

文章编号: 1005-3026(2005)02-0186-04

供应商管理库存的最优购买数量和利润

郭海峰, 黄小原, 邱若臻
(东北大学 工商管理学院, 辽宁 沈阳 110004)

摘 要: 研究了供应链管理环境下新的库存策略, 在传统供应链利润模型基础上, 对有确定需求、初始库存和允许库存短缺的一种畅销商品, 建立了供应商管理库存的供应链模型, 并进一步讨论了供应商管理库存下的采购数量和利润, 证明了供应商管理库存供应链的最优购买量比传统供应链的最优购买量要高, 同时也证明了实施供应商管理库存会使用户的利润增加, 而在优化匹配条件或长期激励下, 实施供应商管理库存也会使供应商的利润增加, 为双方企业合并其库存提供了理论基础. 最后以一个数值算例验证了所得结论.

关 键 词: 供应链; 供应商管理库存; 库存策略; 利润模型; 优化分析

中图分类号: O 23 **文献标识码:** A

供应商管理库存打破了传统的各自为政的库存管理模式, 以用户和供应商双方获得最低成本为目的, 在一个共同的协议下由供应商管理用户库存, 并不断监督协议的执行情况和修改协议内容, 使库存管理得到持续改进的合作性策略^[1~8].

文献[8]建立了一个简单的以确定需求量、无库存短缺和确定性提前期为基础的 EOQ 策略供应商管理库存的供应链模型. 本文在此基础上进一步考虑了有初始库存和库存短缺的情况, 建立供应商管理库存的供应链模型, 提出了一个供应商管理库存的优化策略, 证明了供应商管理库存长期激励下最优购买量比传统供应链的最优购买量要高, 并且证明了买方的利润将增加, 而且在匹配条件下或长期激励下, 供应商的利润也会增加.

1 基本模型

考虑由一个供应商和一个用户组成的供应链, 对于一种畅销商品, 在确定性需求量、有初始库存和允许库存短缺但缺货需补足的 EOQ 策略下, 建立供应链模型^[9]. 由文献[9]可知, 在传统供应链中用户和供应商的利润函数分别为

$$b(y) = P(y)y - w_y - \frac{1}{4}\sqrt{y}; \tag{1}$$
$$s(y) = w_y - c(y) - \frac{1}{2}\sqrt{y} \times \left[(c_1 - 1) + (c_2 - 1) \right]. \tag{2}$$

而在供应商管理库存供应链中, 供应商和用户的利润函数分别为

$$c_b(y) = P(y)y - w_c y; \tag{3}$$
$$c_s(y) = w_c y - c(y) - \frac{1}{4}\sqrt{y} \cdot \left(c_1 + c_2 \right)^{\frac{1}{2}}. \tag{4}$$

这里, y 为购买数量; $P(y)$ 为销售价格, 它随 y 增大而减小; $c(y)$ 为生产成本函数, 它随 y 的增大而增大; w 和 w_c 为合同购买价格;

$$1 = 1 + \frac{c_{b2} c_{s1}}{(c_{b1} + c_{b2}) c_{b1}} + \frac{c_{b1} c_{s2}}{(c_{b1} + c_{b2}) c_{b2}},$$
$$2 = 1 + \frac{c_{s3}}{c_{b3}},$$
$$3 = \frac{(c_{b1} + c_{s1})(c_{b2} + c_{s2})(c_{b1} + c_{b2})}{c_{b1} c_{b2} (c_{b1} + c_{s1} + c_{b2} + c_{s2})},$$
$$4 = \left(\frac{2 c_{b1} c_{b2} c_{b3}}{c_{b1} + c_{b2}} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

其中, 用户和供应商的单位存贮费用分别为 c_{b1} , c_{s1} , 单位缺货费用分别为 c_{b2} , c_{s2} , 订货准备费用分别为 c_{b3} , c_{s3} .

2 供应商管理库存的最优购买数量

定理 1 长期激励下, 供应商管理库存供应链的购买量比传统供应链中的购买量要高.

证明 考虑传统供应链的一阶订货条件, 对式(2)求导得

收稿日期: 2004-03-19
基金项目: 辽宁省科学技术计划项目(2004401015).
作者简介: 郭海峰(1970-), 男, 山东莱芜人, 东北大学博士研究生; 黄小原(1947-), 男, 河南罗山人, 东北大学教授, 博士生导师.

$$\frac{\partial s(y)}{\partial y} = w - c(y) - \frac{1}{4\sqrt{y}} \cdot 4 \times [(1 - 1) + (2 - 1)] \quad (5)$$

对于任何用户给定的购买价格 w , 供应商选择一个能使其利润达到最大的供货量 y . 由式(5)可以得到合同购买价格为

$$w = c(y) + \frac{1}{4\sqrt{y}} \cdot 4 [(1 - 1) + (2 - 1)] \quad (6)$$

将式(6)带入式(1) , 并对其求导得

$$\begin{aligned} \frac{\partial b(y)}{\partial y} &= P(y)y + P(y) - c(y) - \\ &c(y)y - \frac{1}{8\sqrt{y}} \cdot 4 [(1 - 1) + \\ &(2 - 1)] - \frac{1}{2\sqrt{y}} \cdot 4 \quad (7) \end{aligned}$$

为求用户利润最大值, 令式(7)为零 .

$$\begin{aligned} P(y^*)y^* + P(y^*) - c(y^*) - \\ c(y^*)y^* - \frac{1}{8\sqrt{y^*}} \cdot 4 [(1 - 1) + \\ (2 - 1)] - \frac{1}{2\sqrt{y^*}} \cdot 4 = 0 \quad (8) \end{aligned}$$

同理, 考虑供应商管理库存供应链的一阶订货条件, 对式(4)求导得

$$\begin{aligned} \frac{\partial s(y_c)}{\partial y_c} &= w_c - c(y_c) - \frac{1}{2\sqrt{y_c}} \times \\ &4 \cdot (3 \cdot 2)^{\frac{1}{2}} \quad (9) \\ w_c &= c(y_c) + \frac{1}{2\sqrt{y_c}} \cdot 4 \cdot (3 \cdot 2)^{\frac{1}{2}} \quad (10) \end{aligned}$$

将式(10)带入式(3) , 并对其求导得

$$\begin{aligned} \frac{\partial b(y_c)}{\partial y_c} &= P(y_c)y_c + P(y_c) - c(y_c) - \\ c(y_c)y_c - \frac{1}{4\sqrt{y_c}} \cdot 4 \cdot (3 \cdot 2)^{\frac{1}{2}} \quad (11) \\ \text{为求用户利润最大值, 令式(11)为零 .} \\ P(y_c)y_c + P(y_c) - c(y_c) - c(y_c)y - \\ \frac{1}{4\sqrt{y_c}} \cdot 4 \cdot (3 \cdot 2)^{\frac{1}{2}} &= 0 \quad (12) \end{aligned}$$

为比较传统供应链和供应商管理库存供应链的购买数量的变化, 先比较

$$\begin{aligned} \frac{\partial b(y)}{\partial y} - \frac{\partial b(y_c)}{\partial y_c} &= \frac{1}{8\sqrt{y}} \cdot 4 \times \\ \left\{ 2 + \left[1 + 2 - 2(3 \cdot 2)^{\frac{1}{2}} \right] \right\} \quad (13) \end{aligned}$$

可以证明

$$\frac{1 - 3}{c_{b1}c_{b2}(c_{b1} + c_{b2})(c_{b1} + c_{s1} + c_{b2} + c_{s2})^2} = 0,$$

即 1 3, 则

$$\begin{aligned} \frac{\partial b(y)}{\partial y} - \frac{\partial b(y_c)}{\partial y_c} &= \frac{1}{8\sqrt{y}} \cdot 4 \cdot \left[2 + \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right)^2 \right] > 0 \quad (14) \end{aligned}$$

由式(8)和式(14) , 可以推出在购买量为 y^* 时

$$\frac{\partial b(y^*)}{\partial y^*} - \frac{\partial b(y_c^*)}{\partial y_c^*} = 0 \quad (15)$$

又因为, 为使用户的利润取最大值, 二阶订货条件满足

$$\frac{\partial^2 b(y^*)}{\partial (y^*)^2} < 0, \frac{\partial^2 b(y_c^*)}{\partial (y_c^*)^2} < 0 \quad (16)$$

考虑二阶订货条件取负值的情形, 表示不等式(15)的左边随 y 而减小 . 在式(12)中, y_c^* 作为供应商管理库存的最优购买量使得等式左边为零 . 因此, 可以推出 $y_c^* > y^*$, 即供应商管理库存供应链的购买量高于传统供应链的购买量 .

证毕 .

图 1 是用户的边际收入(MR)和边际成本(MC)之间的关系, 描绘了供应商管理库存供应链的销售数量和销售价格可能发生的变化 . 在用户的决策过程中, 考虑了供应商的反应 . 因为供应商的总成本, 包括库存相关成本和其他成本 $c(y)$, 仍然是凸的, 供应商管理库存会使边际成本曲线向右移动, 并增加购买量 .

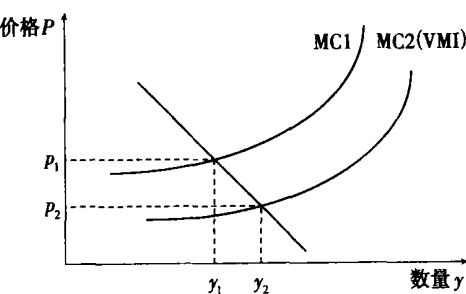


图 1 供应商管理库存的最优购买量
Fig. 1 Optimized purchase quantity of VMI

3 供应商管理库存的优化利润分析

命题 1 供应商管理库存供应链中, 用户利润将增加 . 在下面的充分条件下, 供应商的利润也会增加 .

$$\begin{aligned} \left(\frac{y_c^*}{y^*} \right)^{\frac{1}{2}} &= 1 - \frac{2 - \left[\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right]}{2 \left(\frac{1}{1} \cdot 2 \right)^{\frac{1}{2}}} + \\ &\frac{[c(y_c^*) - c(y^*)] 2\sqrt{y^*}}{4 \cdot \left(\frac{1}{1} \cdot 2 \right)^{\frac{1}{2}}} \quad (17) \end{aligned}$$

证明 因为供应商管理库存供应链中, $y = y_c^*$ 使买方的利润达到最大,对于任何 $y_c^* > y^*$ 时有 $c_b(y_c^*) < c_b(y^*)$.由于供应商管理库存节省了用户的库存相关成本,比较供应商管理库存供应链与传统供应链的用户最优利润水平,可得

$$c_b(y_c^*) - c_b(y^*) > c_b(y^*) - c_b(y^*) > 0; \tag{18}$$

所以在长期激励下,供应商管理库存将增加用户的利润 .

长时期内供应商利润的变化并不很明显 .因为生产成本函数 $c(y)$ 随 y 的增大而增大,所以有 $c(y) > 0$ 和 $c'(y) > 0$,并根据均值定理,存在一点 y_0^* ,使 $y_c^* > y_0^* > y^*$,且

$$c(y_c^*) - c(y_0^*) = c'(y_0^*)(y_c^* - y_0^*) > 0. \tag{19}$$

根据式(6),式(10),式(19)以及 $y_1 = y_3 = y_c^*$,求得供应商管理库存和传统供应链的供应商利润的差值为

$$\begin{aligned} c_s(y_c^*) - c_s(y^*) &= [c(y_c^*) - c(y_0^*)] y_c^* + \\ &+ [c(y_0^*) - c(y^*)] y^* - \frac{1}{2} \sqrt{y_c^*} \left\{ \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right) \right\}^{\frac{1}{2}} + \\ &+ \frac{1}{4} \sqrt{y^*} [(1 - 1) + (2 - 1)] > 0. \tag{20} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{y_c^*} \left\{ \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right) \right\}^{\frac{1}{2}} [c(y_c^*) - c(y^*)] y^* +$$

$$\frac{1}{4} \sqrt{y^*} [(1 - 1) + (2 - 1)] > 0. \tag{21}$$

式(21)两面同除以 $\frac{1}{2} \sqrt{y^*} \left\{ \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right) \right\}^{\frac{1}{2}}$,求得

$$\begin{aligned} \left(\frac{y_c^*}{y^*} \right)^{\frac{1}{2}} &= 1 - \frac{2 - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right)}{2 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{2}}} + \\ &+ \frac{[c(y_c^*) - c(y^*)] \frac{1}{2} \sqrt{y^*}}{4 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{2}}}. \tag{22} \end{aligned}$$

证毕 .

4 算 例

这里以文献[8]中的通讯设备制造商与买方的供应商管理库存为基础数据,销售价格为 $P(y) = a - by$,且 $a, b > 0$,供应商的成本函数为 $c(y) = y + 0.5 y^2$,且 $y > 0$,注意到 $c'(y) > 0$,且 $p'(y) < 0$.其中,令 $a = 80, b = 0.01, c_{b1} = 9, c_{b3} = 300$.另外,假设缺货成本为利润的大约 5 %为 $c_{b2} = c_{s2} = 4, c_{s3}$ 的取值为 c_{b3} 的整数倍,如表 1 所示,分别为 c_{b3} 的 3, 5, 6, 7, 9 倍 .可以看到,在供应商管理库存的长期作用下提高了用户的购买数量,即为销售数量,同时也增加了买方的利润;而在严重不匹配的条件下,即 $c_{s3} \gg 7 c_{b3} = 2100$ 时,供应商管理库存下的供应商的利润也会增加 .从而验证了定理 1 和命题 1 .

表 1 供应商管理库存对购买数量 y 以及用户和供应商利润的影响

Table 1 Impact of vendor managed inventory on purchase quantity and profit of vendor and vendee 美元

购买价格	购买数量		传统供应链		供应商管理库存		$c_b(y_c^*) - c_b(y^*)$	$c_s(y_c^*) - c_s(y^*)$
c_{s3}	y^*	y_c^*	$c_b(y^*)$	$c_s(y^*)$	$c_b(y_c^*)$	$c_s(y_c^*)$		
150	1 307	1 317	24 630	3 718	25 382	3 055	752	- 663
300	1 305	1 314	24 446	3 521	25 183	2 839	737	- 682
600	1 300	1 310	24 078	3 122	24 852	2 483	774	- 639
900	1 295	1 306	23 711	2 726	24 572	2 180	861	- 546
1 200	1 290	1 303	23 344	2 330	24 326	1 918	982	- 412
1 500	1 285	1 300	22 979	1 936	24 104	1 679	1 125	- 257
1 800	1 281	1 298	22 614	1 549	2 3901	1 465	1 287	- 84
2 100	1 276	1 295	22 249	1 158	23 711	1 259	1 462	101
2 700	1 266	1 291	21 522	381	23 365	892	1 843	511

5 结 语

由于供应商管理库存降低了供应链的库存成本,使用户以较低的价格卖出较多的产品,增加了用户利润,这与供应商管理库存直接作用下的用户利润的影响是一致的 .供应商管理库存为用户提供了稳定的收益,它能降低最终的市场销售价格并获得较高的销售量,而用户较高的销售量就以较高形式的购买量转移给供应商,这时的购买

价格与传统供应链购买价格相同或者更高 .与供应商管理库存的直接作用相比,这有助于供应商改善经营运作和增加利润 .值得注意的是,尽管直接作用的匹配条件下供应商的利润会降低,但是长期在同样的条件作用下,供应商的利润会增加 .综上所述,定理 1 和命题 1 为供应链双方实施供应商管理库存提供了强有力的理论基础,也具有明确的工程意义 .



参考文献：

- [1] Waller M, Nohnson M E, Davis T. Vendor-managed inventory in the retail supply chain[J]. *Journal of Business Logistics*, 1999,20(1):183 - 203.
- [2] 赵林度. 物流与供应链管理理论与实务[M]. 北京:机械工业出版社, 2000.353 - 369 .
(Zhao L D. *Practice and theory of supply chain management* [M]. Beijing:China Machine Press, 2000.353 - 369.)
- [3] Xu K F, Dong Y, Evers P T. Towards better coordination of the supply chain [J]. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2001,379(1):35 - 54.
- [4] Weng Z K. Channel coordination and quantity discount [J]. *Management Science*, 1995,41(9):1509 - 1522.
- [5] Lee H, Rosenblatt M J. A generalized quantity discount pricing model to increase supplier profits[J]. *Management Science*, 1986,32(9):1177 - 1185.
- [6] Weng Z K. Channel coordination and quantity discount [J]. *Management Science*, 1995,41(9):1509 - 1522.
- [7] 常良峰,卢震,黄小原. 供应链的利润模型及优化[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2002,23(10):933 - 936 .
(Chang L F, Lu Z, Huang X Y. Profit of model and its optimization in the supply chain[J]. *Journal of Northeastern University(Natural Science)*, 2002,23(10):933 - 936.)
- [8] Dong Y, Xu K F. A supply chain model of vendor managed inventory[J]. *Transportation Research Part E*, 2002,38(1):75 - 95.
- [9] 朱宏,郭海峰,黄小原. 供应商管理库存的利润模型及其优化策略[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2004,25(5):502 - 505 .
(Zhu H, Guo H F, Huang X Y. Profit model of vendor managed inventory and its optimization policy[J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, 2004,25(5):502 - 505.)

Optimized Purchase Quantity and Profit of Vendor Managed Inventory

GUO Hai-feng, HUANG Xiaoyuan, QIU Ruozhen

(School of Business Administration, Northeastern University, Shenyang 110004, China. Correspondent: GUO Hai-feng, E-mail: Ghf_2000@sohu.com)

Abstract : For a kind of salable goods in definite demand with good stock which is permissibly, going short for a time, a supply chain model of vendor managed inventory (VMI) is established on the basis of traditional supply chain profit model, with the purchase quantity and profit of VMI discussed as well. The optimized purchase quantity of VMI is proved more than that in the traditional supply chain, and the implementation of VMI is proved that the profit of vendee will increase. On the other hand, the implementation of VMI will enable the vendor to increase profit if providing optimized matching conditions or long-term incentive. As a result, a theoretical foundation is provided for both the vendor and vendee to merge their inventories together. A numerical exemplification is given to verify the conclusion as above.

Key words : supply chain; vendor managed inventory; inventory policy; profit model; optimization analysis

(Received March 19, 2004)