

文章编号: 1005-3026(2005)01-0029-03

鲁棒 RLS 波束形成算法

汪晋宽, 宋 昕, 王 晗

(东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004)

摘 要: 分析了多径传播环境下, 信号方向向量的偏差和采样样本数目的变化对自适应波束形成算法性能的影响, 提出了一种鲁棒 RLS 波束形成算法, 该算法具有收敛速度快, 抗扰动性强, 误差小的特点. 采用鲁棒 RLS 波束形成算法不但降低了波束形成器对于信号方向向量的偏差的敏感程度, 而且可以保证阵列输出的信干噪比(SINR)接近最优值, 仿真实验验证了所提算法的有效性. 实验结果表明即使在强扰动或偏差存在的情况下, 采用鲁棒 RLS 算法可使系统具有良好的 SINR, 而且可以改善加权向量的归一化偏差.

关 键 词: 鲁棒自适应算法; 信干噪比; 归一化偏差; RLS 算法; 鲁棒 RLS 算法

中图分类号: TN 911.7 **文献标识码:** A

自适应波束形成是在无线通信、雷达和声纳^[1~4]中广泛应用的关键技术之一. 在一般情况下, 由于通信系统模型的不确定性和采样样本数目的限制, 导致自适应波束形成算法的性能下降. 因此针对信号方向向量的偏差, 鲁棒自适应波束形成器的设计引起了众多研究者的兴趣. 例如 R. A. Monzingo 等提出了线性约束最小方差(LCMV)波束形成器^[5], K. L. Bell 设计了 Bayesian 波束形成器^[6], B. D. Carlson 研究了协方差矩阵的对角载入^[7], J. R. Guerci 提出了 CMT 方法^[8]. 所有这些方法存在的共同弱点是在低信噪比、多径传播环境下系统的鲁棒性不同程度的变弱. 本文提出了一种鲁棒 RLS 自适应波束形成算法, 该算法对于信号方向偏差具有很好的鲁棒性, 不但可以在信号到来方向存在偏差的情况下提高系统的输出信干噪比, 而且可以保证阵列加权向量的归一化偏差是有界的.

1 信号模型

考虑各向同性的 M 个阵元的均匀线阵, 阵元间距为 d , 期望信号到来方向是 θ_0 , 有 $D-1$ 个干扰源, 到来方向分别为 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{D-1}$. 各个信号源在基准点的复包络表示为 $s_i(t)$, 则第 l 个阵元端接收的信号为

$$x_l(t) = \sum_{i=0}^{D-1} s_i(t) e^{-j2\pi(l-1)d\sin\theta_i} + n_l(t), \quad (1)$$

天线阵列的接收向量为

$$X(k) = AS(k) + n(k) = s(k) + i(k) + n(k), \quad (2)$$

其中, $X(k) = [X_1(k), X_2(k), \dots, X_M(k)]^T$ 为接收向量; $A = [a(\theta_0), a(\theta_1), \dots, a(\theta_{D-1})]$ 为阵列流型; $s(k)$ 为期望信号向量; $i(k)$ 为干扰向量; $n(k)$ 为噪声向量; $a(\theta_i) = [1, e^{-j2\pi d\sin\theta_i}, \dots, e^{-j2\pi(M-1)d\sin\theta_i}]^T$ 为方向向量. 阵列输出为

$$y(k) = W^H X(k), \quad (3)$$

其中, $W = [w_1, w_2, \dots, w_M]^T$ 为加权向量; $(\cdot)^T$ 表示转置; $(\cdot)^H$ 表示共轭转置.

阵列输出的信干噪比定义为

$$\text{SINR} = \frac{W^H R_s W}{W^H R_{i+n} W}. \quad (4)$$

其中,

$$R_s = E\{s(k)s(k)^H\}, \quad (5)$$

$$R_{i+n} = E\{(i(k) + n(k))(i(k) + n(k))^H\}, \quad (6)$$

分别为阵列期望信号的自相关阵, 干扰和噪声的协方差阵.

阵列的最优加权向量满足公式(7)

$$\begin{aligned} \min_w & W^H R_{i+n} W, \\ \text{subject to} & W^H R_s W = 1. \end{aligned} \quad (7)$$

其中, $R_{XX} = E[X(k)X(k)^H]$ 为阵列接收信号的自

收稿日期: 2004-05-18

基金项目: 教育部科学技术研究重点项目(02085).

作者简介: 汪晋宽(1957-), 男, 辽宁沈阳人, 东北大学教授, 博士生导师.

相关矩阵.

如果只有一个期望信号,那么 $R_s = \frac{2}{s} a_s a_s^H$, 其中 $\frac{2}{s}$ 表示期望信号的功率,则最优加权向量为

$$W_{\text{opt}} = \frac{R_{XX}^{-1} a_s}{a_s^H R_{XX}^{-1} a_s}. \quad (8)$$

其中, a_s 为期望信号的方向向量.按照最小均方误差准则求出的加权向量为

$$W_{\text{ms}}(s) = \frac{2}{s} R_{XX}^{-1} a_s. \quad (9)$$

可以证明式(8)和式(9)是等价的.

求解公式(8)给出的最优加权向量可以采用 RLS 算法,具体描述如下:

$$e(n) = d(n) - W^H(n-1)X(n), \quad (10)$$

$$P(n) = \frac{1}{1 + X^H(n)P(n-1)X(n)} \left[P(n-1)X(n)X^H(n)P(n-1) \right], \quad (11)$$

$$W(n) = W(n-1) + P(n)X(n)e^*(n). \quad (12)$$

其中, λ 为遗忘因子,且 $0 < \lambda < 1$.

RLS 算法采用循环求逆方法计算逆矩阵,与矩阵直接求逆相比,大大减少了运算量. RLS 算法最大的缺点是截止误差导致系统发散,如果系统存在扰动,那么 RLS 算法在第 n 次迭代时由扰动引起的加权向量 W 的归一化偏差满足下列不等式

$$\frac{\|W(n)\|}{\|W(n)\|} \leq \frac{[R(n)] \left[\frac{\|R(n)\|}{\|R(n)\|} + \frac{\|U(n)\|}{\|U(n)\|} \right]}{1 - [R(n)] \frac{\|R(n)\|}{\|R(n)\|}}. \quad (13)$$

其中,

$$[R(n)] = \begin{cases} R^{-1}(n) & * & R(n) & (R(n) \text{ 非奇异}) \\ & & & (R(n) \text{ 奇异}) \end{cases}$$

由公式(13)可知,若 $\|R^{-1}(n)\|^{-1} = \|R(n)\|$, 则 RLS 算法的归一化偏差有可能是无界的,亦即算法存在发散的可能性.

2 鲁棒 RLS 波束形成算法

考虑由偏差产生的误差矩阵

$$\tilde{R}_s = R_s + \Delta R_s, \quad (14)$$

根据文献[9],求解最优加权向量问题变为

$$\begin{aligned} \min_w & W^H R_{XX} W, \\ \text{subject to} & W^H (R_s + \Delta R_s) W = 1, \\ \text{for all} & \Delta R_s. \end{aligned} \quad (15)$$

求解式(15)的最优化问题可转化为等式约束

$$\min_w W^H R_{XX} W,$$

$$\text{subject to } W^H (R_s - I) W = 1. \quad (16)$$

求得最优加权向量为

$$W_{\text{rob}} = \left\{ R_{XX}, (R_s - I) \right\}. \quad (17)$$

其中, $\{ \cdot \}$ 为最小特征值所对应的广义特征向量.

如果信号、干扰、噪声互不相关,可以采用迭代算法逼近上式中的最优加权向量.

$$\text{令 } P_b(n) = [R_{XX}(n) - I]^{-1}, \quad (18)$$

将式(18)代入公式(10)~(12)给出的 RLS 算法,可以得到鲁棒 RLS 自适应算法

$$e(n) = d(n) - W_b^H(n-1)X(n), \quad (19)$$

$$U(n) = \sum_{i=0}^n \lambda^{n-i} X(i) d^*(i), \quad (20)$$

$$W_b(n) = P_b(n) U(n). \quad (21)$$

设当数据发生扰动时对应的自相关矩阵为 $\tilde{R}_{XX}(n)$, 则 $P_r(n) = [\tilde{R}_{XX}(n) - I]^{-1}$, 代入式(19)~(21)的鲁棒 RLS 算法中,得到阵列的加权向量为 W_r , 对应的归一化偏差为

$$\frac{\|W_r(k) - W(k)\|}{\|W(k)\|}, \quad (22)$$

而基本 RLS 算法的归一化偏差为

$$\frac{\|W_p(k) - W(k)\|}{\|W(k)\|}. \quad (23)$$

3 仿真实验结果

考虑 10 个阵元的等距线阵,间距为半个波长,信噪比(SNR) = -10 dB,期望信号到来方向是 3° ; 两个干扰源的到来方向为 30° 和 50° . 仿真结果如图 1~3 所示.从图 1 可以看出,本文提出的鲁棒 RLS 算法不仅收敛速度快,而且误差小,抗干扰性强.

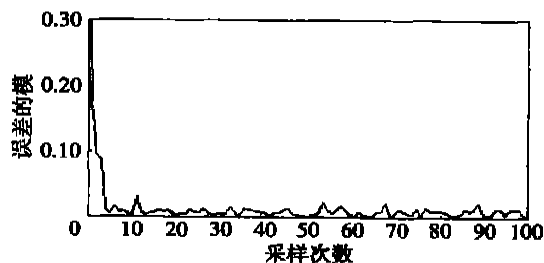


图 1 鲁棒 RLS 算法的误差曲线

Fig. 1 The error of robust RLS algorithm

图 2 给出了在信号到来方向存在偏差的情况下加权向量的归一化偏差.从图中可以看出与基本 RLS 算法相比较,鲁棒 RLS 算法具有更小的归一化偏差和良好的收敛性.

从图 3 的结果可知在信号方向向量出现偏差时,采用鲁棒 RLS 自适应算法可使阵列输出的

SINR 接近最优值,而基本 RLS 算法却存在较大偏差。

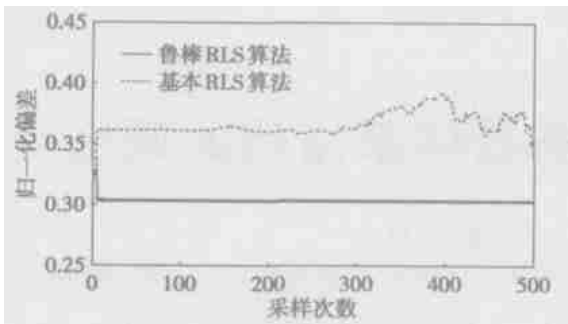


图 2 归一化偏差的变化曲线

Fig. 2 The unitary mismatch

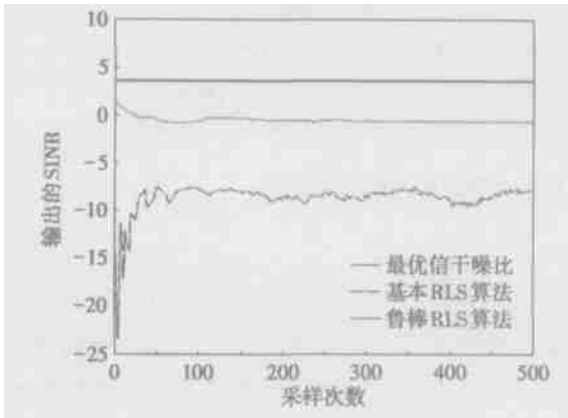


图 3 阵列输出的 SINR(3° 偏差)

Fig. 3 Output SINR to 3° mismatch

4 结 论

(1) 分析了在实际环境中,信号方向向量的偏差对自适应波束形成算法性能的影响,提出了一种鲁棒 RLS 波束形成算法。

(2) 仿真实验结果表明,鲁棒 RLS 波束形成算法具有以下优点:收敛速度快、误差小和抗扰动性

强;极大地改善了 RLS 算法的归一化偏差,而且对幅度较大的扰动,系统有较强的鲁棒性;有效地改善了阵列输出的信干噪比。

(3) 解决了在信号方向向量存在偏差的情况下,波束形成算法的有效性和稳定性问题。

参考文献:

- [1] Brennan L E, Mallet J D, Reed I S. Adaptive arrays in airborne MTI radar[J]. *IEEE Trans Antennas Propagation*, 1976, 24(9): 607 - 615.
- [2] Krolik J L. The performance of matched-field beamformers with Mediterranean vertical array data[J]. *IEEE Trans Signal Processing*, 1996, 44(10): 2605 - 2611.
- [3] 汪晋宽,刘志刚,薛延波,等. 4 阶量算法在盲波束形成上的应用[J]. *东北大学学报(自然科学版)*, 2003, 24(9): 900 - 902.
(Wang J K, Liu Z G, Xue Y B, et al. Applications of fourth order cumulant algorithm to blind beamforming[J]. *Journal of Northeastern University(Natural Science)*, 2003, 24(9): 900 - 902.)
- [4] 汪晋宽,薛延波,刘志刚,等. DOA 估计方法的探讨[J]. *控制与决策*, 2003, 18(S1): 57 - 59.
(Wang J K, Xue Y B, Liu Z G, et al. Study on DOA estimation methods[J]. *Control and Decision*, 2003, 18(S1): 57 - 79.)
- [5] 张贤达,保铮. *通信信号处理*[M]. 北京:国防工业出版社, 2000. 349 - 350.
(Zhang X D, Bao Z. *Communication signal processing*[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2000. 349 - 350.)
- [6] Bell K L, Ephraim Y, Van Trees H L. A Bayesian approach to robust adaptive beamforming [J]. *IEEE Trans Signal Processing*, 2000, 48(2): 386 - 398.
- [7] Carlson B D. Covariance matrix estimation errors and diagonal loading in adaptive arrays[J]. *IEEE Trans Aerosp Electron Syst*, 1988, 24(7): 397 - 401.
- [8] Guerci J R. Theory and application of covariance matrix tapers for robust adaptive beamforming [J]. *IEEE Trans Signal Processing*, 1999, 47(4): 985 - 997.
- [9] Shahbazpanahi S, Gershman A B, Luo Z Q, et al. Robust adaptive beamforming for general-rank signal models[J]. *IEEE Trans Signal Processing*, 2003, 51(9): 2257 - 2269.

Robust RLS Adaptive Beamforming Algorithm

WANG Jin-kuan, SONG Xin, WANG Han

(School of Information Science & Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China. Correspondent: SONG Xin, E-mail: wjk @ mail. neuq. edu. cn)

Abstract: Under the circumstances of multipath propagation, the performances of existing adaptive array algorithms are known to degrade substantially in the presence of even slighter mismatches between the actual and presumed array responses to the desired signal. Similar types of degradation can take place when the signal array response is known precisely but the training sample size is small. The novel approach to robust adaptive beamforming is proposed in the presence of the signal steering vector mismatches. The robust RLS adaptive beamforming algorithm provides excellent robustness against the signal steering vector mismatches and small training sample size, offers faster convergence rate, makes the mean output array SINR consistently close to the optimal one and improves the unitary mismatch. Computer simulations demonstrate a visible performance gain of the proposed robust RLS algorithm.

Key words: robust adaptive beamforming algorithm; signal-to-interference-plus-noise ratio (SINR); the unitary mismatch; RLS algorithm; robust RLS algorithm

(Received May 18, 2004)