf{B}^{(n)} \tilde{\mathbf{G}} \tilde{\mathbf{G}}^H (\mathbf{B}^{(n)})^H\}$ 采取文献[8]中的假设, Q 个衰减系数假设不相关, 它们衰减振幅是零均值的复高斯分布, 因此衰减系数向量 $\mathbf{B} = [b_1(t), \dots, b_Q(t)]^T$ 的协方差矩阵是

$$E\{\mathbf{B} \mathbf{B}^H\} = \text{diag}\{b_1^2, \dots, b_Q^2\} \triangleq \mathbf{P}, E\{\mathbf{B} \mathbf{B}^T\} = \mathbf{0}. \tag{9}$$

易知 $\mathbf{Z} = \mathbf{P}$ 是一个满秩矩阵, 由式(7)和式(8)有

$$\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2 = \mathbf{A}_1 (\mathbf{I} - \mathbf{B} \mathbf{B}^T) \mathbf{P} \mathbf{A}_1^H. \tag{10}$$

由式(10)在 \mathbf{A}_1 列满秩的前提下有

$$\text{rank}(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2) = \text{rank}(\mathbf{I} - \mathbf{B} \mathbf{B}^T). \tag{11}$$

由广义特征值分解定义 $\mathbf{B} = \exp\{j2\pi f_c \tau_i \sin \theta_i\}$ 是矩阵束 $(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$ 的广义特征值. 这样对矩阵束 $(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$ 进行广义特征值分解, 得到其广义特征值 $\lambda_i^* = \exp\{j2\pi f_c \tau_i \sin \theta_i\}$, 即可以估计出所有的 DOA.

OS-ESPRIT 算法步骤:

- (1) 获得观测数据矩阵 \mathbf{X}_1 和 \mathbf{X}_2 ;
- (2) 计算数据矩阵 \mathbf{R}_1 和 \mathbf{R}_2 ;
- (3) 对矩阵束 $(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$ 进行广义特征值分解, 获得 DOA 估计.

3 仿真试验结果

考虑式(1)的信号模型, 假设窄带信号通过三条路径传播, 采取 6 个阵元的均匀线阵, 阵元间距为半波长; 假设采用 GSM 系统和 GMSK 调制方式, 在 20 个时隙内对信号进行过采样, 采样因子 $P=3$; 每条路径对应的 DOA 和时延分别为 $[-20^\circ, 0^\circ, 30^\circ]$ 和 $[0.1, 0.3, 0.86] T_s$, 其中 $T_s = 3.68 \mu s$ 是码元周期.

通过对 S-ESPRIT 和 OS-ESPRIT 进行仿真得到了图 1 和图 2 的结果. 图 1 给出了两种方法估计 DOA 情况; 图 2 是两种方法的均方根 (RMSE) 误差, 这里均方根误差定义为 $E = [E\{\theta - \hat{\theta}\}^2]^{1/2}$, 实线表示 OS-ESPRIT 算法的估计情况, 虚线表示 S-ESPRIT 算法的估计情况. 实验结果表明 OS-ESPRIT 算法具有较好的鲁棒性, 更

适用于低信噪比的情况,估计误差小等优点。

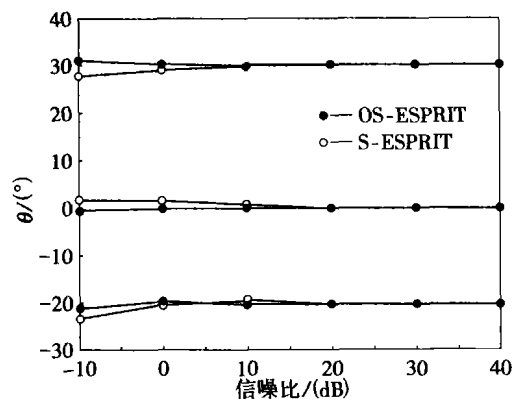


图 1 OS-ESPRIT 和 S-ESPRIT 算法估计的 DOA

Fig. 1 The DOAs of the estimates based on OS-ESPRIT and S-ESPRIT

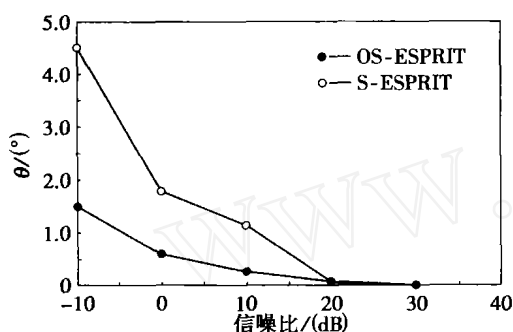


图 2 OS-ESPRIT 和 S-ESPRIT 估计 DOA 的均方根误差曲线

Fig. 2 Comparison between RMSEs of DOAs estimated by OS-ESPRIT and S-ESPRIT

4 结 论

提出了 OS-ESPRIT 算法,该算法利用空间平滑的思想抽取数据,利用这些数据把对阵列流型的估计转化为对旋转矩阵的估计;从而避免了两次高维矩阵特征值分解,减少了 S-ESPRIT 算法的计算量,提高了原算法的估计精度,使算法对信噪比变化具有更好的鲁棒性,同时也适用于低信噪比的环境,仿真试验证实了上述结论。

OS-ESPRIT Algorithm

LIU Fur-lai, WANG Jin-kuan, YU Ge

(School of Information Science & Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China. Correspondent: LIU Fur-lai, E-mail: fulailiu @ 126.com)

Abstract: An OS-ESPRIT algorithm is proposed on the basis of analyzing the features and performances of DOA estimation algorithms of multipath propagation narrow-band signals in wireless network communication environment. Sampling data by virtue of the idea of space smoothing and making use of them, the array manifold estimation is transferred to rotational matrix estimation, and only one-step eigenvalue decomposition is needed to estimate DOA. Compared with S-ESPRIT algorithm, the solution process using the proposed approach is simpler with smaller estimation error especially it exhibits higher robustness to the change in signal-to-noise ratio (SNR). It is more available to a lower SNR communication environment. Simulation results show the effectiveness of the algorithm.

Key words: S-ESPRIT; arriving direction; multipath; eigenvalue decomposition; signal-to-noise ratio

(Received March 3, 2004)

参考文献:

- [1] 汪晋宽, 刘志刚, 薛延波, 等. 4 阶量算法在盲波束形成上的应用[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2003, 24(9): 900 - 902.
(Wang J K, Liu Z G, Xue Y B, et al. Applications of fourth order cumulant algorithm to blind beamforming[J]. Journal of Northeastern University (Natural Science), 2003, 24(9): 900 - 902.)
- [2] 汪晋宽, 薛延波, 刘志刚, 等. DOA 估计方法探讨[J]. 控制与决策, 2003, 18(3): 57 - 59.
(Wang J K, Xue Y B, Liu Z G, et al. Study on DOA estimation methods[J]. Control and Decision, 2003, 18(3): 57 - 59.)
- [3] 张贤达, 保铮. 通信信号处理[M]. 北京: 国防工业出版社, 2000. 483 - 520.
(Zhang X D, Bao Z. Communication signal processing[M]. Beijing: Publishing House of Defense Industry, 2000. 483 - 520.)
- [4] Bernard H F, Martin T, Ralf H, et al. Channel parameter estimation in mobile radio environments using the SAGE algorithm[J]. IEEE Communications, 1999, 17(3): 434 - 450.
- [5] Vanderveen M C, Papadakis B C, Paulraj A. Joint angle and delay estimation (JADE) for multipath signals arriving at an antenna array[J]. IEEE Communications, 1997, 1(1): 12 - 14.
- [6] van der Veen A, Vanderveen M C, Paulraj A. Joint angle and delay estimation using shift-invariance techniques[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1998, 46: 405 - 418.
- [7] Richter A, Landmann M, Thoa R S. Maximum likelihood channel parameter estimation from multidimensional channel sounding measurements [DB/OL]. <http://www.emt.tu-berlin.de/WWWdocuments/downloads/paper/305866NL-97028.pdf>, 2003 - 06 - 01.
- [8] Wang Y Y, Chen J T, Fang W H. TST-MUSIC for joint DOA-delay estimation [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2001, 49(4): 721 - 729.
- [9] Lin J D, Fang W H, Chen J T. Constrained TST MUSIC for joint spatial-temporal channel parameter estimation [DB/OL]. <https://www.securecms.com/icassp2003/Papers/PublicSessionIndex3.asp?Sessionid=1115>, 2003 - 11 - 01.
- [10] Wang Y Y, Chen J T, Fang W H. Joint estimation of the DOA and delay based on the TST-ESPRIT in wireless channel [A]. IEEE SPAWC[C]. Taoyuan, 2001. 302 - 305.
- [11] Roy R H. ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance technique [D]. Stanford: Stanford University, 1987.